**ПРИДНЕСТРОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Т.Г. ШЕВЧЕНКО**

**Аграрно-технологический факультет**
***Кафедра садоводства, защиты растений и экологии***

# ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

*Методические указания к практическим занятиям*

Тирасполь, 2020

**УДК 631/635:001.8(072.8)**
**ББК П0в4р30**
**О75**

*Составитель:*
**Н.Н. Трескина**, к.с.-х.н., доцент

*Рецензенты*:
**Т.Н. Звездина**, к.с.-х.н., доцент
**О.В. Антюхова**, к.б.н., доцент

**Основы научных исследований**: Методические указания к практическим занятиям/ Сост. Н.Н. Трескина. – Тирасполь, 2020. – 96 с.

Методические указания к практическим занятиям по дисциплине «Основы научных исследований» для обучающихся по направлениям подготовки 4.35.03.04 АГРОНОМИЯ профили «Агробизнес», «Защита растений», 4.35.03.05 САДОВОДСТВО профили «Плодоовощеводство и виноградарство», «Декоративное садоводство и ландшафтный дизайн» и 4.35.03.07. ТЕХНОЛОГИЯ ПРОИЗВОДСТВА И ПЕРЕРАБОТКИ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОЙ ПРОДУКЦИИ профиль «Технология производства и переработки сельскохозяйственной продукции» составлены в соответствии с государственными стандартами высшего образования Российской Федерации.

Методические указания включают 11 практических занятий, состоящих из теоретической и расчетной частей, индивидуальных заданий, примеров решения задач и контрольных вопросов.

**УДК 631/635:001.8(072.8)**
**ББК П0в4р30**

Рекомендовано НМС ПГУ им. Т.Г. Шевченко

© ПГУ им. Т.Г. Шевченко
© Трескина Н.Н.,
составление, 2020

## ОГЛАВЛЕНИЕ

***Практическое занятие № 1.*** Определение объема выборки 4
***Практическое занятие № 2.*** Методы определения площади листовой поверхности 8
***Практическое занятие № 3.*** Разработка основных элементов методики полевого опыта по данным дробного учета 15
***Практическое занятие № 4.*** Планирование опыта 21
***Практическое занятие № 5.*** Дисперсионный анализ данных однофакторного вегетационного опыта 26
***Практическое занятие № 6.*** Дисперсионный анализ данных однофакторного полевого опыта, проведенного методом рендомизированных повторений 35
***Практическое занятие № 7.*** Дисперсионный анализ двухфакторного полевого опыта, проведенного методом рендомизированных повторений 43
***Практическое занятие № 8***. Прямолинейная корреляция и регрессия 58
***Практическое занятие № 9.*** Криволинейная корреляция и регрессия 68
***Практическое занятие № 10.*** Корреляция качественных признаков 75
***Практическое занятие № 11.*** Множественная корреляция 83
*Приложение 1*. Значение критерия Стьюдента на 1 и 5% уровнях значимости 94
*Приложение 2.* Значение критерия Фишера на 5% уровне значимости 95
Список использованной литературы 96

## *Практическое занятие №1*
## *ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА ВЫБОРКИ*

Основным методом, использующимся в практике агрономических исследований, является выборочный. Задача выборочного метода – оценка генеральной совокупности на основе наблюдений над выборочной совокупностью. Достоверность выводов и интерпретация результатов в значительной степени зависят от репрезентативности выборки, т.е. полноты и адекватности представления значений изучаемого признака. При слишком маленьком объеме выборки достоверность результатов снижается, при большом – увеличивается объем исследований, в то время как оптимальный объем выборки позволяет получить статистически достоверные результаты при определенном уровне вероятности.

При количественной изменчивости оптимальный объем выборки определяется по следующей формуле:

$$n = t^2\left(\frac{V}{\Delta}\right)^2 \qquad (1)$$

где t – критерий Стьюдента;

V – коэффициент вариации;

Δ – допустимая относительная погрешность.

Критерий Стьюдента берется из статистической таблицы (приложение 1) с учетом принятого уровня значимости (1 или 5%).

Коэффициент вариации рассчитывается по формуле

$$V = \frac{s}{\bar{X}} \cdot 100 \qquad (2)$$

Примерное значение стандартного отклонения рассчитывается по формуле

$$s \approx \frac{X_{\max} - X_{\min}}{6} \qquad (3)$$

Примерное значение среднего арифметического рассчитывается по формуле

$$\bar{X} \approx \frac{X_{max} + X_{min}}{2} \quad (4)$$

Значение допустимой относительной погрешности определяется исходя из заданной точности опыта. При высокой точности она составляет 2-3%, средней – 5-6%, удовлетворительной – до 10%.

**Пример.** ***Вычислить объем выборки на 1 и 5% уровне значимости для определения средней массы плода дыни сорта Приднестровская при допустимой относительной погрешности 7%. В выборке из 30 плодов масса самого крупного составила - 1,42 кг, самого мелкого – 0,75 кг.***

*Решение*

*1. Вычисляем примерную величину среднего арифметического по формуле 4*

$$\bar{X} \approx \frac{X_{max} + X_{min}}{2} = \frac{1{,}42 + 0{,}75}{2} = \frac{2{,}17}{2} = 1{,}08$$

*2. Вычисляем примерную величину стандартного отклонения по формуле 3*

$$s \approx \frac{X_{max} - X_{min}}{6} = \frac{1{,}42 - 0{,}75}{6} = \frac{0{,}67}{6} = 0{,}11$$

3. *Рассчитываем коэффициент вариации по формуле 2*

$$V = \frac{s}{\bar{X}} \cdot 100 = \frac{0{,}11}{1{,}08} \cdot 100 = 10$$

4. *Определяем объем выборки по формуле 1*

***при 1% уровне значимости*** при v=30-1=29 $t_{01}$= 2,76

$$n = t^2 \cdot \left(\frac{V}{\Delta}\right)^2 = 2{,}76^2 \cdot \left(\frac{10}{7}\right)^2 = 7{,}6 \cdot 1{,}4^2 = 7{,}6 \cdot 2{,}0 = 15{,}2 \approx 15$$

***при 5% уровне значимости*** при v=30-1=29 $t_{05}$= 2,05

$$n = t^2 \cdot \left(\frac{V}{\Delta}\right)^2 = 2{,}05^2 \cdot \left(\frac{10}{7}\right)^2 = 4{,}2 \cdot 1{,}4^2 = 4{,}2 \cdot 2{,}0 = 8{,}4 \approx 8$$

Т.к., объем выборки не может быть дробным числом, числовое значение объема выборки округляют до целого.

***Таким образом, объем выборки для определения средней массы плода дыни сорта Приднестровская при 5% уровне значимости и допустимой относительной погрешности 7% должен составлять 8 плодов, при 1% уровне значимости – 15.***

***Задание.*** Согласно N примера определить объем выборки на 1 и 5% уровне значимости.

**Пример 1.** Вычислить объем выборки на 1 и 5% уровне значимости для определения средней массы кочана капусты сорта Июньская при допустимой относительной погрешности 6%. В выборке из 25 кочанов масса самого крупного составила 2,57 кг, самого мелкого – 1,03 кг.

**Пример 2.** Вычислить объем выборки на 1 и 5% уровне значимости для определения средней массы луковицы лука репчатого сорта Кармен при допустимой относительной погрешности 5%. В выборке из 26 луковиц масса самой крупной составила 95 г, самой мелкой – 24 г.

**Пример 3.** Вычислить объем выборки на 1 и 5% уровне значимости для определения средней массы кочана кукурузы сахарной гибрида Порумбень 340МВ при допустимой относительной погрешности 9%. В выборке из 31 початка масса самого крупного составила 202 г, самого мелкого – 114 г.

**Пример 4.** Вычислить объем выборки на 1 и 5% уровне значимости для определения средней массы плода томата гибрида Марфа при допустимой относительной погрешности 8%. В выборке из 50 плодов масса самого крупного составила 235 г, самого мелкого – 112 г.

**Пример 5.** Вычислить объем выборки на 1 и 5% уровне значимости для определения средней массы плода патиссона

сорта Солнышко при допустимой относительной погрешности 6%. В выборке из 50 плодов масса самого крупного составила 0,72 кг, самого мелкого – 0,33 кг.

**Пример 6.** Вычислить объем выборки на 1 и 5% уровне значимости для определения средней массы грозди винограда технического направления сорта Бианка при допустимой относительной погрешности 10%. В выборке из 24 гроздей масса самой крупной составила 152 г, самой мелкой – 85 г.

**Пример 7.** Вычислить объем выборки на 1 и 5% уровне значимости для определения средней массы грозди винограда столового направления сорта Ранний Магарача при допустимой относительной погрешности 7%. В выборке из 26 гроздей масса самой крупной составила 486 г, самой мелкой – 271 г.

**Пример 8.** Вычислить объем выборки на 1 и 5% уровне значимости для определения средней массы плода яблони сорта Айдаред при допустимой относительной погрешности 8%. В выборке из 40 плодов масса самого крупного составила 192 г, самого мелкого – 113 г.

**Пример 9.** Вычислить объем выборки на 1 и 5% уровне значимости для определения средней массы плода груши сорта Ноябрьская при допустимой относительной погрешности 9%. В выборке из 50 плодов масса самого крупного составила 364 г, самого мелкого – 198 г.

**Пример 10.** Вычислить объем выборки на 1 и 5% уровне значимости для определения средней массы плода персика сорта Редхейвен при допустимой относительной погрешности 10%. В выборке из 50 плодов масса самого крупного составила 285 г, самого мелкого – 158 г.

### *Решение*

1. Записать условие примера.
2. Вычислить примерную величину среднего арифметического

$$\bar{X} \approx \frac{X_{max} + X_{min}}{2} =$$

3. Вычислить примерную величину стандартного отклонения

$$s \approx \frac{X_{max} - X_{min}}{6} =$$

4. Рассчитать коэффициент вариации

$$V = \frac{s}{\bar{X}} \cdot 100 =$$

5. Определить объем выборки

при 1% уровне значимости при v= $t_{01}$=

$$n = t_{01}^2 \cdot \left(\frac{V}{\Delta}\right)^2 =$$

при 5% уровне значимости при v= $t_{05}$=

$$n = t_{05}^2 \cdot \left(\frac{V}{\Delta}\right)^2 =$$

***Контрольные вопросы***:

1. Что такое совокупность и выборка?
2. Что является основной задачей выборочного метода проведения исследований?
3. Как определяется значение допустимой погрешности?

## *Практическое занятие №2*
## *МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОЩАДИ ЛИСТОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ*

Определение площади листьев является достаточно сложным приемом, так как их форма и размер изменяется в течение всего вегетационного периода. Кроме того, форма листовых пластинок весьма разнообразна и трудно поддается измерению.

Площадь листовой пластинки можно определить несколькими способами. Наиболее широко используют способ высечек, контурный способ и расчетный способ.

**Способ высечек.** С 10-15 модельных растений отбирают листья и их взвешивают. Затем листья складывают стопками и при помощи ручного сверла, имеющего вид металлической

трубки диаметром от 5 до 25 мм с заостренными краями, делают по 5-10 штук высечек с одного листа. Высечки берут таким образом, чтобы в пробу попали как пластинки листа, так и центральные жилки. После взвешивания высечек среднюю площадь одного листа в пробе (см$^2$) рассчитывают по формуле

$$П = \frac{М \times П_1 \times К}{М_1 \times N} \qquad (5)$$

где М – масса листьев в пробе, г;

$П_1$ – площадь одной высечки, см$^2$;

К – число высечек;

$М_1$ – масса высечек, г;

N – количество листьев в пробе.

Недостатком данного метода является то, что жилки листа, попадающие в высечки, могут увеличивать их массу. Кроме этого, масса высечек, взятых в разных местах листа, будет неодинаковой из-за различной их толщины у основания и верхушки.

**Пример.** ***В пробе из 120 листьев яблони сорта Фуджи было сделано 700 высечек буром диаметром 20 мм. Определить среднюю площадь листа яблони, если масса всей пробы составила 39,37 г, масса высечек - 0,42 г.***

*Решение*

1. *Определяем площадь одной высечки*

$$П_1 = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3{,}14 \times 0{,}2^2}{4} = \frac{3{,}14 \times 0{,}04}{4} = \frac{0{,}126}{4} = 0{,}032$$

2. *Определяем среднюю площадь листа по формуле 5*

$$П = \frac{М \times П_1 \times К}{М_1 \times N} = \frac{39{,}37 \times 0{,}032 \times 700}{0{,}42 \times 120} = \frac{881{,}89}{50{,}4} = 17{,}50 \text{ см}^2$$

***Т***аким образом, ***средняя площадь 1 листа яблони сорта Фуджи составляет 17,5 см$^2$.***

**Контурный способ.** Контуры разложенных на бумаге

листьев с модельных растений обводят карандашом, затем их площадь измеряют планиметром и выводят общую площадь учетных листьев. При отсутствии планиметра контуры листьев на бумаге вырезают и взвешивают. Одновременно взвешивают расчерченную на квадратики площадью 1 см$^2$ такую же бумагу определенной площади. По отношению массы расчерченной бумаги к ее площади рассчитывают массу 1 см$^2$ бумаги. Разделив массу вырезанных из бумаги контуров листьев на массу 1 см$^2$ бумаги, определяют площадь листьев в пробе. Дальнейшие расчеты ведут по методике способа высечек.

**Расчетный способ.** Линейкой измеряют длину и наибольшую ширину листа. Затем с помощью переводных коэффициентов (0,67 – для культур с линейной, продолговатой формой листьев и 0,74 – для культур с овальными листьями), рассчитывают площадь одного отдельного листа (см$^2$) по формуле

$$П = Д \times Ш \times К \qquad (6)$$

где Д и Ш – соответственно длина и ширина листа, см;

*К* – переводной коэффициент (0,67 или 0,74).

Преимуществом этого способа является то, что его можно использовать при изучении динамики нарастания листовой пластинки на модельных растениях, т. е. определять площадь одной и той же листовой пластинки на растении несколько раз за вегетацию, не срезая их.

**Пример.** ***Определить среднюю площадь листа лука сорта Халцедон, если длина и ширина (мм) 10 листьев составила:***

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Длина | 130 | 198 | 231 | 184 | 201 | 153 | 168 | 207 | 213 | 163 |
| Ширина | 9 | 10 | 13 | 11 | 14 | 10 | 9 | 14 | 10 | 8 |

*Решение*

1. *Определяем среднюю длину листьев*

$$Д = \frac{\sum X}{n} = \frac{13{,}0 + 19{,}8 + 23{,}1 + 18{,}4 + 20{,}1 + 15{,}3 + 16{,}8 + 20{,}7 + 21{,}3 + 16{,}3}{10} =$$

$$= \frac{184{,}8}{10} = 18{,}48 см$$

2. *Определяем среднюю ширину листьев*

$$Ш = \frac{\sum X}{n} = \frac{0{,}9 + 1{,}0 + 1{,}3 + 1{,}1 + 1{,}4 + 1{,}0 + 0{,}9 + 1{,}4 + 1{,}0 + 0{,}8}{10} =$$

$$= \frac{108}{10} = 1{,}08 см$$

3. *Определяем среднюю площадь одного листа по формуле 6*

Т.к. листья лука имеют форму близкую линейной, применяем коэффициент **0,67**

$$П = Д \times Ш \times К = 18{,}48 \times 1{,}08 \times 0{,}67 = 13{,}37 см^2$$

***Т***аким образом, ***средняя площадь 1 листа лука сорта Халцедон составляет 13,37 см$^2$.***

Более точным является расчетный способ определения площади листьев с использованием **уравнения регрессии**. Уравнения регрессии рассчитываются для конкретного сорта. Так, для определения площади листа моркови сорта Нантская используют уравнение Y = -23+0,391X (где X – длина жилки); огурца (вне зависимости от сорта) – Y =-9,8+0,676X (где X= Д х Ш), лука сорта Каба – Y = 10,4+0,611X (где X= Д х Ш), свеклы сорта Бордо – Y= 16+0,624X (где X= Д х Ш), томата сорта Алпатьева 905-А – Y=-17,2+0,364X (где X – квадрат длины листа).

**Пример.** ***Определить расчетным методом среднюю площадь листа огурца сорта Родничок, если длина и ширина (мм) 10 листьев составила:***

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Длина | 85 | 123 | 137 | 97 | 98 | 112 | 94 | 118 | 105 | 91 |
| Ширина | 110 | 127 | 135 | 101 | 107 | 125 | 112 | 121 | 118 | 104 |

*Решение*

1. *Определяем среднюю длину листьев*

$$Д = \frac{\sum X}{n} = \frac{8{,}5+12{,}3+13{,}7+9{,}7+9{,}8+11{,}2+9{,}4+11{,}8+10{,}5+9{,}1}{10} =$$

$$= \frac{106{,}0}{10} = 10{,}6 см$$

2. *Определяем среднюю ширину листьев*

$$Ш = \frac{\sum X}{n} = \frac{11{,}0+12{,}7+13{,}5+10{,}1+10{,}7+12{,}5+11{,}2+12{,}1+11{,}8+10{,}4}{10} =$$

$$= \frac{116{,}0}{10} = 11{,}6 см$$

3. *Определяем среднюю площадь одного листа*

Y =-9,8+0,676X= -9,8+0,676x10,6x11,6=-9,8+82,38=72,58 см

***Т***аким образом, ***средняя площадь 1 листа огурца сорта Родничок составляет 72,58 см$^2$.***

**Метод сканирования** - новый метод определения площади листьев растений с использованием компьютерной технологии с помощью специальных программ.

***Задание.*** Согласно N задания определить среднюю площадь 1 листа.

**Задание 1**.

***Пример 1***. В пробе из 150 листьев винограда сорта Сурученский белый было сделано 1200 высечек буром диаметром 25 мм. Определить среднюю площадь листа винограда, если масса всей пробы составила 274,41 г, масса высечек – 0,88 г.

***Пример 2***. Определить расчетным способом среднюю площадь листа перца сорта Богатырь, если длина и ширина (мм) 10 листьев составила:

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Длина | 142 | 134 | 125 | 85 | 127 | 99 | 92 | 110 | 77 | 82 |
| Ширина | 80 | 73 | 78 | 37 | 64 | 55 | 46 | 56 | 40 | 36 |

**Задание 2**.

***Пример 1.*** В пробе из 250 листьев яблони сорта Мелба было сделано 1400 высечек буром диаметром 25 мм. Определить среднюю площадь листа яблони, если масса всей пробы составила 75,19 г, масса высечек – 1,48 г.

***Пример 2***. Определить расчетным способом среднюю площадь листа огурца сорта Струмок, если длина и ширина (мм) 10 листьев составила:

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Длина | 92 | 114 | 124 | 88 | 114 | 109 | 89 | 121 | 107 | 117 |
| Ширина | 104 | 139 | 131 | 103 | 121 | 117 | 106 | 132 | 112 | 124 |

**Задание 3**.

***Пример 1***. В пробе из 130 листьев винограда сорта Бианка было сделано 800 высечек буром диаметром 25 мм. Определить среднюю площадь листа винограда, если масса всей пробы составила 212,68 г, масса высечек – 0,55 г.

***Пример 2***. Определить расчетным способом среднюю площадь листа перца сорта Подарок Молдовы, если длина и ширина (мм) 10 листьев составила:

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Длина | 122 | 104 | 111 | 79 | 107 | 89 | 102 | 98 | 77 | 82 |
| Ширина | 60 | 53 | 62 | 34 | 51 | 50 | 44 | 46 | 40 | 36 |

**Задание 4**.

***Пример 1***. В пробе из 140 листьев абрикоса сорта Краснощекий было сделано 800 высечек буром диаметром 20 мм. Определить среднюю площадь листа абрикоса, если масса всей пробы составила 94,18 г, масса высечек – 0,53 г.

***Пример 2***. Определить расчетным способом среднюю площадь листа вишни сорта Молдавская черная, если длина и ширина (мм) 10 листьев составила:

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Длина | 94 | 82 | 88 | 92 | 99 | 86 | 84 | 93 | 90 | 92 |
| Ширина | 47 | 43 | 45 | 49 | 51 | 42 | 37 | 52 | 48 | 54 |

**Задание 5**.

***Пример 1***. В пробе из 200 листьев винограда сорта Молдова было сделано 1500 высечек буром диаметром 25 мм. Определить среднюю площадь листа винограда, если масса всей пробы составила 419,32 г, масса высечек – 1,18 г.

***Пример 2***. Определить расчетным способом среднюю площадь листа черешни сорта Рекорд, если длина и ширина (мм) 10 листьев составила:

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Длина | 104 | 102 | 94 | 98 | 109 | 104 | 108 | 113 | 112 | 110 |
| Ширина | 58 | 61 | 55 | 57 | 62 | 58 | 57 | 61 | 55 | 63 |

**Задание 6**.

***Пример 1.*** В пробе из 170 листьев яблони сорта Голден делишес было сделано 900 высечек буром диаметром 25 мм. Определить среднюю площадь листа яблони, если масса всей пробы составила 64,52 г, масса высечек – 1,1 г.

***Пример 2***. Определить расчетным способом с применением уравнения регрессии среднюю площадь листа моркови сорта Нантская, если длина жилки (мм) 10 листьев составила:

213 227 210 207 184 192 188 201 179 187

**Задание 7**.

***Пример 1***. В пробе из 200 листьев абрикоса сорта Краснощекий было сделано 1200 высечек буром диаметром 20 мм. Определить среднюю площадь листа абрикоса, если масса всей пробы составила 134,8 г, масса высечек – 0, 78 г.

***Пример 2***. Определить расчетным способом с применением уравнения регрессии среднюю площадь листа огурца гибрида Зубренок, если длина и ширина (мм) 10 листьев составила:

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Длина | 99 | 104 | 112 | 98 | 119 | 109 | 99 | 124 | 105 | 119 |
| Ширина | 114 | 109 | 121 | 107 | 131 | 118 | 108 | 130 | 117 | 126 |

**Задание 8**.

***Пример 1.*** В пробе из 160 листьев винограда сорта Мускат было сделано 750 высечек буром диаметром 25 мм. Определить среднюю площадь листа винограда, если масса всей пробы составила 226,79 г, масса высечек – 0,58 г.

***Пример 2***. Определить расчетным способом среднюю площадь листа лука сорта Кармен, если длина и ширина (мм) 10 листьев составила:

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Длина | 153 | 188 | 201 | 174 | 219 | 163 | 152 | 211 | 193 | 153 |
| Ширина | 11 | 10 | 12 | 12 | 11 | 11 | 9 | 13 | 8 | 7 |

**Задание 9**.

***Пример 1.*** В пробе из 190 листьев яблони сорта Монтуанское было сделано 600 высечек буром диаметром 20 мм. Определить среднюю площадь листа яблони, если масса всей пробы составила 66,82 г, масса высечек – 0,53 г.

***Пример 2***. Определить расчетным методом с использованием уравнения регрессии среднюю площадь листа лука сорта Каба, если длина и ширина (мм) 10 листьев составила:

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Длина | 143 | 128 | 164 | 142 | 169 | 153 | 122 | 171 | 133 | 154 |
| Ширина | 9 | 7 | 11 | 11 | 10 | 9 | 7 | 10 | 6 | 8 |

**Задание 10**.

***Пример 1.*** В пробе из 170 листьев абрикоса сорта Кишиневский ранний было сделано 600 высечек буром диаметром 20 мм. Определить среднюю площадь листа абрикоса, если масса всей пробы составила 117,6 г, масса высечек - 0,41 г.

***Пример 2***. Определить расчетным методом с использованием уравнения регрессии среднюю площадь листа томата сорта Алпатьева 905-А, если длина (мм) 10 листьев составила:

273 289 310 256 214 318 267 252 281 275

***Контрольные вопросы***:

1. Какие методы используют для определения площади листьев?
2. Сущность методов определения площади листьев.

## *Практическое занятие №3*
## *РАЗРАБОТКА ОСНОВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ МЕТОДИКИ ПОЛЕВОГО ОПЫТА ПО ДАННЫМ ДРОБНОГО УЧЕТА*

Под *методикой полевого опыта* подразумевают совокупность слагающих ее вариантов: число вариантов, число повторностей, площадь делянок, их форму и направление, систему размещения вариантов по делянкам опыта, метод учета урожая.

Точность полевого опыта в значительной мере определяется повторностью опыта на территории и во времени. *Повторностью опыта на территории* называют число одноименных делянок каждого варианта, а *повторностью опыта во времени* - число лет проведения эксперимента. Территориальная повторность дает возможность полнее охватить каждым вариантом опыта пестроту земельного участка и получить более устойчивые и точные средние, а повторность опыта во времени позволяет установить действие изучаемых факторов в разных метеоро-

логических условиях. При увеличении повторности заметно снижается ошибка опыта. Установлено, что особенно сильно ошибка снижается при увеличении повторностей до 4-6-кратной, дальнейшее повышение повторности не приводит к существенному уменьшению ошибки. Большую часть однофакторных и небольших многофакторных полевых опытов с качественными вариантами проводят при 4-6-кратной повторности; 6-8-кратная повторность применяется, когда опыт закладывают на небольших делянках от 2 до 10 м$^2$ и недостаточно выровненных земельных участках; повторность свыше 8-кратной используют только в особых случаях для доказательства незначительных эффектов. Многофакторные опыты по изучению действия и взаимодействия количественных факторов в широком диапазоне градаций можно проводить в 2-3 кратной повторности.

Под опыты отводятся земельные участки с однородным почвенным покровом, обеспечивающим достаточную точность опыта. Нельзя закладывать опыт на участках, история которых неизвестна. Для подготовки земельного участка к закладке опыта используют уравнительный и рекогносцировочный посевы.

*Уравнительным посевом* называют сплошной посев какой-либо культуры, проведенный по всей площади участка в целях повышения однородности почвенного плодородия.

*Разведочным или рекогносцировочным посевом* называют посев одной культуры, который проводится с дробным учетом урожая. Сущность дробного учета заключается в том, урожай учитывают отдельными небольшими делянками, что позволяет установить закономерность варьирования плодородия почвы на данном участке. Результаты дробного учета наносят на план различной штриховкой, соответствующей разной высоте урожая. Это позволяет выделить в пределах земельного участка однородные по уровню плодородия почвы, на которых располагают опыт или целые повторения.

**Пример.** ***На основании данных дробного учета установить характер варьирования плодородия почвы, определить количество повторностей и метод размещения ва-***

***риантов в опыте, если в планируемом эксперименте точность опыта должна составлять 5%.***

При дробном учете урожая были получены следующие значения урожайности по 20 делянкам рекогносцировочного посева озимого ячменя:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 25 | 32 | 30 | 29 | 21 | 18 | 22 | 34 | 26 | 28 |
| 27 | 31 | 26 | 20 | 25 | 24 | 29 | 31 | 33 | 25 |

*Решение*

*1. Определяем степень варьирования почвенного плодородия*

Общее число делянок N = 20

Средняя урожайность по участку:

$$\bar{x} = \sum X \div N = (25+32+30+29+21+18+22+34+26+28+27+31+26+$$
$$+20+25+24+29+31+33+25) \div 20 = 536 \div 20 = 26{,}8 \approx 27$$

Корректирующий фактор

$$C = \left(\sum X\right)^2 \div N = \frac{536^2}{20} = \frac{287296}{20} = 14364{,}8 \approx 14365$$

Сумма квадратов отклонений

$$\sum (X - \bar{x})^2 = \sum X^2 - C =$$

$25^2+32^2+30^2+29^2+21^2+18^2+22^2+34^2+26^2+28^2+27^2++31^2+26^2+20^2+$
$+25^2+24^2+29^2+31^2+33^2+25^2$ - 14365= 625+1024+900+841+441+
+324+484+1156+676+784+729+961+676+400+625+576+841+961
+1089+625 –14365=14738 – 14365 = 373

Дисперсия $s^2 = \dfrac{\sum (X - \bar{x})^2}{N-1} = \dfrac{373}{20-1} = \dfrac{373}{19} = 19{,}6$

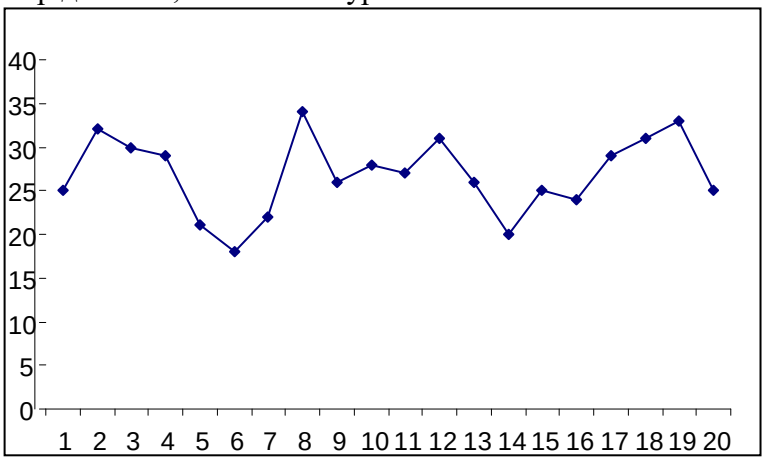
Стандартное отклонение $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{19{,}6} = 4{,}4$

Коэффициент вариации $V = \dfrac{s}{\bar{x}} \cdot 100\% = \dfrac{4{,}4}{27} \cdot 100 = 16\%$

***Коэффициент вариации равен 16%, следовательно, варьирование почвенного плодородия среднее.***

*2. Определяем вид варьирования почвенного плодородия*:

Для определения вида варьирования почвенного плодородия строим график, на котором по оси X откладываем номер делянки, а по оси Y урожайность.




Согласно графика значения урожайности по делянкам дробного учета урожая колеблются вокруг величины средней урожайности по участку, следовательно на данном земельном участке наблюдается ***случайное варьирование почвенного плодородия***.

*3. Рассчитываем необходимое количество повторностей и определяем метод размещения вариантов по делянкам полевого опыта*

Повторность опыта $n = \left(\frac{V}{S_{x\%}}\right)^2 = \left(\frac{16}{5}\right)^2 = 3{,}2^2 = 10$

Таким образом, для обеспечения точности опыта 5% эксперимент следует закладывать в 10-кратной повторности. Оптимальное количество повторностей составляет 4-6, следовательно, данный участок ***не подходит*** для закладки эксперимента. Так как участок не подходит для проведения опыта, мы не определяем метод размещения вариантов.

Если количество повторностей меньше 6, необходимо выбрать один из рендомизированных методов размещения вари-

антов по делянкам полевого опыта в зависимости от вида варьирования почвенного плодородия.

**Задание.** ***На основании данных дробного учета определить характер варьирования плодородия почвы; спланировать основные элементы полевого опыта (количество повторностей, метод размещения вариантов в опыте), если в новом эксперименте точность опыта должна составлять 5%.***

*Шифр задания к работе*

| № задания | №№ полос | № задания | №№ полос | № задания | №№ полос | № задания | №№ полос |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 1 2 | **16** | 7 9 | **31** | 3 13 | **46** | 8 11 |
| **2** | 3 4 | **17** | 6 8 | **32** | 4 14 | **47** | 9 12 |
| **3** | 5 6 | **18** | 9 11 | **33** | 5 15 | **48** | 10 13 |
| **4** | 7 9 | **19** | 8 10 | **34** | 6 16 | **49** | 11 14 |
| **5** | 9 10 | **20** | 11 13 | **35** | 7 17 | **50** | 12 15 |
| **6** | 11 12 | **21** | 10 12 | **36** | 8 18 | **51** | 13 16 |
| **7** | 13 14 | **22** | 13 15 | **37** | 9 19 | **52** | 14 17 |
| **8** | 15 16 | **23** | 12 14 | **38** | 10 20 | **53** | 15 18 |
| **9** | 17 18 | **24** | 15 17 | **39** | 1 4 | **54** | 16 19 |
| **10** | 19 20 | **25** | 14 16 | **40** | 2 5 | **55** | 17 20 |
| **11** | 1 3 | **26** | 17 19 | **41** | 3 6 | **56** | 1 12 |
| **12** | 2 4 | **27** | 16 18 | **42** | 4 7 | **57** | 2 13 |
| **13** | 3 5 | **28** | 18 20 | **43** | 5 8 | **58** | 3 14 |
| **14** | 4 6 | **29** | 1 11 | **44** | 6 9 | **59** | 4 15 |
| **15** | 5 7 | **30** | 2 12 | **45** | 7 10 | **60** | 5 16 |

| № полосы | Урожай дробного учета ячменя, ц/га | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 25 | 27 | 27 | 26 | 24 | 27 | 29 | 32 | 29 | 31 |
| 2 | 32 | 31 | 31 | 30 | 31 | 31 | 30 | 30 | 27 | 33 |
| 3 | 18 | 19 | 24 | 21 | 23 | 23 | 23 | 20 | 24 | 21 |
| 4 | 19 | 20 | 21 | 23 | 21 | 22 | 22 | 23 | 21 | 23 |
| 5 | 20 | 26 | 25 | 23 | 27 | 25 | 25 | 26 | 26 | 28 |
| 6 | 32 | 31 | 26 | 29 | 30 | 28 | 30 | 28 | 27 | 27 |
| 7 | 35 | 34 | 30 | 34 | 27 | 31 | 29 | 28 | 25 | 23 |
| 8 | 20 | 30 | 19 | 26 | 29 | 25 | 20 | 23 | 22 | 24 |
| 9 | 30 | 28 | 27 | 26 | 27 | 27 | 25 | 24 | 23 | 22 |
| 10 | 22 | 20 | 17 | 16 | 25 | 24 | 24 | 23 | 22 | 21 |
| 11 | 24 | 22 | 26 | 29 | 31 | 22 | 23 | 25 | 29 | 27 |
| 12 | 29 | 27 | 27 | 27 | 25 | 26 | 26 | 26 | 22 | 24 |
| 13 | 24 | 24 | 24 | 25 | 25 | 26 | 27 | 26 | 28 | 26 |
| 14 | 23 | 24 | 24 | 28 | 25 | 25 | 26 | 27 | 24 | 30 |
| 15 | 21 | 23 | 25 | 26 | 27 | 21 | 22 | 24 | 24 | 25 |
| 16 | 26 | 25 | 26 | 24 | 20 | 23 | 23 | 22 | 21 | 21 |
| 17 | 32 | 28 | 26 | 23 | 25 | 29 | 26 | 27 | 23 | 25 |
| 18 | 28 | 23 | 26 | 24 | 27 | 26 | 25 | 24 | 22 | 23 |
| 19 | 32 | 30 | 29 | 28 | 27 | 28 | 24 | 28 | 22 | 21 |
| 20 | 27 | 22 | 27 | 21 | 25 | 28 | 25 | 24 | 21 | 22 |

***Решение***

1. *Определить степень варьирования плодородия почвы*

Общее число делянок N =

Средняя урожайность по участку $\bar{x} = \sum X \div N =$

Корректирующий фактор $C = \left(\sum X\right)^2 \div N =$

Сумма квадратов отклонений $\sum (X - \bar{x})^2 = \sum X^2 - C =$

Дисперсия $s^2 = \frac{\sum (X - \bar{x})^2}{N-1} =$

Стандартное отклонение $s = \sqrt{s^2} =$

Коэффициент вариации $V = \frac{s}{\bar{X}} \cdot 100\% =$

2. *Определить вид варьирования плодородия почвы*
Построить график и сделать вывод
3. *Планирование основных элементов методики полевого опыта.*

Повторность опыта $n = \left(\frac{V}{s_{x\%}}\right)^2 =$

Метод размещения вариантов:

***Контрольные вопросы:***

1. Что входит в понятие «методика полевого опыта»?
2. Что такое повторность и повторение?
3. Основные группы методов размещения вариантов по делянкам полевого опыта.
4. Какие основные рендомизированные методы используются в научно-исследовательской работе?
5. Что такое рекогносцировочный посев и в каких случаях он используется?
6. Виды варьирования почвенного плодородия.

## *Практическое занятие № 4*
## *ПЛАНИРОВАНИЕ ОПЫТА*

*Планирование* – это определение задачи и объектов исследований, разработка схемы эксперимента, выбор земельного участка и оптимальной структуры полевого опыта. При разработке схемы однофакторных опытов следует соблюдать *принцип*

*единственного различия*; при разработке многофакторных опытов – *принцип факториальности*.

Сущностью принципа единственного различия является то, что при проведении все агротехнические условия должны быть одинаковыми, кроме изучаемого фактора. Сущность принципа факториальности заключается в том, что схема опыта должна предусматривать испытание всех возможных сочетаний изучаемых факторов и их градаций, что позволяет установить действие и взаимодействие изучаемых факторов.

Наиболее простой факториальной схемой многофакторного опыта является схема с изучением фактов А и В, каждый их которых испытывается в 2 градациях 0 и 1. Такой факториальный опыт обозначается 2х2. Число множителей показывает количество изучаемых факторов, а каждый из множителей указывает число градаций данного фактора. Количество вариантов в схеме опыта определяется как произведение множителей.

При планировании полных факториальных схем используют *кодирование вариантов*. Изучаемые факторы обычно обозначают заглавными латинскими буквами, а их градации – арабскими цифрами. Кодирование позволяет все многообразие схем многофакторных опытов свести к ряду стандартных таблиц, которые получили название *матриц планирования*.

**Например, *составить матрицу планирования и схему двухфакторного опыта по изучению влияния двух градаций фунгицида Квадрис (0,4 и 0,6 л/га) для борьбы с пероноспорозом на огурце сортов Родничок и Струмок.***

*Решение*

1. *Кодируем факторы и их градации*

Фактор А – фунгицид Квадрис
0 – без обработки;
1 – 0,4 л/га;
2 – 0,6 л/га

Фактор В – сорт огурца
0 – Родничок;
1 – Струмок

2. *Составляем матрицу планирования*

3х2=6 вариантов

| № варианта | Фактор | | Кодированные варианты |
|---|---|---|---|
| | А | В | |
| 1 | 0 | 0 | А0В0 |
| 2 | 1 | 0 | А1В0 |
| 3 | 2 | 0 | А2В0 |
| 4 | 0 | 1 | А0В1 |
| 5 | 1 | 1 | А1В1 |
| 6 | 2 | 1 | А2В1 |

3. *Составляем схему опыта*

1 А0В0 Без обработки + сорт Родничок
2 А1В0 Квадрис нормой 0,4 л/га + сорт Родничок
3 А2В0 Квадрис нормой 0,6 л/га + сорт Родничок
4 А0В1 Без обработки + сорт Струмок
5 А1В1 Квадрис нормой 0,4 л/га + сорт Струмок
6 А2В1 Квадрис нормой 0,6 л/га + сорт Струмок

***Задание:*** Получив N варианта от преподавателя, составьте матрицу планирования и схему многофакторного опыта.

**Вариант 1.**

1. Составить матрицу планирования и схему двухфакторного опыта по изучению влияния трех градаций азотных удобрений (30, 60 и 90 кг/га д.в.) и гербицида эрадикан 6,7Е в нормах 4 и 6 кг/га на урожайность кукурузы.

2. Составить матрицу планирования и схему трехфакторного опыта по изучению сроков посева пшеницы (15, 20, 25 и 30 сентября), способов обработки почвы (глубокая вспашка, плоскорезная вспашка) и протравливания семян (без протравливания и с протравливанием) на урожайность озимой пшеницы.

**Вариант 2.**

1. Составить матрицу планирования и схему двухфакторного опыта по изучению эффективности предпосевной обработки почвы (культивация, фрезерование, боронование) и гербицида стомп в норме 3 и 4 кг/га на урожайность моркови.

2. Составить матрицу планирования и схему трехфакторного опыта по изучению влияния орошения (с орошением и без орошения), доз полного минерального удобрения ($N_{60}P_{60}K_{60}$, $N_{90}P_{90}K_{90}$, $N_{120}P_{120}K_{120}$) и сорта (Амагер и Волна) на урожайность капусты.

**Вариант 3.**

1. Составить матрицу планирования и схему двухфакторного опыта по изучению обильного и умеренного полива и фосфорно-калийных удобрений ($P_{45}K_{30}$, $P_{60}K_{45}$, $P_{75}K_{60}$, $P_{90}K_{75}$) на пораженность кукурузы пузырчатой головней.

2. Составить матрицу планирования и схему трехфакторного опыта по изучению эффективности обработки почвы (плужная и бесплужная), внесения базудина в норме 30, 40 и 50 кг/га и сорта озимой пшеницы (Виктория, Писанка, Одесская 200) на численность хлебной жужелицы.

**Вариант 4.**

1. Составить матрицу планирования и схему двухфакторного опыта по изучению чувствительности сортов озимой пшеницы Мироновская 808 и Кавказ к действию гербицида гродил макси в нормах 90, 100 и 110 г/га.

2. Составить матрицу планирования и схему трехфакторного опыта по изучению влияния яровизации, внесения полного минерального удобрения ($N_{30}P_{30}K_{30}$,$N_{60}P_{60}K_{60}$, $N_{90}P_{90}K_{90}$,) на урожайность картофеля сортов Ягодка, Спринтер и Светлячок.

**Вариант 5.**

1. Составить матрицу планирования и схему двухфакторного опыта по изучению влияния способа обработки семян (дражирование, инкрустация, барбатирование, протравливание) на всхожесть семян сортов томата Слава Молдовы и Алекс.

2. Составить матрицу планирования и схему трехфакторного опыта по изучению влияния сроков посева (озимый, подзимний, весенний) и норм высева (2, 4, 6 кг/га) на урожайность лука сортов Касатик и Халцедон.

**Вариант 6.**

1. Составить матрицу планирования и схему двухфакторного опыта по изучению сроков посева (10, 15, 20, 25 апреля) на урожайность сортов томата Марьюшка, Викторина, Факел

2. Составить матрицу планирования и схему трехфакторного опыта по изучению влияния выращивания на ровной поверхности и грядах, способа орошения (дождевание, капельный полив) на урожайность сортов перца сладкого Подарок Молдовы, Богатырь, Ласточка, Лумина.

**Вариант 7.**

1. Составить матрицу планирования и схему двухфакторного опыта по изучению влияния норм полива (300, 400 и 500м$^3$/га) на урожайность гороха овощного сортов Альфа, Вега, Эра.

2. Составить матрицу планирования и схему трехфакторного опыта по изучению влияния предшествующей культуры (озимая пшеница, подсолнечник, ранний картофель) и нормы высева (4, 5, 6 млн. шт/га) на урожайность пшеницы сортов Каравай и Легенда.

**Вариант 8.**

1. Составить матрицу планирования и схему двухфакторного опыта по изучению густоты стояния растений (800, 1000 и 1200 тыс./га) и внесения гербицида стомп в нормах 2, 3, 4 л/га на урожайность лука гибрида Золотистый.

2. Составить матрицу планирования и схему трехфакторного опыта по изучению влияния способов орошения (дождевание, капельный полив) и способа выращивания (рассадный, безрассадный) на урожайность капусты белокочанной сортов Альбатрос, Бинго, Гермес и Женева.

**Вариант 9.**

1. Составить матрицу планирования и схему двухфакторного опыта по изучению влияния протравливания клубней картофеля препаратом престиж сортов Минерва, Агата, Амароса, Рокко.

2. Составить матрицу планирования и схему трехфакторного опыта по изучению влияния густоты стояния (300, 350, 400 тыс. растений/га) и обработки гербицидом пульсар в нормах 0,75 и 1,0 л/га на урожайность сои сортов Хаджибей и Альтаир.

**Вариант 10.**

1. Составить матрицу планирования и схему двухфакторного опыта по изучению способы выращивания (пересадочный, беспересадочный) на урожайность семян моркови сортов Нантская, Красавка, Витаминная, Аленка и Самсон.

2. Составить матрицу планирования и схему трехфакторного опыта по изучению влияния способа уборки (прямой и раздельный) и внекорневой подкормки мочевиной на содержание клейковины в зерне озимой пшеницы сортов Августа, Заря, Инна, Ахтырчанка.

***Контрольные вопросы***:

1. Что называется планированием?
2. Основные этапы планирования
3. Принцип планирования однофакторного опыта. Его сущность
4. Принцип планирования многофакторного опытов. Его сущность
5. Для какой цели используется матрица планирования?

## *Практическое занятие № 5*
## *ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ ОДНОФАКТОРНОГО ВЕГЕТАЦИОННОГО ОПЫТА*

При дисперсионном анализе одновременно обрабатываются данные нескольких выборок (вариантов), составляющих единый статистический комплекс, структура которого определяется схемой и методикой эксперимента.

*Сущностью дисперсионного анализа является расчленение общей суммы квадратов отклонений и общего числа степеней свободы на части, соответствующие структуре эксперимента, и оценка действия и взаимодействия изучаемых факторов по критерию Фишера.* С помощью дисперсионного анализа

проверяется нулевая гипотеза, которая для агрономических исследований формулируется следующим образом: между средними по вариантам опыта нет существенных различий.

Модель дисперсионного анализа определяется количеством изучаемых факторов, типом сравнительного эксперимента, а в полевом опыте также и методом размещения вариантов по делянкам. Для применения дисперсионного анализа опыт должен проводиться в нескольких повторностях.

Наиболее простой является схема однофакторного вегетационного опыта, где нет территориально организованных повторений. В этом случае общее число квадратов отклонений, т.е. общее варьирование, расчленяется на 2 компонента: варьирование вариантов и варьирование случайных факторов. Варьирование вариантов определяется влиянием изучаемого фактора и определяет варьирование между выборками; варьирование случайных факторов, или остаточное варьирование определяется влияние изучаемых факторов и определяет варьирование внутри выборки.

Общее число степеней свободы также делится на 2 компонента: число степеней свободы для вариантов и число степеней свободы для случайного варьирования

Варьирование вариантов и варьирование случайных факторов делят на соответствующие им степени свободы и получают две дисперсии: дисперсию вариантов и дисперсию ошибки.

Отношение дисперсии вариантов к дисперсии ошибки дает фактическое значение критерия Фишера F.

Для оценки действия изучаемых факторов фактическое значение критерия Фишера сравнивают с теоретическим, которое берут из статистической таблицы с учетом принятого уровня значимости и числа степеней свободы вариантов и ошибки.

Если $F_{факт.} < F_{теор.}$, нулевая гипотеза принимается, следовательно между вариантами нет существенных различий.

Если $F_{факт.} \geq F_{теор.}$, нулевая гипотеза отвергается, следовательно между вариантами есть существенные различия.

Критерий Фишера лишь показывает, что между изучаемыми вариантами есть существенные различия, но не указывает между какими средними имеются эти различия.

Для оценки существенности различий между средними рассчитывают ***наименьшую существенную разность*** (**НСР**), которая указывает предельную величину ошибки для разности двух выборочных средних ***d***. *Если разность двух выборочных средних больше или равна НСР, то она существенна, если она меньше НСР – несущественна.*

**Пример.** ***Масса клубней картофеля сорта Спринтер в зависимости от объема почвогрунта (г/растение).***

| Варианты опыта | Повторность | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 л – контроль | 83 | 91 | 75 | 88 |
| 3 л | 120 | 113 | 124 | 118 |
| 6 л | 162 | 158 | 164 | 167 |
| 8 л | 168 | 172 | 163 | 159 |

Нулевая гипотеза предполагает, что между вариантами нет существенных различий, следовательно, объем почвогрунта не влияет существенно на массу клубней картофеля сорта Спринтер. Для проверки нулевой гипотезы используем дисперсионный анализ.

*Решение*

1. *Заполняем вспомогательную таблицу*

| Варианты опыта | Повторность | | | | Суммы, V | Средние, x |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | | |
| 1 л - контроль | 83 | 91 | 75 | 88 | 337 | 84 |
| 3 л | 120 | 113 | 124 | 118 | 475 | 119 |
| 6 л | 162 | 158 | 164 | 167 | 651 | 163 |
| 8 л | 168 | 172 | 163 | 179 | 682 | 170 |
| Суммы | 533 | 534 | 526 | 552 | $\sum X =$ **2145** | - |

Проверим правильность заполнения таблицы: сумма сумм значений признака по вертикали должна быть равна сумме

сумм значений признака по горизонтали, т.е. $\sum X$ =337+475+651+682=533+534+526+552=**2145**

2. *Рассчитываем суммы квадратов*

***значений признака X***: для определения общей суммы квадратов следует каждое значение признака «*масса клубней картофеля*» (X) возвести в квадрат и затем сложить. Таким образом, мы получим выражение $\sum X^2$. В нашем примере общая сумма квадратов рассчитывается следующим образом:

$\sum X^2 = 83^2+91^2+75^2+88^2+120^2+113^2+124^2+118^2+162^2+158^2+164^2+$
$+167^2+168^2+172^2+163^2+179^2$=6889+8281+5625+7744+14400+
+12769+15376+13924+26244+24964+26896+27889+28224+
+29584+26569+32041=**307419**

***сумм значений признака по вариантам***: для определения выражения $\sum V^2$ необходимо сначала возвести в квадрат все суммы V, затем их сложить. В нашем примере сумма квадратов вариантов рассчитывается следующим образом:

$\sum V^2 = 337^2+475^2+651^2+682^2$=113569+225625+423801+465124=
=**1228119**

*3. Проводим дисперсионный анализ*

Общее число наблюдений $N = l \cdot n = 16$

( $l$ – число вариантов, n – количество повторностей)

Корректирующий фактор $C = \left(\sum X\right)^2 \div N = 2145^2$:16=
=4601025:16=287564

Суммы квадратов отклонений:

общая $Cy = \sum X^2 - C =$ 307419-287564=**19855**

вариантов $Cv = \sum V^2 \div n - C =$ 1228119:4-287564=307030-287564=**19466**

остатка $Cz = Cy - Cv =$ 19855-19466=**389**

Степени свободы:

общее число $v_y = N - 1 =$ 16-1=**15**

для вариантов $\nu_v = l - 1 = 4\text{-}1 = \mathbf{3}$

остатка $\nu_z = \nu_y - \nu_v = 15\text{-}3 = \mathbf{12}$

Таблица дисперсионного анализа

| Виды варьирования | Суммы квадратов отклонений | Степени свободы | Дисперсия (средний квадрат) | Критерий F | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | факт. | 05 |
| Общее | 19855 | 15 | - | - | - |
| Вариантов | 19466 | 3 | 6489 | 202,78 | 3,49 |
| Случайное (остаток) | 389 | 12 | 32 | - | - |

Дисперсия, или средний квадрат вариантов рассчитывается как отношение суммы квадратов отклонений вариантов к степеням свободы вариантов, т.е. $S_v^2 = \frac{19466}{3} = 6489$.

Дисперсия, или средний квадрат остатка рассчитывается как отношение суммы квадратов отклонений остатка к степеням свободы остатка, т.е. $S_z^2 = \frac{389}{12} = 32$.

Фактическое значение критерия Фишера рассчитывается по формуле

$$F = \frac{S_v^2}{S_z^2} = \frac{6489}{32} = 202{,}78$$

Теоретическое значение критерия Фишера берется из статистической таблицы для 5% уровня значимости и числа степеней свободы вариантов и остатка. При $v_v$=3 и $v_z$=12 $F_{05}$=3,49

Фактическое значение критерия Фишера больше, чем теоретическое, следовательно, нулевая гипотеза отвергается и между вариантами есть существенные различия. Т.к. между ва-

риантами есть существенные различия определяем наименьшую существенную разность (НСР).

Ошибка разности средних

$$s_d = \sqrt{\frac{2s_z^2}{n}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 32}{4}} = \sqrt{\frac{64}{4}} = \sqrt{16} = 4$$

где $s_z^2$ – дисперсия остатка

$$HCP_{05} = t_{05} \cdot s_d = 2{,}18 \cdot 4 = 9$$

Значение критерия $t_{05}$ берется из статистической таблицы для 5% уровня значимости и числа степеней свободы остатка. При $v_z$=12 $t_{05}$=2,18

Масса клубней картофеля сорта Спринтер
в зависимости от объема почвогрунта

| Варианты опыта | Среднее значение | Отклонение от контроля, d |
|---|---|---|
| 1 л – контроль | 84 | - |
| 3 л | 119 | 35 |
| 6 л | 163 | 79 |
| 8 л | 170 | 86 |

$НСР_{05}$=9

Сравниваем отклонения от контроля с $НСР_{05}$: все отклонения превышают значение $НСР_{05}$, следовательно, все опытные варианты существенно превышают контроль. Сравним 2 и 3 вариант: разница между их средними составляет 163-119=44; 44 больше $НСР_{05}$, следовательно, 3 вариант существенно превосходит 2. Сравним 3 и 4 варианты: разница между их средними составляет 170-163=7; 7 меньше $НСР_{05}$, следовательно, разница между этими вариантами несущественна.

**Вывод. С увеличением почвогрунта с 1 до 6 л масса клубней картофеля сорта Спринтер *существенно* увеличивается; дальнейшее увеличение объема до 8 л не увеличивает существенно массу клубней.**

***Задание:*** Получив N задания от преподавателя, провести дисперсионный анализ результатов однофакторного вегетационного опыта.

Шифр задания к работе

| № задания | Повторность | № задания | Повторность | № задания | Повторность |
|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 1 2 3 4 | **11** | 1 3 4 6 | **21** | 2 4 5 6 |
| **2** | 2 3 4 5 | **12** | 1 3 5 8 | **22** | 2 4 6 7 |
| **3** | 3 4 5 6 | **13** | 2 3 5 6 | **23** | 2 4 7 8 |
| **4** | 5 6 7 8 | **14** | 2 3 4 8 | **24** | 3 5 6 7 |
| **5** | 4 5 6 7 | **15** | 2 3 5 7 | **25** | 3 5 7 8 |
| **6** | 1 3 5 7 | **16** | 2 4 7 8 | **26** | 1 2 6 7 |
| **7** | 2 4 6 8 | **17** | 2 4 6 7 | **27** | 1 2 3 6 |
| **8** | 1 2 5 6 | **18** | 1 3 4 5 | **28** | 3 5 6 8 |
| **9** | 1 2 7 8 | **19** | 1 5 6 7 | **29** | 4 6 7 8 |
| **10** | 1 3 4 7 | **20** | 1 6 7 8 | **30** | 3 4 7 8 |

**Пример 1.** ***Влияние освещенности на урожайность зеленой массы кукурузы (кг/сосуд)***

| № | Варианты опыта, свет в люксах | Повторность | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | 1000 - контроль | 1,6 | 0,8 | 0,9 | 1,0 | 1,1 | 1,3 | 1,4 | 1,2 |
| 2 | 3000 | 2.1 | 1,8 | 2,0 | 1,8 | 1,8 | 2,4 | 2,5 | 2,3 |
| 3 | 6000 | 4,1 | 3,9 | 4,2 | 4,1 | 4,1 | 4,0 | 4,6 | 3,8 |
| 4 | 10000 | 4,2 | 4,0 | 4,5 | 4,3 | 4,7 | 4,3 | 5,0 | 4,9 |

**Пример 2.** ***Эффективность биопрепаратов в борьбе с переноспорозом огурца (степень поражения листьев через 14 дней после обработки, %)***

| № | Варианты опыта | Повторность | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | Контроль – без обработки | 43,3 | 42,9 | 39,4 | 40,1 | 45,8 | 48,2 | 40,4 | 43,7 |
| 2 | Гаупсин | 18,7 | 15,3 | 21,2 | 19,7 | 23,4 | 19,3 | 20,4 | 21,6 |
| 3 | Пентафаг | 42,7 | 43,8 | 42,1 | 45,5 | 44,9 | 41,9 | 42,7 | 43,8 |
| 4 | Планриз | 40,0 | 35,9 | 38,4 | 37,3 | 46,2 | 42,9 | 43,6 | 44,1 |

**Пример 3.** ***Влияние доз регулятора роста фумаран на урожайность редиса сорта Розово-красный с белым кончиком (г/сосуд)***

| № | Варианты опыта | Повторность | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | Контроль – без обработки | 42,7 | 43,3 | 45,4 | 41,2 | 40,9 | 43,5 | 44,8 | 42,7 |
| 2 | Фумаран – 0,01% | 49,0 | 52,7 | 51,4 | 53,2 | 55,3 | 47,2 | 49,6 | 53,7 |
| 3 | Фумаран – 0,15% | 55,0 | 57,7 | 59,3 | 57,1 | 55,8 | 56,7 | 54,7 | 53,8 |
| 4 | Фумаран – 0,25% | 63,3 | 62,7 | 61,9 | 59,5 | 58,3 | 60,1 | 56,7 | 57,1 |

***Решение***

1. *Записать условие примера, N задания, заполнить таблицу*

| Варианты опыта | Повторность | | | | Суммы, V | Средние, x |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| Суммы | | | | | $\sum X$ | - |

Сумма квадратов значений признака X $\sum X^2 =$

Сумма квадратов сумм значений признака по вариантам

$\sum V^2 =$

*2. Провести дисперсионный анализ*

Общее число наблюдений $N = l \cdot n =$

Корректирующий фактор $C = \left(\sum X\right)^2 \div N =$

Суммы квадратов отклонений:

общая $Cy = \sum X^2 - C =$

вариантов $Cv = \sum V^2 \div n - C =$

остатка $Cz = Cy - Cv =$

Степени свободы:

общее число $v_y = N - 1 =$

для вариантов $v_v = l - 1 =$

остатка $v_z = v_y - v_v =$

Таблица дисперсионного анализа

| Виды варьирования | Суммы квадратов | Степени свободы | Дисперсия | Критерий F | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | факт. | 05 |
| Общее | | | - | - | - |
| Вариантов | | | | | |
| Случайное (остаток) | | | | - | - |

Ошибка разности средних $s_d = \sqrt{\frac{2 s_z^2}{n}} =$

$$HCP_{05} = t_{05} \cdot s_d =$$

(озаглавить таблицу согласно условия примера)

| Варианты опыта | Среднее значение | Отклонение от контроля, d |
|---|---|---|
| | | - |
| | | |
| | | |
| | | |

***Вывод:***

***Контрольные вопросы:***

1. Сущность дисперсионного анализа
2. В чем недостаток критерия Фишера?
3. Метод оценки существенности разности средних.
4. На сколько компонентов делится общее варьирование в дисперсионном анализе данных вегетационного однофакторного опыта?
5. Влияние каких факторов отражает каждый компонент?

## *Практическое занятие № 6*
## *ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ ОДНОФАКТОРНОГО ПОЛЕВОГО ОПЫТА, ПРОВЕДЕННОГО МЕТОДОМ РЕНДОМИЗИРОВАННЫХ ПОВТОРЕНИЙ*

В полевом опыте источников варьирования больше, чем в вегетационном. Одним из основных факторов, влияющих на изменчивость результативного признака, является варьирование почвенного плодородия. При случайном варьировании почвенного плодородия опыт закладывается методом рендомизированных повторений, при закономерном варьировании – методом латинского квадрата или прямоугольника. Схема дисперсионного анализа однофакторного полевого опыта определяется методом размещения вариантов по делянкам полевого опыта.

При проведении опыта методом рендомизированных повторений общее варьирование ***Cy*** делится на 3 компонента: варьирование вариантов ***Cv,*** варьирование повторений ***Cp*** и случайное варьирование, или варьирование ошибки ***Cz***.

*Варьирование повторений* обусловлено влиянием почвенного плодородия и определяет варьирование признака между повторениями.

Общее число степеней свободы $v_y$ также разлагается на 3 части: степени свободы для вариантов $v_v$ , степени свободы для повторений $v_p$ и для случайного варьирования $v_z$. В дальнейшем результаты опыта обрабатываются как и в вегетационном опыте.

**Пример.** ***Конкурсное испытание сортов озимой пшеницы***

| Вариант | Повторения, X | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Тира – st | 42.9 | 42.5 | 43.8 | 43.2 |
| Одесская 162 | 39.4 | 40.2 | 39.0 | 40.7 |
| Виктория | 48.5 | 47.2 | 48.0 | 49.4 |
| Дана | 43.3 | 43.0 | 44.2 | 44.3 |
| Любава | 41.0 | 41.9 | 42.4 | 40.1 |

Нулевая гипотеза предполагает, что между вариантами нет существенных различий, следовательно, урожайность изучаемых сортов находится на одном уровне, т.е. сорта существенно не различаются по урожайности. Для проверки нулевой гипотезы используем дисперсионный анализ.

*Решение*

1. *Заполняем вспомогательную таблицу*

| Варианты опыта | Повторения | | | | Суммы, V | Средние,x |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | | |
| Тира - st | 42,9 | 42,5 | 43,8 | 43,2 | 172,4 | 43,1 |
| Одесская 162 | 39,4 | 40,2 | 39,0 | 40,7 | 159,3 | 39,8 |
| Виктория | 48,5 | 47,2 | 48,0 | 49,4 | 193,1 | 48,3 |
| Дана | 43,3 | 43,0 | 44,2 | 44,3 | 174,8 | 43,7 |
| Любава | 41,0 | 41,9 | 42,4 | 40,1 | 165,4 | 41,4 |
| Суммы, P | 215,1 | 214,8 | 217,4 | 217,7 | $\sum X =$ **865,0** | - |

Проверим правильность заполнения таблицы: сумма сумм значений признака по вертикали должна быть равна сумме сумм значений признака по горизонтали, т.е. $\sum X$ = 172,4+159,3+193,1+174,8+165,4=215,1+214,8+217,4+ +217,7=**865,0**

2. *Рассчитываем суммы квадратов*

***значений признака X***: для определения суммы квадратов следует каждое значение признака «*урожайность*» (X) возвести в квадрат и затем сложить.

$\sum X^2$=42,9$^2$+42,5$^2$+43,8$^2$+43,2$^2$+39,4$^2$+40,2$^2$+39,0$^2$+40,7$^2$+ +48,5$^2$++47,2$^2$+48,0$^2$+49,4$^2$+43,3$^2$+43,0$^2$+44,2$^2$+44,3$^2$+41,0$^2$+41,9$^2$+ +42,4$^2$+40,1$^2$=1840,4+1806,2+1918,4+1866,2+1552,4+1616,0+ +1521,0+1656,5+2352,2++2227,8+2304,0+2440,4+1874,9+1849,0+ +1953,6+ 1962,5+1681,0+1755,6++1797,8+1608,0=**37583,9**

***сумм значений признака по вариантам***: сначала возводим в квадрат все суммы V, затем их складываем. $\sum V^2$= =172,4$^2$+159,3$^2$+193,1$^2$+174,8$^2$+165,4$^2$=29721,8+25376,5+ +37287,6+30555,0+27357,2=**150298,1**

***сумм значений признака по повторениям***: сначала возводим в квадрат все суммы P, затем их складываем. $\sum P^2$= =215,1$^2$+214,8$^2$+217,4$^2$+217,7$^2$=46268,0+46139,0+47262,8+ +47393,3=**187063,1**

3. *Проводим дисперсионный анализ*

Определяем общее число наблюдений $N = l \cdot n = 5 \cdot 4 = 20$

( $l$ – число вариантов, n – количество повторений)

Корректирующий фактор

$C = \left(\sum X\right)^2 \div N =$ 865,0$^2$:20=748225,0:20=37411,5

Суммы квадратов отклонений:

общая $Cy = \sum X^2 - C =$ 37583,9-37411,5=**172,4**

вариантов $Cv = \sum V^2 \div n - C =$ 150298,1:4-37411,5=37574,5- -37411,5=**163,0**

повторений $Cp = \sum P^2 \div l - C =$ 187063,1:5-37411,5=37412,6--37411,5=**1,1**

остатка $Cz = Cy - Cv - Cp =$ 172,4-163,0-1,1=8,3

Степени свободы:

общее число $v_y = N - 1 =$ 20-1=19

для вариантов $v_v = l - 1 =$ 5-1=4

для повторений $v_p = n - 1 =$ 4-1=3

остатка $v_z = v_y - v_v - v_p =$ 19-4-3=12

Таблица дисперсионного анализа

| Виды варьирования | Суммы квадратов | Степени свободы | Дисперсия | Критерий F | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | факт. | 05 |
| Общее | 172,4 | 19 | - | - | - |
| Вариантов | 163,0 | 4 | 40,8 | 58,28 | 3,26 |
| Повторений | 1,1 | 3 | - | - | - |
| Случайное (остаток) | 8,3 | 12 | 0,7 | - | - |

Дисперсия, или средний квадрат вариантов рассчитывается как отношение суммы квадратов отклонений вариантов к степеням свободы вариантов, т.е. $S_v^2 = \frac{163{,}0}{4} = 40{,}8$.

Дисперсия, или средний квадрат остатка рассчитывается как отношение суммы квадратов отклонений остатка к степеням свободы остатка, т.е. $S_z^2 = \frac{8{,}3}{12} = 0{,}7$.

Фактическое значение критерия Фишера рассчитывается по формуле

$$F = \frac{S_v^2}{S_z^2} = \frac{40{,}8}{0{,}7} = 58{,}28$$

Теоретическое значение критерия Фишера берется из статистической таблицы для 5% уровня значимости и числа степеней свободы вариантов и остатка. При $v_v$=4 и $v_z$=12 $F_{05}$=3.26

Фактическое значение критерия Фишера больше, чем теоретическое, следовательно, нулевая гипотеза отвергается и между вариантами есть существенные различия. Т.к. между вариантами есть существенные различия определяем наименьшую существенную разность (НСР).

Ошибка разности средних

$$s_d = \sqrt{\frac{2s_z^2}{n}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,7}{4}} = \sqrt{\frac{1,4}{4}} = \sqrt{0,35} = 0,59$$

$$HCP_{05} = t_{05} \cdot s_d = 2,18 \cdot 0,59 = 1,3$$

Значение критерия $t_{05}$ берется из статистической таблицы для 5% уровня значимости и числа степеней свободы остатка. При $v_z$=12 $t_{05}$=2,18

Оценка сортов озимой пшеницы по урожайности

| Варианты опыта | Среднее значение | Отклонение от стандарта, d | Группа по НСР |
|---|---|---|---|
| Тира – st | 43,1 | - | - |
| Одесская 162 | 39,8 | -3,3 | III |
| Виктория | 48,3 | 5,2 | I |
| Дана | 43,7 | 0,6 | II |
| Любава | 41,4 | -1,7 | III |

Опытные варианты распределяем по группам в зависимости от величины отклонения средних значений урожайности испытуемых сортов от урожайности стандартного сорта Тира. Если отклонение от стандарта превышает НСР, по вариант относится к I группе, находится в пределах $\pm$НСР – ко II группе, если отклонение с отрицательным знаком по модулю больше НСР вариант относится к III. Варианты, входящие в I группу существенно превосходят стандарт, во II группу - находятся на уровне стандарта, в III группу – значительно уступают стандар-

ту. В нашем опыте в I группу входит сорт Виктория, во II группу – сорт Дана, в III группу – сорта Одесская 162 и Любава.

**Вывод. Сорт озимой пшеницы Виктория по урожайности *существенно* превосходит стандартный сорт Тира, сорт Дана по урожайности находится на уровне стандарта. Урожайность сортов Одесская 162 и Любава *существенно* ниже, чем у сорта Тира.**

***Задание:*** Получив N задания от преподавателя, провести дисперсионных анализ результатов однофакторного полевого опыта.

*Шифр задания к работе*

| № задания | Повторение | № задания | Повторение | № задания | Повторность |
|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 1 2 3 4 | **10** | 1 3 4 7 | **19** | 1 5 6 7 |
| **2** | 2 3 4 5 | **11** | 1 3 4 6 | **20** | 1 6 7 8 |
| **3** | 3 4 5 6 | **12** | 1 3 5 8 | **21** | 2 4 5 6 |
| **4** | 5 6 7 8 | **13** | 2 3 5 6 | **22** | 2 4 6 7 |
| **5** | 4 5 6 7 | **14** | 2 3 4 8 | **23** | 2 4 7 8 |
| **6** | 1 3 5 7 | **15** | 2 3 5 7 | **24** | 3 5 6 7 |
| **7** | 2 4 6 8 | **16** | 2 4 7 8 | **25** | 3 5 7 8 |
| **8** | 1 2 5 6 | **17** | 2 4 6 7 | **26** | 1 2 6 7 |
| **9** | 1 2 7 8 | **18** | 1 3 4 5 | **27** | 1 2 3 6 |

**Пример 1.** ***Влияние предшествующей культуры на урожайность озимой пшеницы сорта Селянка, т/га***

| №№ п\п | Вариант | Повторения | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | Люцерна - st | 3,9 | 4,1 | 4,3 | 3,5 | 3,8 | 4,0 | 4,5 | 4,4 |
| 2 | Горох | 3,4 | 3,6 | 3,8 | 3,2 | 3,7 | 4,0 | 4,2 | 3,9 |
| 3 | Озимая пшеница | 2,9 | 3,5 | 3,3 | 3,6 | 3,1 | 2,7 | 2,7 | 2,3 |
| 4 | Кукуруза на силос | 2,8 | 2,4 | 2,3 | 3,4 | 3,6 | 3,1 | 3,5 | 3,9 |
| 5 | Подсолнечник | 2,7 | 2,5 | 2,6 | 2,1 | 2,3 | 2,9 | 3,0 | 2,0 |

**Пример 2.** ***Влияние фунгицидов, используемых в борьбе с пероноспорозом, на урожайность огурца, т/га***

| № п\п | Вариант | Повторения | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | Контроль-без обра-ботки | 12,1 | 11,2 | 13,7 | 12,8 | 13,2 | 11,9 | 11,3 | 12,4 |
| 2 | Ридомил МЦ | 29,2 | 27,4 | 28,9 | 30,1 | 28,4 | 29,7 | 30,4 | 28,1 |
| 3 | Алюфит | 12,3 | 13,2 | 12,0 | 13,4 | 13,9 | 13,7 | 11,7 | 11,9 |
| 4 | Антракол | 15,4 | 14,8 | 15,0 | 15,9 | 14,8 | 15,1 | 15,3 | 14,2 |
| 5 | Эфаль | 13,7 | 12,5 | 13,1 | 14,2 | 15,1 | 13,9 | 14,4 | 12,9 |

**Пример 3.** ***Урожайность товарных плодов гибридов огурца, т/га***

| №№ п\п | Вариант | Повторения | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | Родничок – st | 17,3 | 18,0 | 16,9 | 17,7 | 16,8 | 18,1 | 17,5 | 17,9 |
| 2 | Эпилог | 22,4 | 19,8 | 20,7 | 20,2 | 21,1 | 19,8 | 19,7 | 20,2 |
| 3 | Бизнес | 28,9 | 30,2 | 29,1 | 31,4 | 29,8 | 28,6 | 30,5 | 30,0 |
| 4 | Сатурн | 20,6 | 21,0 | 18,5 | 19,8 | 21,4 | 20,3 | 21,7 | 20,9 |
| 5 | Фермер | 26,6 | 27,3 | 25,9 | 27,5 | 28,1 | 26,3 | 25,9 | 27,4 |

***Решение***

1. Записать условие примера, N задания, заполнить таблицу

| Варианты опыта | Повторение | | | | Суммы, V | Средние, x |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| Суммы | | | | | $\sum X$ | - |

2. *Рассчитать*

Сумма квадратов значений признака X

$\sum X^2 =$

Сумма квадратов сумм значений признака по вариантам

$\sum V^2 =$

Сумма квадратов сумм значений признака по повторениям

$\sum P^2 =$

3.*Провести дисперсионный анализ*

Общее число наблюдений $N = l \cdot n =$

Корректирующий фактор $C = \left(\sum X\right)^2 \div N =$

Суммы квадратов:

общая $Cy = \sum X^2 - C =$

вариантов $Cv = \sum V^2 \div n - C =$

повторений $Cp = \sum P^2 \div l - C =$

остатка $Cz = Cy - Cv - Cp =$

Степени свободы:

общее число $v_y = N - 1 =$

для вариантов $v_v = l - 1 =$

для повторений $v_p = n - 1 =$

остатка $v_z = v_y - v_v - v_p =$

Таблица дисперсионного анализа

| Виды варьирования | Суммы квадратов | Степени свободы | Дисперсия | Критерий F | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | факт. | 05 |
| Общее | | | - | - | - |
| Вариантов | | | | | |
| Повторений | | | - | - | - |
| Случайное (остаток) | | | | - | - |

Ошибка разности средних $s_d = \sqrt{\frac{2s_z^2}{n}} =$

$$НСР_{05} = t_{05} \cdot s_d =$$

(озаглавить таблицу согласно условия примера)

| Варианты опыта | Среднее значение | Отклонение от стандарта, d | Группа по НСР |
|---|---|---|---|
| | | - | - |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

***Вывод:***

***Контрольные вопросы:***

1. Группировка вариантов по НСР
2. На сколько компонентов делится общее варьирование?
3. Влияние каких факторов отражает каждый компонент?

## *Практическое занятие № 7*
## *ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ ДВУХФАКТОРНОГО ПОЛЕВОГО ОПЫТА, ПРОВЕДЕННОГО МЕТОДОМ РЕНДОМИЗИРОВАННЫХ ПОВТОРЕНИЙ*

Многофакторный дисперсионный комплекс – это совокупность исходных наблюдений, позволяющих статистически оценить действие и взаимодействие нескольких изучаемых факторов на изменчивость результативного признака. В полевом опыте эффект от совместного применения изучаемых факторов может быть больше (синергизм) или меньше (антагонизм) суммы эффектов от раздельного применения каждого из них. В первом случае существует положительное взаимодействие факторов, во втором – отрицательное. Когда факторы не взаимодействуют, прибавка от их совместного применения равна сумме прибавок от раздельного применения (аддитивизм).

В многофакторном опыте источников варьирования больше, чем в однофакторных. При дисперсионном анализе многофакторных опытов сумма квадратов отклонений для вариантов Cv и число степеней свободы вариантов расчленяется на компоненты в зависимости от структуры опыта: в двухфакторном опыте - на 3, а в трехфакторном – на 7 компонентов.

$$Cv = C_A + C_B + C_{AB} \quad (7)$$

$$Cv = C_A + C_B + C_C + C_{AB} + C_{AC} + C_{BC} + C_{ABC} \quad (8)$$

Дисперсионный анализ многофакторного опыта проводят в два этапа. Первый этап – данные обрабатывают как однофакторный опыт. На втором этапе сумма квадратов вариантов разлагается на компоненты, соответствующие источникам варьирования – главные эффекты изучаемых факторов и их взаимодействия, на соответствующие компоненты разлагается также и число степеней свободы вариантов.

При обработке результатов двухфакторного опыта рассчитывают 3 значения $НСР_{05}$: $НСР_{05}A$ – для оценки действия фактора А, $НСР_{05}B$ – для оценки действия фактора В и $НСР_{05}AB$ – для оценки взаимодействия факторов.

**Пример.** ***Влияние способов возделывания на урожайность сортов капусты (т/га).***

| Способ возделывания (Фактор А) | Сорт капусты (Фактор В) | Повторения, Х | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Рассадный | Волна | 65,2 | 67,4 | 62,3 | 66,1 |
| | Арривист | 74,7 | 77,2 | 71,9 | 76,4 |
| | Вестри | 87,5 | 89,1 | 85.3 | 86,9 |
| Безрассадный | Волна | 50,1 | 47,2 | 49,4 | 53,5 |
| | Арривист | 61,4 | 64,1 | 65,2 | 59,3 |
| | Вестри | 68,7 | 70,4 | 65,4 | 69,1 |

В опыте изучаются 2 фактора и их взаимодействие:
фактор А – способ выращивания капусты
фактор В – сорт капусты
фактор АВ – взаимодействие факторов А и В.

В двухфакторном опыте проверяется 3 нулевые гипотезы: по фактору А, по фактору В и по их взаимодействию. В нашем примере нулевые гипотезы формулируются следующим образом:

по фактору А – *способ возделывания не влияет на урожайность капусты*;

по фактору В – *урожайность изучаемых сортов капусты существенно не различается;*

по фактору АВ – *изучаемые факторы не взаимодействуют*.

Для проверки нулевых гипотез проводим дисперсионный анализ.

*Решение*

Дисперсионный анализ многофакторного опыта проводится в два этапа.

I. На первом этапе данные опыта обрабатываются также как и проведении однофакторного опыта.

1. *Заполняем вспомогательную таблицу*

| Способ возделывания (Фактор А) | Сорт капусты (Фактор В) | Повторения, Х | | | | Суммы, V | Среднее. $\bar{X}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | | |
| Рассадный | Волна | 65,2 | 67,4 | 62,3 | 66,1 | 261,0 | 65,2 |
| | Арривист | 74,7 | 77,2 | 71,9 | 76,4 | 300,2 | 75,0 |
| | Вестри | 87,5 | 89,1 | 85.3 | 86,9 | 348,8 | 87,2 |
| Безрассадный | Волна | 50,1 | 47,2 | 49,4 | 53,5 | 200,2 | 50,0 |
| | Арривист | 61,4 | 64,1 | 65,2 | 59,3 | 250,0 | 62,5 |
| | Вестри | 68,7 | 70,4 | 65,4 | 69,1 | 273,6 | 68,4 |
| Суммы, Р | | 407,6 | 415,4 | 399,5 | 411,3 | ∑ Х= **1633,8** | - |

Проверим правильность заполнения таблицы: сумма сумм значений признака по вертикали должна быть равна сумме

сумм значений признака по горизонтали, т.е. $\sum$**X**=407,6+415,4+399,5+411,3=261,0+300,2+348,8+200,2+ +250,0+273,6 =**1633,8**

2. *Рассчитываем суммы квадратов*:

$\sum$**X²**=65,2²+67,4²+62,3²+66,1²+74,7²+77,2²+71,9²+76,4²+87,5²+ +89,1²+85.3²++86,9²+50,1²+47,2²+49,4²+53,5²+61,4²+64,1²+65,2²+ +59,3²+68,7²+70,4²+65,4²++69,1²=4251,0+4542,8+3881,3+4369,2+ +5580,1+5959,8+5169,6+5837,0+7656,2++7938,8+7276,1+7551,6+ +2510,0+2227,8+2440,4+2862,2+3767,0+4108,8+4251,0+ 3516,5+4719,7+4956,2+4277,2+4774,8=**114425,1**

$\sum$**V²**=261,0²+300,2²+348,8²+200,2²+250,0²+273,6²=68121,0+ +90120,0+121661,4+40080,0+62500,0+74857,0=**457339,4**

$\sum$**P²**=407,6²+415,4²+399,5²+411,3²=166137,8+172557,2+159600,2+ +169167,7=**667462,9**

3. *Проводим дисперсионный анализ*

Определяем общее число наблюдений

$$N = la \cdot lb \cdot n = 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

*la* – число градаций фактора А; *lb* – число градаций фактора В;
n - количество повторений

Корректирующий фактор:

C =($\sum$ X)² : N=1633,8²:24=2669302,4:24=111220,9

Суммы квадратов отклонений:

общая $Cy = \sum X^2 - C =$ 114425,1-111220,9=**3204,2**

вариантов $Cv = \sum V^2 \div n - C =$ 457339,4:4-111220,9=114334,8--111220,9=**3113,9**

повторений $Cp = \sum P^2 \div (la \cdot lb) - C =$ 667462,9:(2×3)- - 111220,9=667462,9:6- -111220,9==111243,8-111220,9=**22,9**

остатка $Cz = Cy - Cv - Cp =$ 3204,2-3113,9-22,9**=67,4**

Степени свободы:

общее число $v_y = N - 1 =$ 24-1=23

для вариантов $v_v = la \cdot lb - 1 =$ 2×3-1=6-1=5

для повторений $v_p = n - 1 =$ 4-1=3

остатка $v_z = v_y - v_v - v_p = 23\text{-}5\text{-}3=15$

4. *Составляем таблицу дисперсионного анализа*

| Виды варьирования | Сумма квадратов | Степени свободы | Дисперсия | Fфакт | $F_{05}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Общая | 3204,2 | 23 | - | - | - |
| Вариантов | 3113,9 | 5 | 622,8 | 138,4 | 2.90 |
| Повторений | 22,9 | 3 | - | - | - |
| Случайное (остаток) | 67,4 | 15 | 4,5 | - | - |

Дисперсия, или средний квадрат вариантов рассчитывается как отношение суммы квадратов отклонений вариантов к степеням свободы вариантов, т.е. $S_v^2 = \frac{3113{,}9}{5} = 622{,}8$.

Дисперсия, или средний квадрат остатка рассчитывается как отношение суммы квадратов отклонений остатка к степеням свободы остатка, т.е. $S_z^2 = \frac{67{,}4}{15} = 4{,}5$.

Фактическое значение критерия Фишера рассчитывается по формуле

$$F = \frac{S_v^2}{S_z^2} = \frac{622{,}8}{4{,}5} = 138{,}4$$

Теоретическое значение критерия Фишера берется из статистической таблицы для 5% уровня значимости и числа степеней свободы вариантов и остатка. При $v_v$=5 и $v_z$=15 $F_{05}$=2.90

Фактическое значение критерия Фишера больше, чем теоретическое, следовательно, нулевая гипотеза отвергается и между вариантами есть существенные различия. Т.к. между вариантами есть существенные различия, переходим ко второму этапу дисперсионного анализа.

II. Алгоритм второго этапа дисперсионного анализа полевого опыта зависит от метода размещения вариантов по делянкам опыта. Если опыт заложен методом рендомизированных повторений, на компоненты делится только варьирование вариантов и число степеней свободы вариантов. Количество компонентов зависит от количества изучаемых факторов.

5. *Вычисляем суммы квадратов отклонений для факторов А, В и взаимодействия АВ*.

Таблица для определения влияния
главных эффектов и взаимодействий

| А (способ возделывания) | В (сорта) | | | Суммы А |
|---|---|---|---|---|
| | Волна | Аррривист | Вестри | |
| Рассадный | 261,0 | 300,2 | 348,8 | 910,0 |
| Безрассадный | 200,2 | 250,0 | 273,6 | 723,8 |
| Суммы В | 461,2 | 550,2 | 622,4 | ∑X= **1633,8** |

Заносим в таблицу суммы значений признака по вариантам, которые берем из первой вспомогательной таблицы (графа «Суммы, V»). Складываем суммы по вертикали и по горизонтали. Проверяем правильность расчетов: сумма сумм значений признака по вертикали равна сумме сумм значений признака по горизонтали и равна ∑ X, рассчитанной на первом этапе. Т.е. ∑ X=461,2+550,2+622,4=910,0+723,8=1633,8

Суммы квадратов отклонений
фактора А

$$C_A = \sum A^2 \div (lb \cdot n) - C = (910{,}0^2 + 723{,}8^2) \div (3 \cdot 4) - 111220{,}9 = (828100{,}0 +$$
$$+ 523886{,}4) \div 12 - 111220{,}9 = 1351986{,}4 \div 12 - 111220{,}9 = 112665{,}5 - 111220{,}9 =$$
$$= 1444{,}6$$

фактора В

$$C_B = \sum B^2 \div (la \cdot n) - C = (461{,}2^2 + 550{,}2^2 + 622{,}4^2) \div (2 \cdot 4) - 111220{,}9 =$$
$$= (212705{,}4 + 302720{,}0 + 387381{,}8) \div 8 - 111220{,}9 = 902807{,}2 \div 8 - 111220{,}9 =$$
$$= 112850{,}9 - 111220{,}9 = 1630{,}0$$

взаимодействия АВ

$C_{AB} = C_V - C_A - C_B$= 3113,9-1444,6-1630,0=39,3

Степени свободы:

для фактора А $\nu_A = la - 1$= 2-1=1

для фактора В $\nu_B = lb - 1$= 3-1=2

для взаимодействия АВ

$$\nu_{AB} = (la - 1) \cdot (lb - 1) = (2 - 1) \cdot (3 - 1) = 2$$

6. *Составляем таблицу дисперсионного анализа*

| Виды варьирования | Сумма квадратов | Степени свободы | Дисперсия | Fфакт | $F_{05}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Фактора А | 1444,6 | 1 | 1444,6 | 321,0 | 4,54 |
| Фактора В | 1630,6 | 2 | 815,3 | 181,2 | 3,60 |
| Взаимодействия АВ | 39,3 | 2 | 19,6 | 4,3 | 3,60 |
| Остаток | 67,4 | 15 | 4,5 | - | - |

Значение $F_{05}$ берем из статистической таблицы, исходя из степеней свободы для дисперсии главных эффектов факторов А, В и взаимодействия АВ и остатка.

Определяем фактическое значение критерия Фишера:

для фактора А $F_A = \frac{S_A^2}{S_z^2} = \frac{1444{,}6}{4{,}5} = 321{,}0$

для фактора В $F_B = \frac{S_B^2}{S_z^2} = \frac{815{,}3}{4{,}5} = 181{,}2$

для взаимодействия АВ $F_{AB} = \frac{S_{AB}^2}{S_z^2} = \frac{19{,}6}{4{,}5} = 4{,}3$

Теоретическое значение критерия Фишера:
для фактора А при $v_A$=1 и $v_z$=15 $F_{05}$=**4,54**
для фактора В при $v_B$=2 и $v_z$=15 $F_{05}$=**3,60**
для взаимодействия АВ при $v_{AB}$=2 и $v_z$=15 $F_{05}$=**3,60**

Проводим попарно сравнение фактического и теоретического значения критериев Фишера:

Для фактора А фактическое значение критерия Фишера больше, чем теоретическое, следовательно, нулевая гипотеза отвергается и между вариантами есть существенные различия, т.е. способ возделывания культуры существенно влияет на урожайность капусты.

Для фактора В фактическое значение критерия Фишера больше, чем теоретическое, следовательно, нулевая гипотеза отвергается и между вариантами есть существенные различия, т.е. сорта капусты существенно различаются по урожайности.

Для взаимодействия АВ фактическое значение критерия Фишера больше, чем теоретическое, следовательно, нулевая гипотеза отвергается и между вариантами есть существенные различия, т.е. факторы взаимодействуют.

Т.к. между вариантами есть существенные различия определяем наименьшую существенную разность (НСР).

7. *Для оценки существенности частных различий (взаимодействие АВ) определяем*:

а) ошибку разности средних:

$$s_d = \sqrt{\frac{2s_z^2}{n}} \sqrt{\frac{2 \cdot 4{,}5}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \sqrt{2{,}25} = 1{,}5$$

в) наименьшую существенную разность для взаимодействия АВ на 5% уровне значимости:

$$HCP_{05} = t_{05} \cdot s_d = 2{,}13 \cdot 1{,}5 = 3{,}2$$

Значение критерия $\mathbf{t_{05}}$ берут из статистической таблицы для числа степеней свободы ошибки. При $v_z$=15 $t_{05}$=2.13

8. *Для оценки существенности главных эффектов вычисляем*:

а) ошибку разности средних для фактора А:

$$s_d^A = \sqrt{\frac{2s_z^2}{n \cdot lb}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4{,}5}{4 \cdot 3}} = \sqrt{\frac{9}{12}} = \sqrt{0{,}75} = 0{,}9$$

б) ошибку разности средних для фактора В:

$$s_d^B = \sqrt{\frac{2s_z^2}{n \cdot la}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4{,}5}{4 \cdot 2}} = \sqrt{\frac{9}{8}} = \sqrt{1{,}12} = 1{,}1$$

в) наименьшую существенную разность для фактора А:

$$НСР_{05}^A = t_{05} \cdot s_d^A = 2{,}13 \cdot 0{,}9 = 1{,}9$$

с) наименьшую существенную разность для фактора В:

$$НСР_{05}^B = t_{05} \cdot s_d^B = 2{,}13 \cdot 1{,}1 = 2{,}3$$

9. *Составляем итоговую таблицу.* В таблицу заносим средние значения признака по вариантам из первой вспомогательной таблицы (графа «Средние, $\bar{x}$»). Затем находим средние значения из средних.

Влияние способов возделывания на урожайность сортов капусты (т/га)

| Способ возделывания (фактор А) | Сорт капусты (фактор В) | | | Средние по фактору А |
|---|---|---|---|---|
| | Волна | Аррривист | Вестри | |
| Рассадный | 65,2 | 75,0* | 87,2* | 75,8 |
| Безрассадный | 50,0 | 62,5 | 68,4 | 60,3 |
| Средние по фактору В | 57,6 | 68,8 | 77,8 | - |

$$НСР_{05}^A = 1.9$$

$$НСР_{05}^B = 2.3$$

$$НСР_{05} = 3{,}2$$

1. С помощью $НСР_{05}^A = 1.9$ сравниваем средние по фактору А, т.е. значения 75,8 и 60,3. Находим разность d=75,8-

60,3=15,5. Разность между средними больше НСР, следовательно, между вариантами есть существенные различия.

2. С помощью $НСР_{05}^{B} = 2.3$ сравниваем средние по фактору В, т.е. значения 57,6; 68,8 и 77,8. Разность по урожайности между сортами Волна и Арравист 68,8-57,6=11,2, она больше НСР, следовательно, по урожайности сорт Арравист существенно превосходит сорт Волна; разность по урожайности между сортами Арравист и Вестри 77,8-68,8=11,0, она больше НСР, следовательно, сорт Вестри по урожайности существенно превосходит сорта Волна и Арравист.

3. С помощью $НСР_{05} = 3{,}2$ сравниваем средние значения признака, взятые из вспомогательной таблицы. Нецелесообразно сравнивать попарно 6 значений признака, поэтому выбираем самые высокие значения и сравниваем их между собой. Отмечаем самые высокие значения звездочками, находи между ними разность: 87,2-75,0=12,2. Разность больше НСР, следовательно, она существенна.

**Вывод:**

***1. При возделывании капусты рассадным способом урожайность существенно выше, чем при возделывании безрассадным способом.***

***2. Сорт Вестри по урожайности существенно превосходит сорта Арравист и Волна; урожайность сорта Арравист существенно выше, чем у сорта Волна.***

***3. Максимальная доказуемая урожайность отмечена при выращивании сорта Вестри рассадным способом.***

**Задание**. Согласно примера и N задания провести дисперсионный анализ данных двухфакторного полевого опыта, проведенного методом рендомизированных повторений

*Шифр задания к работе*

| № задания | Фактор | | Повторение |
|---|---|---|---|
| | А | В | |
| **1** | 0 1 | 0 1 2 | 1 2 3 4 |
| **2** | 0 1 | 0 1 2 | 2 3 4 5 |
| **3** | 0 1 | 0 1 2 | 3 4 5 6 |
| **4** | 0 1 | 0 1 2 | 1 3 5 6 |
| **5** | 0 1 | 0 1 2 | 2 4 5 6 |
| **6** | 0 1 | 0 1 2 | 1 4 5 6 |
| **7** | 0 1 | 0 1 2 | 1 2 4 6 |
| **8** | 0 1 | 0 1 2 | 1 3 4 5 |
| **9** | 0 1 | 0 1 2 | 2 3 4 6 |
| **10** | 0 1 | 0 1 2 | 2 3 5 6 |
| **11** | 1 2 | 0 1 2 | 1 2 3 4 |
| **12** | 1 2 | 0 1 2 | 2 3 4 5 |
| **13** | 1 2 | 0 1 2 | 3 4 5 6 |
| **14** | 1 2 | 0 1 2 | 1 3 5 6 |
| **15** | 1 2 | 0 1 2 | 2 4 5 6 |
| **16** | 1 2 | 0 1 2 | 1 4 5 6 |
| **17** | 1 2 | 0 1 2 | 1 2 4 6 |
| **18** | 1 2 | 0 1 2 | 1 3 4 5 |
| **19** | 1 2 | 0 1 2 | 2 3 4 6 |
| **20** | 1 2 | 0 1 2 | 2 3 5 6 |

**Пример 1.** ***Влияние различных видов удобрений и норм орошения на лежкость плодов томата сорта Марьюшка (% стандартных плодов после хранения)***

| Фактор А (ороше-ние) | Фактор В (удобре-ния) | Повторения, Х | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 0 | 0 | 79 | 82 | 71 | 78 | 84 | 73 |
| | 1 | 77 | 83 | 80 | 70 | 72 | 74 |
| | 2 | 70 | 68 | 74 | 78 | 62 | 65 |
| 1 | 0 | 84 | 89 | 81 | 79 | 80 | 77 |
| | 1 | 79 | 81 | 75 | 84 | 72 | 83 |
| | 2 | 92 | 88 | 97 | 91 | 87 | 95 |
| 2 | 0 | 92 | 98 | 87 | 91 | 89 | 97 |
| | 1 | 83 | 88 | 79 | 75 | 90 | 85 |
| | 2 | 86 | 81 | 92 | 89 | 79 | 87 |

Фактор А: 0 - без орошения;
1 – поливная норма 470 м$^3$/га;
2 – поливная норма 640 м$^3$/га

Фактор В: 0 – без удобрений;
1 – минеральные удобрения вразброс;
2 – минеральные удобрения локально.

***Пример 2. Влияние регуляторов роста на урожайность сортов томата (т/га)***

| Фактор А (сорт) | Фактор В (регулятор роста) | Повторения, Х | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 0 | 0 | 82,9 | 78,4 | 85,2 | 83,4 | 80,2 | 77,8 |
| | 1 | 89,6 | 92,4 | 87,9 | 86,7 | 91,7 | 93,5 |
| | 2 | 95,6 | 98,2 | 94,8 | 93,2 | 97,1 | 96,6 |
| 1 | 0 | 66,6 | 62,9 | 65,1 | 68,2 | 69,1 | 67,2 |
| | 1 | 73,3 | 73,9 | 70,1 | 76,8 | 75,2 | 77,1 |
| | 2 | 75,6 | 79,2 | 75,3 | 74,8 | 79,0 | 76,3 |
| 2 | 0 | 78,1 | 80,2 | 79,4 | 83,1 | 82,9 | 79,1 |
| | 1 | 89,7 | 94,5 | 85,1 | 87,2 | 88,4 | 93,7 |
| | 2 | 97,1 | 95,2 | 94,1 | 98,0 | 92,4 | 91,9 |

Фактор А: 0 - Факел;
1 – Баллада;
2 – Дар.

Фактор В: 0 – обработки;
1 – Завязь;
2 – Циркон.

***Решение***

1. *Составляем вспомогательную таблицу.*

| Фактор А | Фактор В | Повторения, X | | | | Сум-мы, V | Сред ние, $\bar{x}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| Суммы P | | | | | | ∑ X= | - |

2. *Вычисляем суммы квадратов отклонений*

Общее число наблюдений: $N = la \cdot lb \cdot n =$

Корректирующий фактор: $C = (\sum X)^2 : N$

Суммы квадратов отклонений:

общая $Cy = \sum X^2 - C =$

вариантов $Cv = \sum V^2 \div n - C =$

повторений $Cp = \sum P^2 \div (la \cdot lb) - C =$

остатка $Cz = Cy - Cv - Cp =$

Степени свободы:

общее число $\nu_y = N - 1 =$

для вариантов $\nu_v = la \cdot lb - 1 =$

для повторений $\nu_p = n - 1 =$

остатка $v_z = v_y - v_v - v_p =$

3. *Составляем таблицу дисперсионного анализа*:

| Виды варьирования | Сумма квадратов | Степени свободы | Дисперсия | Fфакт | $F_{05}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Общая | | | - | - | - |
| Вариантов | | | | | |
| Повторений | | | - | - | - |
| Остаток | | | | - | - |

4. *Вычисляем суммы квадратов отклонений для факторов А, В и взаимодействия АВ*.

Таблица для определения главных эффектов и взаимодействий

| А | В | | | Суммы А |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| Суммы В | | | | ∑ Х= |

Суммы квадратов отклонений:

фактора А $C_A = \sum A^2 \div (lb \cdot n) - C =$

фактора В $C_B = \sum B^2 \div (la \cdot n) - C =$

взаимодействия АВ $C_{AB} = C_V - C_A - C_B$

Степени свободы:

для фактора А $v_A = la - 1$

для фактора В $v_B = lb - 1$

для взаимодействия АВ $v_{AB} = (la-1)\cdot(lb-1)$

5. *Составляем таблицу дисперсионного анализа*

| Виды варьирования | Сумма квадратов | Степени свободы | Дисперсия | Fфакт | $F_{05}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Фактора А | | | | | |
| Фактора В | | | | | |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Взаимодей-ствия АВ | | | | | |
| Остаток | | | | - | - |

Значение $F_{05}$ берем из статистической таблицы, исходя из степеней свободы для дисперсии главных эффектов А, В и взаимодействия АВ и остатка.

6. *Для оценки существенности частных различий определяем*:

а) ошибку разности средних:

$$s_d = \sqrt{\frac{2s_z^2}{n}}$$

в) наименьшую существенную разность для 5% уровня значимости:

$$HCP_{05} = t_{05} \cdot s_d$$

7. *Для оценки существенности главных эффектов и взаимодействия вычисляем*:

а) ошибку разности средних для фактора А:

$$s_d^A = \sqrt{\frac{2s_z^2}{n \cdot lb}}$$

б) ошибку разности средних для фактора В:

$$s_d^B = \sqrt{\frac{2s_z^2}{n \cdot la}}$$

в) наименьшую существенную разность для фактора А:

$$HCP_{05}^A = t_{05} \cdot s_d^A$$

с) наименьшую существенную разность для фактора В:

$$HCP_{05}^B = t_{05} \cdot s_d^B$$

8. *Составляем итоговую таблицу (записываем название таблицы согласно примера)*

| Фактор А | Фактор В | | | Средние по фактору А |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| Средние по фактору В | | | | - |

$$НСР_{05} =$$

$$НСР_{05}^{A} =$$

$$НСР_{05}^{B} =$$

***Выводы:***

***Контрольные вопросы:***

1. В чем преимущество многофакторных опытов перед однофакторными?
2. Во сколько этапов проводится дисперсионных анализ многофакторных опытов?
3. В каком случае переходят ко второму этапу?
4. От чего зависит схема второго этапа?
5. Сколько значений НСР рассчитывается при проведении ДА двухфакторного опыта, заложенного методом рендомизированных повторений? Для оценки влияния каких факторов они используются?

## *Практическое занятие № 8*
## *ПРЯМОЛИНЕЙНАЯ КОРРЕЛЯЦИЯ И РЕГРЕССИЯ*

***Корреляционными***, или вероятностными, или стохастическими, называются такие связи, когда каждому значению факториального признака X соответствует множество значений результативного признака Y. Корреляционные связи обнаруживаются только при массовом изучении признака.

По ***форме*** корреляция может быть *линейной*, или прямолинейной, и *нелинейной*, или криволинейной; по ***направлению*** *прямой*, или

положительной, и *обратной*, или отрицательной. Связь между 2 признаками называют *простой*, между тремя и более признаками – *множественной*.

Под ***регрессией*** понимают изменение результативного признака Y при определенном изменении одного или нескольких факториальных признаков.

***Под линейной корреляционной зависимостью между признаками X и Y понимают такую зависимость, когда при одинаковых приращениях признака X признак Y изменяется на одинаковую величину***. Если при увеличении X величина Y в среднем увеличивается, то корреляция называется положительной или прямой, а если с увеличением X значение Y уменьшается – отрицательной или обратной.

Для описания линейной зависимости используют следующие коэффициенты: коэффициент корреляции, коэффициент регрессии и коэффициент детерминации.

***Коэффициент корреляции r*** показывает тесноту и направление связи, изменяется в пределах от –1 до +1, рассчитывается по формуле

$$r = \frac{\sum (X - \bar{x}) \cdot (Y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (X - \bar{y})^2 \cdot \sum (Y - \bar{y})^2}} \qquad (9)$$

Если коэффициент корреляции равен 1, связь из корреляционной переходит в функциональную; если он равен 0 - между изучаемыми признаками нет прямолинейной корреляционной зависимости, но может быть криволинейная. Знак коэффициент корреляции показывает направление связи, числовое выражение – тесноту связи. Если коэффициент корреляции меньше 0,3 корреляционная зависимость считается слабой, больше 0,7 – сильной.

***Коэффициент детерминации*** $\boldsymbol{d_{yx}}$ показывает долю изменений признака Y которая зависит от изучаемого признака X. Коэффициент детерминации рассчитывается по формуле:

$$d_{yx}=r^2 \quad (10)$$

***Коэффициент регрессии*** $\boldsymbol{b_{yx}}$ показывает на какую величину и в каком направлении изменяется признак Y при изменении признака X на единицу изменения, рассчитывается по формуле:

$$b_{yx} = \frac{\sum (X - \bar{x}) \cdot (Y - \bar{y})}{\sum (X - \bar{x})^2} \qquad (11)$$

***Коэффициент регрессии $b_{xy}$*** показывает на какую величину и в каком направлении изменяется признак X при изменении признака Y на единицу изменения, рассчитывается по формуле:

$$b_{xy} = \frac{\sum (X - \bar{x}) \cdot (Y - \bar{y})}{\sum (Y - \bar{y})^2} \qquad (12)$$

Для оценки значимости корреляционной связи рассчитывают ***ошибку коэффициента корреляции $s_r$*** и ***критерий существенности $t_r$.***

Ошибку коэффициента корреляции рассчитывают по формуле:

$$s_r = \sqrt{\frac{1 - r^2}{n - 2}} \qquad (13)$$

Критерий существенности определяют по формуле:

$$t_r = \frac{r}{s_r} \qquad (14)$$

Критерий существенности сравнивают с критерием Стьюдента. Значение критерия Стьюдента берется из статистической таблицы с учетом принятого уровня значимости и числа степеней свободы, которое рассчитывается по формуле $v = n - 2$, n – число парных наблюдений.

*Если $t_{факт} \geq t_{теор}$, связь между признаками значима; если $t_{факт} < t_{теор}$, связь незначима.*

Уравнение линейной регрессии Y по X имеет следующий вид

$$Y = \bar{y} + b_{yx}(X - \bar{x}) \qquad (15)$$

где $\bar{y}$ и $\bar{x}$ – средние арифметические для ряда Y и X,

$b_{yx}$ – коэффициент регрессии Y по X.

**Пример.** ***Зависимость урожайности кукурузы (Y, т/га) от засоренности посевов (X, шт/м$^2$).***

В результате наблюдений были получены следующие данные:

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Количество сорных растений на 1 м$^2$ (X) | 12,0 | 18,1 | 25,2 | 30,0 | 32,5 | 40,0 | 45,4 | 50,6 | 51,0 | 62,6 |
| Урожайжайность, т/га (Y) | 6,6 | 6,4 | 6,3 | 6,2 | 6,2 | 6,0 | 5,8 | 5,2 | 4,7 | 4.0 |

Следует определить, существует ли зависимость между засоренностью посевов и урожайностью кукурузы.

*Решение*

1. *Рассчитываем средние арифметические по ряду X (количество сорных растений на 1 м$^2$) и ряду Y (урожайность кукурузы).*

$$\bar{x} = \frac{\sum X}{n} = \frac{12{,}0 + 18{,}1 + 25{,}2 + 30{,}0 + 32{,}5 + 40{,}0 + 45{,}4 + 50{,}6 + 51{,}0 + 62{,}6}{10} = \frac{367{,}4}{10} = 36{,}7$$

$$\bar{y} = \frac{\sum Y}{n} = \frac{6{,}6 + 6{,}4 + 6{,}3 + 6{,}2 + 6{,}2 + 6{,}0 + 5{,}8 + 5{,}2 + 4{,}7 + 4{,}0}{10} = \frac{57{,}4}{10} = 5{,}7$$

2. *Заполняем вспомогательную таблицу*

| Признаки | | Отклонения | | Квадраты отклонений | | Произведения |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Y | X | $(Y-\bar{y})$ | $(X-\bar{x})$ | $(Y-\bar{y})^2$ | $(X-\bar{x})^2$ | $(Y-\bar{y})\cdot(X-\bar{x})$ |
| 6,6 | 12,0 | 0,9 | -24,7 | 0,81 | 610,1 | -22,2 |
| 6,4 | 18,1 | 0,7 | -18,6 | 0,49 | 346,0 | -13,0 |
| 6,3 | 25,2 | 0,6 | -11,5 | 0,36 | 132,2 | -6,9 |
| 6,2 | 30,0 | 0,5 | -6,7 | 0,25 | 44,9 | -3,4 |
| 6,2 | 32,5 | 0,5 | -4,2 | 0,25 | 17,6 | - 2,1 |
| 6,0 | 40,0 | 0,3 | 3,3 | 0,09 | 10,9 | 1,0 |
| 5,8 | 45,4 | 0,1 | 8,7 | 0,01 | 75,7 | 0,9 |
| 5,2 | 50,6 | -0,5 | 13,9 | 0,25 | 193,2 | -7,0 |
| 4,7 | 51,0 | -1,0 | 14,3 | 1,00 | 204,5 | -14,3 |
| 4,0 | 62,6 | -1,7 | 25,9 | 2,89 | 670,8 | - 44,0 |
| - | - | - | - | **Σ=6,40** | **Σ=2305,9** | **Σ=-111** |

3. *Рассчитываем коэффициенты*:

***корреляции***

$$r=\frac{\sum(Y-\bar{y})\cdot(X-\bar{x})}{\sqrt{\sum(Y-\bar{y})^2\cdot\sum(X-\bar{x})^2}}=\frac{-111}{\sqrt{6{,}40\cdot 2305{,}9}}=\frac{-111}{\sqrt{14757{,}8}}=\frac{-111}{121{,}5}=-0{,}91$$

Коэффициент корреляции имеет знак «-», следовательно, корреляционная связь *обратная*, или *отрицательная*; числовое значение коэффициента корреляции больше 0,7, следовательно, корреляционная связь *сильная*.

***детерминации*** $d_{yx}= r^2 = -0{,}91^2=0{,}83$ или 83%.

Коэффициент детерминации равен 83%, следовательно, варьирование результативного признака Y на 83% определяется влияние факториального признака X.

***регрессии***: для расчета уравнения регрессии необходимо рассчитать один или два коэффициента регрессии: $b_{yx}$ и $b_{xy}$ .

Коэффициент регрессии $b_{yx}$ показывает в каком направлении и на какую величину изменяется признак Y при увеличении признака X на единицу измерения. В нашем примере коэффициент регрессии $b_{yx}$ показывает на какую величину изменяется урожайность кукурузы при увеличении количества сорных растений на 1 штуку на 1 м$^2$.

Коэффициент регрессии $b_{xy}$ показывает в каком направлении и на какую величину изменяется признак X при увеличении признака Y на единицу измерения. В нашем примере коэффициент регрессии $b_{xy}$ показывает на какую величину изменяется количество сорных растений на 1 м$^2$ при увеличении урожайности кукурузы на 1т/га.

В нашем примере нет смысла рассчитывать коэффициент регрессии $b_{xy}$.

$$b_{yx} = \frac{\sum (Y - \bar{y}) \cdot (X - \bar{x})}{\sum (X - \bar{x})^2} = \frac{-111}{2305{,}9} = -0{,}05$$

Таким образом, при увеличении количество сорных растений на 1 штуку на 1 м$^2$ урожайность кукурузы снижается на 0,05 ц/га.

4. *Проводим оценку существенности коэффициента корреляции*

Ошибка коэффициента корреляции

$$s_r = \sqrt{\frac{1 - r^2}{n - 2}} = \sqrt{\frac{1 - 0{,}91^2}{10 - 2}} = \sqrt{\frac{1 - 0{,}83}{8}} = \sqrt{\frac{0{,}17}{8}} = \sqrt{0{,}021} = 0{,}14$$

Критерий существенности $t_{факт} = \frac{r}{s_r} = \frac{-0{,}91}{0{,}14} = -6{,}5$

Знак критерия существенности не несет смысловой нагрузки, поэтому мы его не учитываем.

При v = n – 2 =10-2=8 $t_{05}$= 2.31

Критерий существенности больше чем критерий Стью-

дента, следовательно между изучаемыми признаками существует *значимая* или *существенная* корреляционная зависимость.

5. *Выводим уравнение линейной регрессии*

$$Y = \bar{y} + b_{yx} \cdot (X - \bar{x}) = 5{,}7 - 0{,}05(X - 36{,}7) = 5{,}7 - 0{,}05X + 1{,}8 = 7{,}5 - 0{,}05X$$

Таким образом, уравнение регрессии имеет следующий вид:

Y=7,5-0,05X

Подставляя в полученное уравнение экстремальные значения X (т.е. Xmin и Xmax), определяем соответствующие им значения Y.

В нашем примере Xmin=12,0, подставляем его в уравнение регрессии

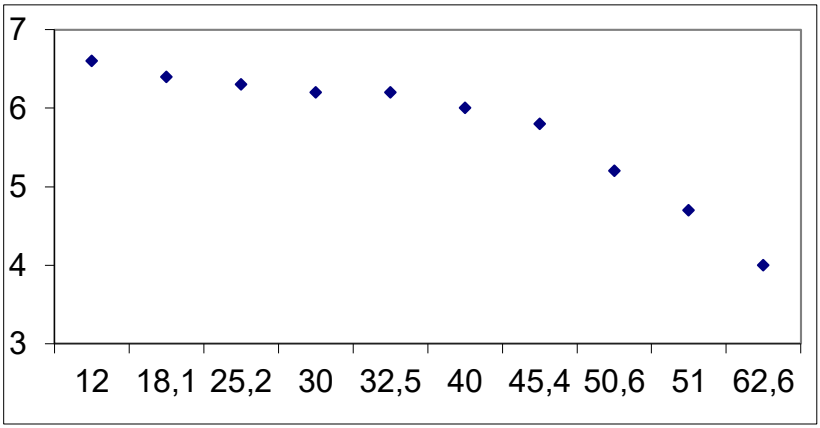
Y=7,5-0,05X=7,5-0,05×12,0=7,5-0,6=6,9, т.е. Y=6,9;

Xmax=62,6, подставляем его в уравнение регрессии

Y=7,5-0,05X=7,5-0,05×62,6=7,5-3,1=4.4, т.е. Y=4,4

6. *Строим теоретическую линию регрессии Y по X.*

На корреляционном поле размещаем точечные фактические значения данных эксперимента. На основании полученных точек (Xmin, Y и Xmax,Y) строим теоретическую линию регрессии. Теоретическая линия регрессии не должна выходить за пределы расчетных точек, т.к. полученное уравнение верно лишь для изучаемого диапазона значений факториального признака X.



**Вывод.** ***Установлена обратная значимая корреляционная зависимость между изучаемыми признаками. С увеличением засоренности урожайность кукурузы снижается.***

***Задание.*** Согласно N примера и задания провести корреляционно-регрессионный анализ.

**Пример 1.** ***Число развитых колосков в колосе (X, шт) и число зерен в колосе (Y, шт)***

| **1 задание** | | **2 задание** | | **3 задание** | | **4 задание** | | **5 задание** | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Y** | X | **Y** | X | **Y** | X | **Y** | X | **Y** | X |
| 38 | 18 | 28 | 19 | 30 | 13 | 32 | 17 | 18 | 10 |
| 29 | 12 | 39 | 15 | 22 | 11 | 21 | 9 | 28 | 13 |
| 32 | 13 | 25 | 13 | 28 | 9 | 34 | 15 | 32 | 15 |
| 42 | 17 | 29 | 13 | 38 | 15 | 27 | 12 | 41 | 17 |
| 30 | 16 | 27 | 14 | 32 | 13 | 41 | 17 | 32 | 14 |
| 33 | 15 | 26 | 12 | 35 | 15 | 31 | 14 | 28 | 13 |
| 36 | 16 | 34 | 15 | 26 | 13 | 28 | 13 | 31 | 14 |
| 41 | 16 | 40 | 16 | 31 | 14 | 31 | 14 | 29 | 13 |
| 30 | 13 | 34 | 14 | 22 | 10 | 36 | 16 | 31 | 15 |
| 28 | 13 | 29 | 16 | 31 | 14 | 31 | 14 | 18 | 9 |

***Пример 2. Зависимость урожайности озимой пшеницы (Y, ц/га) от пораженности бурой ржавчиной (X, %)***

| **1 задание** | | **2 задание** | | **3 задание** | | **4 задание** | | **5 задание** | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Y** | X | **Y** | X | **Y** | X | **Y** | X | **Y** | X |
| 61,1 | 20 | 49,3 | 36 | 50,3 | 22 | 49,7 | 21 | 55,1 | 19 |
| 50,3 | 27 | 52,5 | 22 | 50,4 | 18 | 30,2 | 64 | 53,0 | 25 |
| 51,1 | 21 | 55,3 | 8 | 43,3 | 54 | 32,5 | 55 | 50,2 | 41 |
| 48,4 | 46 | 43,8 | 54 | 46,5 | 45 | 48,1 | 26 | 51,1 | 35 |
| 49,0 | 31 | 48,1 | 43 | 55,3 | 10 | 41,0 | 49 | 50,7 | 42 |
| 49,0 | 33 | 39,6 | 64 | 50,3 | 20 | 53,0 | 15 | 51,5 | 34 |
| 48,5 | 37 | 41,3 | 57 | 40,2 | 60 | 51,5 | 24 | 45,8 | 54 |
| 49,0 | 32 | 55,3 | 12 | 55,2 | 10 | 45,2 | 34 | 50,5 | 43 |
| 41,6 | 60 | 48,0 | 43 | 43,8 | 54 | 42,0 | 34 | 58,8 | 12 |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 45,0 | 54 | 40,6 | 56 | 48,5 | 36 | 41,6 | 49 | 40,2 | 60 |

**Пример 3.** ***Зависимость прибавки урожая картофеля при внесении полного минерального удобрения(Y, ц/га) от количества осадков за май-июль (X, мм)***

| **1 задание** | | **2 задание** | | **3 задание** | | **4 задание** | | **5 задание** | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Y** | X | **Y** | X | **Y** | X | **Y** | X | **Y** | X |
| 150 | 235 | 46 | 113 | 45 | 121 | 203 | 245 | 30 | 60 |
| 136 | 204 | 125 | 212 | 84 | 142 | 65 | 153 | 33 | 74 |
| 42 | 120 | 77 | 145 | 83 | 138 | 74 | 138 | 47 | 94 |
| 216 | 238 | 201 | 247 | 143 | 221 | 34 | 84 | 42 | 99 |
| 37 | 96 | 112 | 176 | 136 | 198 | 90 | 150 | 88 | 150 |
| 95 | 145 | 112 | 188 | 100 | 168 | 80 | 137 | 60 | 143 |
| 82 | 140 | 37 | 88 | 95 | 140 | 33 | 74 | 144 | 220 |
| 48 | 119 | 42 | 95 | 103 | 178 | 46 | 112 | 45 | 108 |
| 42 | 115 | 39 | 83 | 31 | 78 | 103 | 165 | 27 | 64 |
| 96 | 156 | 54 | 113 | 36 | 85 | 136 | 198 | 42 | 100 |

***Решение***

1. *Записать название примера, номер задания.*
2. *Заполнить вспомогательную таблицу*

| Признаки | | Отклонения | | Квадраты отклонений | | Произведения |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Y | X | $(Y-\bar{y})$ | $(X-\bar{x})$ | $(Y-\bar{y})^2$ | $(X-\bar{x})^2$ | $(Y-\bar{y})\cdot(X-\bar{x})$ |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| - | - | - | - | Σ= | Σ= | Σ= |

3. *Рассчитать средние арифметические по ряду X и Y*

n = n – количество парных значений

$$\bar{x} = \sum X \div n =$$

$$\bar{y} = \sum Y \div n =$$

4. *Рассчитать коэффициенты*:

корреляции $$r = \frac{\sum (Y - \bar{y}) \cdot (X - \bar{x})}{\sqrt{\sum (Y - \bar{y})^2 \cdot \sum (X - \bar{x})^2}} =$$

регрессии $$b_{yx} = \frac{\sum (Y - \bar{y}) \cdot (X - \bar{x})}{\sum (X - \bar{x})^2} =$$

детерминации $d_{yx} = r^2 =$

5. *Провести оценку существенности коэффициента корреляции*

Ошибка коэффициента корреляции $$s_r = \sqrt{\frac{1 - r^2}{n - 2}} =$$

Критерий существенности $$t_{факт} = \frac{r}{s_r} =$$

Пи v = n – 2 = $t_{05}$=

6. *Вывести уравнение линейной регрессии*

$$Y = \bar{y} + b_{yx} \cdot (X - \bar{x}) =$$

Подставляя в полученное уравнение экстремальные значения X, определяем значения Y и строим теоретическую линию регрессии Y по X.

***Вывод:***

***Контрольные вопросы:***

1. Какие связи называются корреляционными?
2. Виды корреляции.
3. Какая корреляция называется линейной?
4. Коэффициенты, описывающие линейную корреляцию.
5. Оценка значимости корреляционной зависимости.

## *Практическое занятие № 9*
## *КРИВОЛИНЕЙНАЯ КОРРЕЛЯЦИЯ И РЕГРЕССИЯ*

При нелинейной (криволинейной) регрессии одинаковому изменению факториального признака X соответствует неодинаковое изменение результативного признака Y. Для оценки степени криволинейной зависимости используется *корреляционное отношение* $\eta$, которое рассчитывается по формуле:

$$\eta = \sqrt{\frac{\sum(Y-\bar{y})^2 - \sum(Y-\bar{y}_x)^2}{\sum(Y-\bar{y})^2}} \qquad (16)$$

где $\sum(Y-\bar{y})^2$ – сумма квадратов отклонений индивидуальных значений Y от общей средней арифметической $\bar{y}$, она характеризует общее варьирование признака Y;

$\sum(Y-\bar{y}_x)^2$ - сумма квадратов отклонений вариант от частных средних $\bar{y}_x$, соответствующих определенным, фиксированным значениям независимой переменной X, она характеризует ту часть варьирования признака Y, которая связана с изменчивостью признака X.

Изменяется корреляционное отношение в пределах от 0 до 1. Чем ближе значение корреляционного отношения к 1, тем сильнее зависимость.

Для оценки значимости корреляционного отношения рассчитывают критерий существенности и сравнивают его с критерием Стьюдента. Значение критерия Стьюдента берут из статистической таблицы с учетом принятого уровня значимости.

Корреляционное отношение измеряет степень корреляции как при нелинейной так и при прямолинейной корреляционной зависимости. Для определения формы связи используют критерий Фишера, вычисляемый по формуле:

$$F = \frac{(\eta^2 - r^2)\cdot(n-k)}{(1-\eta^2)\cdot(k-2)} \qquad (17)$$

Затем фактическое значение критерия Фишера сравнивают с теоретическим, которое берут из статистической таблицы с учетом принятого уровня значимости, объема выборки и числа групп по ряду X.

Если Fфакт.<Fтеор., связь носит линейный характер и можно определять показатели для прямолинейной корреляции и регрессии. Если Fфакт.≥Fтеор., корреляция является нелинейной.

Криволинейные зависимости между двумя переменными могут быть выражены в виде кривых и соответствующих им математических уравнений. Кривые могут иметь вид парабол, гипербол, логарифмических кривых.

**Пример.** ***Определить зависимость урожайности (Y, ц/га) малины от пораженности ее антракнозом (X, %)***

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Урожайность, ц/га | 98 | 92 | 85 | 93 | 89 | 75 |
| Развитие болезни, % | 5,1 | 10,2 | 20,2 | 8,0 | 16,1 | 28,4 |
| Урожайность, ц/га | 90 | 95 | 90 | 63 | 81 | 68 |
| Развитие болезни, % | 14,1 | 6,4 | 12,8 | 36,6 | 23,8 | 34,1 |

Следует определить, существует ли зависимость между урожайностью малины и пораженностью растений антракнозом.

*Решение*

1. *Заполняем расчетную таблицу*.

Значения признака X ранжируем в порядке возрастания (т.е. размещают в порядке возрастания от самого маленького до самого большого значения). Напротив каждого значения X запи-

сываем соответствующее ему значение Y. Т.е. *ранжируются только значения признака X*.

| X | $\bar{x}_y$ | Y | $\bar{y}_x$ | $Y-\bar{y}_x$ | $Y-\bar{y}$ | $(Y-\bar{y}_x)^2$ | $(Y-\bar{y})^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5,1 | 6,5 | 98 | 95 | 3 | 13 | 9 | 169 |
| 6,4 | | 95 | | 0 | 10 | 0 | 100 |
| 8,0 | | 93 | | -2 | 8 | 4 | 64 |
| 10,2 | 12,4 | 92 | 91 | 1 | 7 | 1 | 49 |
| 12,8 | | 90 | | -1 | 5 | 1 | 25 |
| 14,1 | | 90 | | -1 | 5 | 1 | 25 |
| 16,1 | 20,0 | 89 | 85 | 4 | 4 | 16 | 16 |
| 20,2 | | 85 | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 23,8 | | 81 | | -4 | -4 | 16 | 16 |
| 28,4 | 33,0 | 75 | 69 | 6 | -10 | 36 | 100 |
| 34,1 | | 68 | | -1 | -17 | 1 | 289 |
| 36,6 | | 63 | | -6 | -22 | 36 | 484 |
| - | - | ∑= **1019** | - | - | - | ∑=**121** | ∑=**1337** |

Значения разбиваем на группы. В каждой группе должно быть не менее 2 значений, причем размер может быть неодинаковым. В нашем примере разобьем значения на 4 группы.

1.*Находим среднюю арифметическую по ряду Y и групповые средние* $\bar{x}_y$ *и* $\bar{y}_x$.

Средняя арифметическая по ряду Y

$$\bar{y}=\frac{\sum Y}{n}=\frac{98+95+93+92+90+90+89+85+81+75+68+63}{12}=\frac{1019}{12}=85$$

Средние арифметические по ряду X:

$$\bar{x}_y1=\frac{5{,}1+6{,}4+8{,}0}{3}=\frac{19{,}5}{3}=6{,}5 \qquad \bar{x}_y2=\frac{10{,}2+12{,}8+14{,}1}{3}=\frac{37{,}1}{3}=12{,}4$$

$$\bar{x}_y 3 = \frac{16{,}1 + 20{,}2 + 23{,}8}{3} = \frac{60{,}1}{3} = 20{,}0$$

$$\bar{x}_y 4 = \frac{28{,}4 + 34{,}1 + 36{,}6}{3} = \frac{99{,}1}{3} = 33{,}0$$

Средние арифметические по ряду Y:

$$\bar{y}_x 1 = \frac{98 + 95 + 93}{3} = \frac{286}{3} = 95 \qquad \bar{y}_x 2 = \frac{92 + 90 + 90}{3} = \frac{272}{3} = 91$$

$$\bar{y}_x 3 = \frac{89 + 85 + 81}{3} = \frac{255}{3} = 85 \qquad \bar{y}_x 4 = \frac{75 + 68 + 63}{3} = \frac{206}{3} = 69$$

2. *Определяем*:

корреляционное отношение

$$\eta = \sqrt{\frac{\sum (Y - \bar{y})^2 - \sum (Y - \bar{y}_x)^2}{\sum (Y - \bar{y})^2}} = \sqrt{\frac{1337 - 121}{1337}} = \sqrt{\frac{1216}{1337}} = \sqrt{0{,}91} = 0{,}95$$

ошибку корреляционного отношения

$$s_\eta = \sqrt{\frac{1 - \eta^2}{n - 2}} = \sqrt{\frac{1 - 0{,}95^2}{12 - 2}} = \sqrt{\frac{1 - 0{,}91}{10}} = \sqrt{\frac{0{,}09}{10}} = \sqrt{0{,}009} = 0{,}09$$

n – количество парных значений

критерий существенности

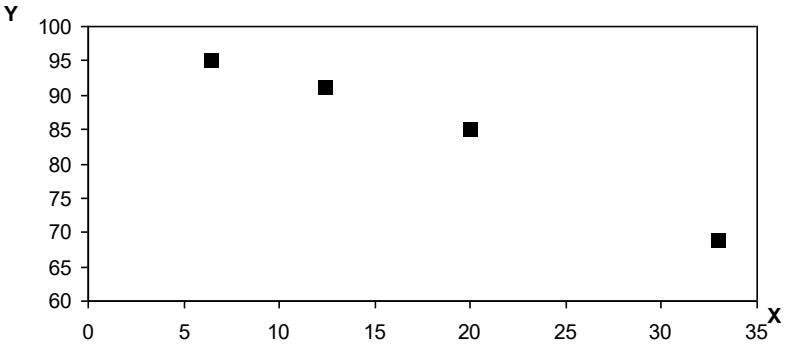
$$t_\eta = \frac{\eta}{s_\eta} = \frac{0{,}95}{0{,}09} = 10{,}56$$

Сравниваем критерий существенности с критерием Стьюдента, который берем из статистической таблицы на 5% уровне значимости и числе степеней свободы v = n-2.

При v = n-2=12-2=10 $t_{05}$= 2,23

Критерий существенности больше критерия Стьюдента, следовательно между изучаемыми признаками существует ***значимая корреляционная зависимость***.

3. *На основании групповых средних строим точечный график и определяем теоретическую линию регрессии, проведя кривую между точками*.




**Вывод.** ***Установлена значимая обратная корреляционная зависимость между урожайностью малины и пораженностью растений антракнозом. С увеличением пораженности антракнозом урожайность малины снижается.***

***Задание.*** Согласно N примера рассчитать корреляционное отношение, определить его значимость и представить данные в виде графика.

**Пример 1.** ***Определить зависимость урожайности озимой пшеницы (Y, ц/га) от засоренности посевов (X, шт/м$^2$)***

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Урожайность, ц/га | 50,5 | 49,8 | 40,7 | 44,5 | 42,5 | 39,1 | 47,6 | 38,5 | 46,8 |
| Засоренность, шт/м$^2$ | 5 | 10 | 163 | 50 | 100 | 258 | 20 | 286 | 38 |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Урожайность, ц/га | 43,8 | 43,1 | 43,7 | 44,1 | 39,9 | 48,3 | 43,3 | 39,5 | 43,5 |
| Засоренность, шт/м$^2$ | 75 | 120 | 68 | 75 | 200 | 30 | 145 | 217 | 87 |

**Пример 2.** ***Определить зависимость между заселенностью красным плодовым клещом (Y, балл) и толщиной штамба (X, мм)***

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Заселенность, балл | 0,3 | 0,7 | 3,0 | 2,5 | 0,5 | 1,0 | 2,0 | 1,5 | 3,5 |
| Толщина штамба, мм | 73 | 68 | 63 | 65 | 70 | 68 | 66 | 66 | 62 |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Заселенность, балл | 4,8 | 4,2 | 4,0 | 0,8 | 4,6 | 4,9 | 0,7 | 1,3 | 3,7 |
| Толщина штамба, мм | 59 | 60 | 62 | 65 | 58 | 60 | 67 | 67 | 61 |

**Пример 3.** ***Определить степень поврежденности побегов черной смородины листовой галлицей (Y, %) в зависимости от количества эфирных желез на листе (X, шт.).***

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Степень повре-ждения, % | 57,5 | 72,5 | 57,4 | 40,0 | 67,5 | 27,5 | 45,0 | 27,5 | 52,5 |
| Количе-ство эфирных желез, шт | 48 | 50 | 53 | 54 | 57 | 61 | 61 | 61 | 62 |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Степень повре-ждения, % | 57,5 | 25,5 | 22,5 | 5,0 | 16,0 | 2,5 | 5,0 | 5,0 | 2,5 |
| Количе-ство эфирных желез, шт | 69 | 72 | 98 | 112 | 118 | 119 | 126 | 188 | 165 |

***Решение***

1.*Записать название примера*.

2. *Заполнить расчетную таблицу*. Для вычисления корреляционного отношения значения признака X ранжируют в порядке возрастания и разбивают на группы согласно задания преподавателя.

| X | $\bar{x}_y$ | Y | $\bar{y}_x$ | $Y-\bar{y}_x$ | $Y-\bar{y}$ | $(Y-\bar{y}_x)^2$ | $(Y-\bar{y})^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| - | - | $\Sigma=$ | - | - | - | $\Sigma=$ | $\Sigma=$ |

3. *Определить*:

корреляционное отношение

$$\eta=\sqrt{\frac{\Sigma(Y-\bar{y})^2-\Sigma(Y-\bar{y}_x)^2}{\Sigma(Y-\bar{y})^2}}$$

ошибку корреляционного отношения

$$s_\eta=\sqrt{\frac{1-\eta^2}{n-2}}$$

критерий существенности

$$t_\eta = \frac{\eta}{s_\eta}$$

при v = n-2 $t_{05}$=

4. *Построить теоретическую линию регрессии по групповым средним X и Y.*

***Вывод:***

***Контрольные вопросы:***

1.Какая корреляция называется нелинейной?

2.Какой коэффициент описывает нелинейную зависимость? Почему он является универсальным?

3.Как определить форму связи?

## *Практическое занятие № 10*
## *КОРРЕЛЯЦИЯ КАЧЕСТВЕННЫХ ПРИЗНАКОВ*

При изучении корреляционной зависимости между качественными признаками используют ***коэффициент ассоциации*** при альтернативной изменчивости и ***коэффициент сопряженности***, если изучается зависимость между тремя и более признаками.

Коэффициент ассоциации является одной из модификаций критерия хи-квадрат Пирсона и изменяется в пределах от –1 до +1

Коэффициент ассоциации рассчитывается по формуле Юла:

$$r = \frac{n_1 \cdot n_4 - n_2 \cdot n_3}{\sqrt{N_1 \cdot N_2 \cdot N_3 \cdot N_4}} \quad (18)$$

где $n_1$ и $n_4$ – частоты с одинаковыми знаками клеток (++ или --);

$n_2$ и $n_3$ – частоты с разными знаками клеток (+- или -+);

$N_1$ и $N_2$ – суммы частот по столбцам;

$N_3$ и $N_4$ – суммы частот по строкам корреляционной таблицы.

**Пример.** ***Изучали эффективность обработки против парши на яблоне. На контрольном участке из 57 деревьев паршой было поражено 42, на обработанном участке было обследовано 63 дерева, из которых у 3 отмечено развитие болезни. Определить зависимость между обработкой и развитием болезни.***

Т.к. в нашем примере определяется альтернативная зависимость между качественными признаками, рассчитываем ***коэффициент ассоциации***.

*Решение*

1. *Составляем четырехпольную корреляционную таблицу*

| Вариант | Деревья | | Суммы по рядам |
|---|---|---|---|
| | не пораженные (-) | пораженные (+) | |
| Без обработки – контроль (-) | 15 (--;$n_1$) | 42 (-+;$n_2$) | 57 ($N_3$) |
| Обработка фунгицидом(+) | 60 (+-;$n_3$) | 3 (++;$n_4$) | 63 ($N_4$) |
| Суммы по столбцам | 75 ($N_1$) | 45 ($N_2$) | n =120 |

2. *Вычисляем коэффициент ассоциации:*

$$r = \frac{n_1 \cdot n_4 - n_2 \cdot n_3}{\sqrt{N_1 \cdot N_2 \cdot N_3 \cdot N_4}} = \frac{15 \cdot 3 - 42 \cdot 60}{\sqrt{75 \cdot 45 \cdot 57 \cdot 63}} = \frac{45 - 2520}{\sqrt{12119625}} =$$

$$= \frac{-2475}{3481} = -0{,}711$$

3. *Рассчитываем ошибку коэффициента ассоциации:*

$$s_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{1-(-0{,}711)^2}{120-2}} = \sqrt{\frac{1-0{,}502}{118}} =$$

$$= \sqrt{\frac{0{,}498}{118}} = \sqrt{0{,}0042} = 0{,}065$$

4. Вычисляем критерий существенности коэффициента ассоциации:

$$t_r = \frac{r}{s_r} = \frac{-0{,}711}{0{,}065} = -10{,}9$$

Т.к. знак критерия существенности не несет смысловой нагрузки, мы его отбрасываем.

По статистической таблице находим значение критерия Стьюдента при 5% уровне значимости и числе степеней свободы равном v = n-1=120-119

$$t_{05} = 1{,}96$$

Критерий существенности больше критерия Стьюдента, следовательно между признаками существует значимая корреляционная зависимость.

**Вывод: Обработка фунгицидом существенно снижает количество деревьев, пораженных паршой**

***Задание***. Получив N примера от преподавателя, определить корреляционную зависимость между изучаемыми признаками

**Пример 1.** ***Изучали биологическую эффективность защитных мероприятий против плодожорок в саду. Из 150 плодов, снятых с контрольных деревьев, плодожоркой было повреждено 124, из 120 плодов, снятых с обработанных деревьев, 36 было повреждено. Определить корреляционную зависимость между обработкой и поврежденностью плодов плодожоркой.***

**Пример 2.** ***Изучали влияние азотных удобрений на сохранность клубней картофеля. Из 200 клубней, отобранных с***

***контрольного варианта, спустя 60 дней хранения товарными были 182, из 250 клубней, взятых с опытного варианта, товарными были 179. Определить зависимость между внесением азотных удобрений и сохранностью клубней картофеля.***

**Пример 3.** ***Изучали эффективность защитных мероприятий против пероноспороза на луке. На участке, обработанном, фунгицидами, насчитывалось 12% пораженных растений, на контрольном – 89. Определить зависимость между обработками фунгицидами и поражаемостью растений пероноспорозом.***

***Решение***

*1. Составляем четырехпольную корреляционную таблицу*

| Вариант | | | Суммы по рядам |
|---|---|---|---|
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| Суммы по столбцам | | | n = |

*2. Вычисляем коэффициент ассоциации*

$$r = \frac{n_1 \cdot n_4 - n_2 \cdot n_3}{\sqrt{N_1 \cdot N_2 \cdot N_3 \cdot N_4}}$$

*3. Рассчитываем ошибку коэффициента ассоциации*

$$s_r = \sqrt{\frac{1 - r^2}{n - 2}}$$

*4. Вычисляем критерий существенности коэффициента ассоциации*

$$t_r = \frac{r}{s_r}$$

$t_{05}$ = при v = n-1

***Вывод:***

При измерении тесноты связи между качественными альтернативными признаками и непрерывно варьирующим количественным признаком используется ***биссериальный коэффициент корреляции ($r_{bs}$)***. Вычисляется коэффициент по формуле:

$$r_{bs} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{s} \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{N(N-1)}} \qquad (19)$$

где $x_1$ и $x_2$ – средние арифметические альтернативных групп,
s – стандартное отклонение,
$n_1$ и $n_2$ – объемы альтернативных групп,
$N = (n_1+n_2)$ – общее число наблюдений.

Изменяется биссериальный коэффициент корреляции в пределах от –1 до +1; при $x_1=x_2$ $r_{bs}=0$. Как и для коэффициента ассоциации, знак для биссериального коэффициента не несет смысловой нагрузки.

**Пример.** ***Изучали влияние пораженности ботвы фитофторозом на урожайность картофеля сорта Приекульский ранний. Определить существует ли корреляционная зависимость между урожайностью картофеля и пораженностью ботвы фитофторозом.***

*Решение*

| Урожай, кг с 1 куста (X) | | 0,7 | 0,6 | 0,5 | 0,4 | 0,3 | 0,2 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Число кустов, шт | всего (f) | 12 | 15 | 18 | 13 | 9 | 6 |
| | в т.ч. пораженных ($f_1$) | 0 | 4 | 9 | 10 | 7 | 6 |

1. *Составляем расчетную таблицу.*

| X | $f_1$ | $f_2$ | $f=f_1+f_2$ | $f_1X$ | $f_2X$ | fX | $X^2$ | $fX^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,7 | 0 | 12 | 12 | 0 | 8,4 | 8,4 | 0,49 | 5,88 |
| 0,6 | 4 | 11 | 15 | 2,4 | 6,6 | 9,0 | 0,36 | 5,40 |
| 0,5 | 9 | 9 | 18 | 4,5 | 4,5 | 9,0 | 0,25 | 4,50 |
| 0,4 | 10 | 3 | 13 | 4,0 | 1,2 | 5,2 | 0,16 | 2,08 |
| 0,3 | 7 | 2 | 9 | 2,1 | 0,6 | 2,7 | 0,09 | 0,81 |
| 0,2 | 6 | 0 | 6 | 1,2 | 0 | 1,2 | 0,02 | 0,12 |
| Сум-мы | $n_1$= 36 | $n_2$= 37 | **N=73** | $\sum f_1X$ = 14,2 | $\sum f_2X$ = 21,3 | $\sum fX$ = 35,5 | - | $\sum fX^2$ =18,79 |

2. *Вычисляем средние для альтернативных групп*

$$\bar{X}_1 = \frac{\sum f_1 X}{n_1} = \frac{14{,}2}{36} = 0{,}39$$

$$\bar{X}_2 = \frac{\sum f_2 X}{n_2} = \frac{21{,}3}{37} = 0{,}58$$

3. *Вычисляем стандартное отклонение*

$$s = \sqrt{\frac{\sum fX^2 - \frac{(\sum fX)^2}{N}}{N-1}} = \sqrt{\frac{18{,}79 - 35{,}5^2 \div 73}{73-1}} =$$

$$= \sqrt{\frac{18{,}79 - 1260{,}25 \div 73}{72}} = \sqrt{\frac{18{,}79 - 17{,}26}{72}} = \sqrt{\frac{1{,}53}{72}} =$$

$$= \sqrt{0{,}021} = 0{,}14$$

4. *Вычисляем биссериальный коэффициент корреляции*

$$r_{bs} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{s} \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{N(N-1)}} = \frac{0{,}39 - 0{,}58}{0{,}14} \cdot \sqrt{\frac{36 \cdot 37}{73(73-1)}} =$$

$$= \frac{-0{,}19}{0{,}14} \cdot \sqrt{\frac{1332}{73 \cdot 72}} = -1{,}36 \cdot \sqrt{\frac{1332}{5256}} = -1{,}36 \cdot \sqrt{0{,}25} =$$

$$= -1{,}36 \cdot 0{,}5 = -0{,}68$$

5. *Рассчитываем ошибку биссериального коэффициента корреляции*

$$s_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{N-2}} = \sqrt{\frac{1-(-0{,}68)^2}{73-2}} = \sqrt{\frac{1-0{,}462}{71}} = \sqrt{\frac{0{,}538}{71}} =$$

$$= \sqrt{0{,}0076} = 0{,}09$$

6. *Рассчитываем критерий существенности биссериального коэффициента корреляции*

$$t_r = \frac{r}{s_r} = \frac{-0{,}68}{0{,}009} = -7{,}56$$

Т.к. знак критерия существенности не несет смысловой нагрузки, мы его отбрасываем.

По статистической таблице находим значение критерия Стьюдента при 5% уровне значимости и числе степеней свободы равном v = N-2=73-2=71 $t_{05}$ = 2,01

Критерий существенности больше критерия Стьюдента, следовательно между признаками существует значимая корреляционная зависимость.

**Вывод:** ***С увеличением пораженности ботвы фитофторозом урожайность картофеля сорта Приекульский ранний существенно снижается.***

**Пример 1.** ***Изучали влияние пораженности зерна шведской мухой на урожайность озимой пшеницы сорта Обрий. Определить существует ли корреляционнная зависимость между урожайностью пшеницы и пораженностью зерен шведской мухой.***

| Урожай, ц/га | | 48 | 42 | 35 | 31 | 25 | 19 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Число зерен в колосе, шт | всего | 39 | 37 | 36 | 35 | 35 | 32 |
| | в т.ч. пораженных | 0 | 3 | 8 | 11 | 16 | 18 |

**_Решение:_**

1. *Составляем расчетную таблицу.*

| X | $f_1$ | $f_2$ | $f=f_1+f_2$ | $f_1X$ | $f_2X$ | fX | $X^2$ | $fX^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| Суммы | $n_1$= | $n_2$= | N= | $\sum f_1X$ | $\sum f_2X$ | $\sum fX$ | - | $\sum fX^2$ |

2. *Вычисляем средние для альтернативных групп:*

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum f_1 X}{n_1} \qquad \bar{x}_2 = \frac{\sum f_2 X}{n_2}$$

3. *Вычисляем стандартное отклонение:*

$$s = \sqrt{\frac{\sum fX^2 - \frac{(\sum fX)^2}{N}}{N-1}}$$

4. *Вычисляем биссериальный коэффициент корреляции*

$$r_{bs} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s} \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{N(N-1)}}$$

5. *Рассчитываем ошибку биссериального коэффициента корреляции*

$$s_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{N-2}}$$

6. *Рассчитываем критерий существенности биссериального коэффициента корреляции*

$$t_r = \frac{r}{s_r}$$

$t_{05}$ = при v = N-2

***Вывод:***

## *Практическое занятие № 11*
## *МНОЖЕСТВЕННАЯ КОРРЕЛЯЦИЯ*

Корреляция называется ***множественной,*** если исследуется связь между тремя и более признаками. Наиболее простой формой множественной корреляции является зависимость между тремя признаками. Для определения формы и тесноты связи нескольких факторов применяют частные и множественные коэффициенты корреляции.

*Частный коэффициент корреляции* для трех признаков (факторов) определяет форму и тесноту связи между двумя при постоянном значении третьего. Обозначается частный коэффициент корреляции как $r_{xy.z}$, $r_{xz.y}$ и $r_{yz.x}$, где до точки указываются факторы, которые изучаются, после точки – фактор, значение которого элиминируется. Вычисляют частные коэффициенты корреляции по формулам:

$$r_{xy.z} = \frac{r_{xy} - r_{xz} \cdot r_{yz}}{\sqrt{(1 - r_{xz}^2) \cdot (1 - r_{yz}^2)}} \quad (20)$$

$$r_{xz.y} = \frac{r_{xz} - r_{xy} \cdot r_{yz}}{\sqrt{(1 - r_{xy}^2) \cdot (1 - r_{yz}^2)}} \quad (21)$$

$$r_{yz.x} = \frac{r_{yz} - r_{xy} \cdot r_{xz}}{\sqrt{(1 - r_{xy}^2) \cdot (1 - r_{xz}^2)}} \quad (22)$$

где $r_{xy}$, $r_{xz}$ и $r_{yz}$ – парные коэффициенты корреляции.

Частные коэффициенты корреляции изменяются в пределах от –1 до +1.

*Множественный коэффициент корреляции* показывает тесноту связи одного фактора с совокупностью двух других факторов, то есть зависимость одного фактора от двух других. Обозначается множественный коэффициент корреляции как $R_{x.yz}$, $R_{y.xz}$ и $R_{z.xy}$, где до точки указывается признак, который изучается, после точки – факторы, влияющие на изучаемый признак.

Вычисляют множественные коэффициенты корреляции по формулам:

$$R_{x.yz} = \sqrt{\frac{r_{xy}^2 + r_{xz}^2 - 2r_{xy} \cdot r_{xz} \cdot r_{yz}}{1 - r_{yz}^2}} \qquad (23)$$

$$R_{y.xz} = \sqrt{\frac{r_{xy}^2 + r_{yz}^2 - 2r_{xy} \cdot r_{xz} \cdot r_{yz}}{1 - r_{xz}^2}} \qquad (24)$$

$$R_{z.xy} = \sqrt{\frac{r_{xz}^2 + r_{xy}^2 - 2r_{xy} \cdot r_{xz} \cdot r_{yz}}{1 - r_{xy}^2}} \qquad (25)$$

Коэффициент множественной корреляции всегда положительное число и находится в пределах от 0 до 1.

**Пример.** ***Определить зависимость выживаемости диапазирующих особей калифорнийской щитовки от температуры воздуха и длины светового дня*** (По В.Ф. Пересыпкину, 1989).

| Признак | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Количество живых особей, % (Y) | 99.0 | 95.5 | 94.0 | 92.0 | 79.5 | 58.5 | 44.9 | 26.6 | 14.4 | 7.9 |
| Средняя температура воздуха в камере, $^0$C (X) | -18 | -20 | -22 | -24 | -26 | -28 | -29 | -30 | -31 | -32 |
| Длина светового дня в период реактивации,ч (Z) | 17 | 16 | 16 | 15 | 14 | 14 | 13 | 12 | 12 | 10 |

*Решение*

1. *Заполняем расчетную таблицу*

| x | y | z | $x^2$ | $y^2$ | $z^2$ | xy | xz | yz |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 18 | 99,0 | 17 | 324 | 9801,0 | 289 | 1782,0 | 306 | 1683,0 |
| 20 | 95,5 | 16 | 400 | 9120,2 | 256 | 1910,0 | 320 | 1528,0 |
| 22 | 94,0 | 16 | 484 | 8836,0 | 256 | 2068,0 | 352 | 1504,0 |
| 24 | 92,0 | 15 | 576 | 8464,0 | 225 | 2208,0 | 360 | 1380,0 |
| 26 | 79,5 | 14 | 676 | 6320,2 | 196 | 2067,0 | 364 | 1113,0 |
| 28 | 58,5 | 14 | 784 | 3422,2 | 196 | 1638,0 | 392 | 819,0 |
| 29 | 44,9 | 13 | 841 | 2016,0 | 169 | 1302,1 | 377 | 583,7 |
| 30 | 26,6 | 12 | 900 | 707,6 | 144 | 798,0 | 360 | 319,2 |
| 31 | 14,4 | 12 | 961 | 207,4 | 144 | 446,4 | 372 | 172,8 |
| 32 | 7,9 | 10 | 1024 | 62,4 | 100 | 252,8 | 320 | 79,0 |
| ∑x= **260** | ∑y= **612,3** | ∑z= **139** | $\sum x^2$ = **6970** | $\sum y^2$ = **48957** | $\sum z^2$= **1975** | ∑ xy = **14472,3** | ∑ xz = **3523** | ∑ yz = **9181,7** |

2. Вычисляем парные коэффициенты корреляции:

$$r_{xy} = \frac{\sum xy - (\sum x \cdot \sum y) \div n}{\sqrt{\left[\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}\right] \cdot \left[\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}\right]}} =$$

$$= \frac{14472{,}3 - (260 \cdot 612{,}3) : 10}{\sqrt{(6970 - 260^2 : 10) \cdot (48597 - 612{,}3^2 : 10)}} =$$

$$= \frac{14472{,}3 - 159198 : 10}{\sqrt{(6790 - 67600 : 10) \cdot (48957 - 374911{,}3 : 10)}} =$$

$$= \frac{14472{,}3 - 15919{,}8}{\sqrt{(6970 - 6760) \cdot (48957 - 37491{,}1)}} = \frac{-1447{,}5}{\sqrt{210 \cdot 11465{,}9}} =$$

$$= \frac{-1447{,}5}{\sqrt{2407839}} = \frac{-1447{,}5}{1551{,}7} = -0{,}93$$

$$r_{xz} = \frac{\sum xz - (\sum x \cdot \sum z) \div n}{\sqrt{\left[\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}\right] \cdot \left[\sum z^2 - \frac{(\sum z)^2}{n}\right]}} =$$

$$= \frac{3523 - (260 \cdot 139) \div 10}{\sqrt{210 \cdot (1975 - 139^2 \div 10)}} = \frac{3523 - 36140 \div 10}{\sqrt{210 \cdot (1975 - 19321 \div 10)}} =$$

$$= \frac{3523 - 3614}{\sqrt{210 \cdot (1975 - 1932{,}1)}} = \frac{-91}{\sqrt{210 \cdot 42{,}9}} = \frac{-91}{\sqrt{9009}} = \frac{-91}{94{,}9} = -0{,}95$$

$$r_{yz} = \frac{\sum yz - (\sum y \cdot \sum z) \div n}{\sqrt{\left[\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}\right] \cdot \left[\sum z^2 - \frac{(\sum z)^2}{n}\right]}} =$$

$$= \frac{9181{,}7 - (612{,}3 \cdot 139) \div 10}{\sqrt{11465{,}9 \cdot 42{,}9}} = \frac{9181{,}7 - 85109{,}7 \div 10}{\sqrt{491887{,}1}} =$$

$$= \frac{9181{,}7 - 8511{,}0}{701{,}3} = \frac{670{,}7}{701{,}3} = 0{,}95$$

*3. В соответствии с задачей эксперимента вычисляем частные коэффициенты корреляции:*

$$r_{xy.z}=\frac{r_{xy}-r_{xz}\cdot r_{yz}}{\sqrt{(1-r_{xz}^2)\cdot(1-r_{yz}^2)}}=\frac{-0{,}93-(-0{,}95\cdot 0{,}95)}{\sqrt{\left(1-0{,}95^2\right)\cdot\left(1-0{,}95^2\right)}}=$$

$$=\frac{-0{,}93+0{,}90}{\sqrt{(1-0{,}9)\cdot(1-0{,}9)}}=\frac{-0{,}03}{\sqrt{0{,}1\cdot 0{,}1}}=\frac{-0{,}03}{\sqrt{0{,}01}}=\frac{-0{,}03}{0{,}1}-0{,}3$$

$$r_{yz.x}=\frac{r_{yz}-r_{xy}\cdot r_{xz}}{\sqrt{(1-r_{xy}^2)\cdot(1-r_{xz}^2)}}=\frac{0{,}95-(-0{,}93)\cdot(-0{,}95)}{\sqrt{\left(1-0{,}93^2\right)\cdot\left(1-0{,}95^2\right)}}=$$

$$=\frac{0{,}95-0{,}88}{\sqrt{(1-0{,}86)\cdot(1-0{,}90)}}=\frac{0{,}07}{\sqrt{0{,}14\cdot 0{,}1}}=\frac{0{,}07}{\sqrt{0{,}014}}=\frac{0{,}07}{0{,}12}=0{,}58$$

*4. Вычисляем ошибки частных коэффициентов корреляции:*

$$s_{r_{xy.z}}=\sqrt{\frac{1-r_{xy.z}^2}{n-2}}=\sqrt{\frac{1-0{,}3^2}{10-2}}=\sqrt{\frac{1-0{,}09}{8}}=\sqrt{\frac{0{,}91}{8}}=$$

$$=\sqrt{0{,}11}=0{,}33$$

$$s_{r_{yz.x}}=\sqrt{\frac{1-r_{yz.x}^2}{n-2}}=\sqrt{\frac{1-0{,}58^2}{10-2}}=\sqrt{\frac{1-0{,}34}{8}}=\sqrt{\frac{0{,}66}{8}}=$$

$$=\sqrt{0{,}08}=0{,}29$$

*5. Определяем критерии значимости частных коэффициентов корреляции и их существенность:*

$$t_{xy.z}=\frac{r_{xy.z}}{s_{r_{xy.z}}}=\frac{0{,}30}{0{,}33}=0{,}91$$

$$t_{yz.x}=\frac{r_{yz.x}}{s_{r_{yz.x}}}=\frac{0{,}58}{0{,}29}=2{,}0$$

при v = n-3= 10-3=7 $t_{05}$ = 2,37

Критерии существенности частных коэффициентов корреляции меньше критерия Стьюдента, следовательно, корреля-

ционная связь между двумя признаками при постоянном значении третьего незначима.

***Т.е. при постоянной длине светового дня в период реактивации нет значимой корреляционной зависимости между количеством живых особей и средней температурой воздуха в камере; при постоянной средней температуре воздуха в камере нет значимой корреляционной зависимости между количеством живых особей и длиной светового дня в период реактивации.***

*6. В соответствии с задачей эксперимента вычисляем коэффициент множественной корреляции:*

$$R_{y.xz} = \sqrt{\frac{r_{xy}^2 + r_{yz}^2 - 2r_{xy} \cdot r_{xz} \cdot r_{yz}}{1 - r_{xz}^2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{0{,}93^2 + 0{,}95^2 - 2 \cdot (-0{,}93) \cdot (-0{,}95) \cdot 0{,}95}{1 - 0{,}95^2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{0{,}86 + 0{,}90 - 2 \cdot 0{,}86 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}9}{1 - 0{,}9}} = \sqrt{\frac{1{,}76 - 1{,}67}{0{,}1}} =$$

$$= \sqrt{\frac{0{,}09}{0{,}1}} = \sqrt{0{,}9} = 0{,}95$$

*7. Определяем значимость множественной корреляции по критерию Фишера:*

$$F = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot \frac{n - k}{k - 1} = \frac{0{,}95^2}{1 - 0{,}95^2} \cdot \frac{10 - 3}{3 - 1} =$$

$$= \frac{0{,}9}{0{,}1} \cdot \frac{7}{2} = 9 \cdot 3{,}5 = 31{,}5$$

где: n – объем выборки, k – число изучаемых признаков

при $v_2 = n\text{-}k=7$ и $v_1 = k\text{-}1=2$ $F_{05} = 4{,}74$

Фактическое значение критерия Фишера больше теоретического, следовательно между изучаемыми признаками (факторами) есть значимая корреляционная связь.

***Вывод: Выживаемость диапаузирующих особей калифорнийской щитовки в значительной степени зависит от температуры воздуха и длины светового дня.***

***Задание***. Получив N примера от преподавателя, определить корреляционную зависимость между изучаемыми признаками

**Пример 1.** ***Определить зависимость урожайности огурца от нормы выпуска хищной галлицы и количества вносимых фосфорных удобрений*** (По В.Ф. Пересыпкину, 1989).

| Признак | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Урожай, кг/м$^2$ (Y) | 16.2 | 16.5 | 17.0 | 18.9 | 19.2 | 23.1 | 24.0 | 26.3 | 28.5 | 30.1 |
| Норма выпуска галлиц, кз./м$^2$ (X) | 50 | 50 | 60 | 60 | 70 | 70 | 80 | 80 | 90 | 100 |
| Доза $P_2O_5$, г/м$^3$ (Z) | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 | 50 | 55 | 55 | 60 |

**Пример 2.** ***Определить зависимость площади листовой поверхности сеянцев яблони от численности зеленой яблонной тли и количества вносимых азотных удобрений*** (По В.Ф. Пересыпкину, 1989).

| Признак | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Площадь листовой поверхности, мм$^2$ (Y) | 100.0 | 85.1 | 82.0 | 66.5 | 63.2 | 60.0 | 52.1 | 28.8 | 20.5 | 16.3 |
| Среднее число особей на 10 см побега, шт (X) | 0.2 | 1.8 | 1.5 | 1.9 | 4.9 | 8.8 | 17.4 | 15.6 | 33.8 | 46.1 |
| Доза азотных удобрений, кг/га д.в. (Z) | 45 | 45 | 40 | 40 | 35 | 35 | 30 | 30 | 28 | 30 |

**Пример 3.** ***Определить зависимость развития пыльной головни пшеницы от относительной влажности воздуха и среднемесячной температуры июня*** (По В.Ф. Пересыпкину, 1989).

| Признак | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Степень развития болезни, % (Y) | 0.12 | 0.15 | 0.20 | 0.30 | 0.33 | 0.36 | 0.40 | 0.40 | 0.58 | 0.83 |
| Относительная влажность воздуха, % (X) | 45.4 | 61.6 | 69.1 | 63.5 | 66.1 | 71.9 | 67.0 | 77.5 | 71.1 | 87.9 |
| Среднемесячная температура воздуха , $^{o}$C (Z) | 17.9 | 18.4 | 16.4 | 16.8 | 16.5 | 15.8 | 15.9 | 16.1 | 15.3 | 15.6 |

***Решение***

1. *Заполняем расчетную таблицу:*

| x | y | z | $x^2$ | $y^2$ | $z^2$ | xy | xz | yz |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| $\sum x$ | $\sum y$ | $\sum z$ | $\sum x^2$ | $\sum y^2$ | $\sum z^2$ | $\sum xy$ | $\sum xz$ | $\sum yz$ |

2. *Вычисляем парные коэффициенты корреляции*:

$$r_{xy} = \frac{\sum xy - (\sum x \cdot \sum y) \div n}{\sqrt{\left[\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}\right] \cdot \left[\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}\right]}}$$

$$r_{xz} = \frac{\sum xz - (\sum x \cdot \sum z) \div n}{\sqrt{\left[\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}\right] \cdot \left[\sum z^2 - \frac{(\sum z)^2}{n}\right]}}$$

$$r_{yz} = \frac{\sum yz - (\sum y \sum z) \div n}{\sqrt{\left[\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}\right] \cdot \left[\sum z^2 - \frac{(\sum z)^2}{n}\right]}}$$

*3. В соответствии с задачей эксперимента вычисляем частные коэффициенты корреляции:*

$$r_{xy.z} = \frac{r_{xy} - r_{xz} \cdot r_{yz}}{\sqrt{(1 - r_{xy}^2)(1 - r_{yz}^2)}}$$

$$r_{yz.x} = \frac{r_{yz} - r_{xy} \cdot r_{xz}}{\sqrt{(1 - r_{xy}^2)(1 - r_{xz}^2)}}$$

*4. Вычисляем ошибки частных коэффициентов корреляции:*

$$s_{r_{xy.z}} = \sqrt{\frac{1 - r_{xy.z}^2}{n-2}}\ ; \qquad s_{r_{yz.x}} = \sqrt{\frac{1 - r_{yz.x}^2}{n-2}}\ ;$$

*5. Определяем критерии значимости частных коэффициентов корреляции и их существенность:*

$$t_{xy.z} = \frac{r_{xy.z}}{s_{r_{xy.z}}}\ ;\ t_{yz.x} = \frac{r_{yz.x}}{s_{r_{yz.x}}}$$

$t_{05}$ = при v = n-3

6. *В соответствии с задачей эксперимента вычисляем коэффициент множественной корреляции:*

$$R_{y.xz} = \sqrt{\frac{r_{xy}^2 + r_{yz}^2 - 2r_{xy} \cdot r_{xz} \cdot r_{yz}}{1 - r_{xz}^2}}$$

7. *Определяем значимость множественной корреляции:*

$$F = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot \frac{n - k}{k - 1}$$

где: n – объем выборки, k – число изучаемых признаков

$F_{05}$ = при $v_2$ = n-k и $v_1$ = k-1

***Вывод:***

*Приложение 1*

***Значение критерия t на 5 и 1% уровне значимости***

| Число степеней свободы | Уровень значимости | |
|---|---|---|
| | 05 | 01 |
| 1 | 12.71 | 63.33 |
| 2 | 4.30 | 9.93 |
| 3 | 3.18 | 5.84 |
| 4 | 2.78 | 4.60 |
| 5 | 2.57 | 4.03 |
| 6 | 2.45 | 3.71 |
| 7 | 2.37 | 3.50 |
| 8 | 2.31 | 3.36 |
| 9 | 2.26 | 3.25 |
| 10 | 2.23 | 3.17 |
| 11 | 2.20 | 3.11 |
| 12 | 2.18 | 3.06 |
| 13 | 2.16 | 3.01 |
| 14 | 2.15 | 2.98 |
| 15 | 2.13 | 2.95 |
| 16 | 2.12 | 2.92 |
| 17 | 2.11 | 2.90 |
| 18 | 2.10 | 2.88 |
| 19 | 2.09 | 2.86 |
| 21 | 2.08 | 2.83 |
| 22 | 2.07 | 2.82 |
| 23 | 2.07 | 2.81 |
| 24 | 2.06 | 2.80 |
| 25 | 2.06 | 2.79 |
| 26 | 2.06 | 2.78 |
| 27 | 2.05 | 2.77 |
| 28 | 2.05 | 2.76 |
| 29 | 2.05 | 2.76 |
| 30 | 2.04 | 2.75 |
| 50 | 2.01 | 2.68 |
| 100 | 1.98 | 2.63 |
| более 100 | 1.96 | 2.58 |

*Приложение 2*

Значение критерия F на 5-ном уровне значимости

| Степени свободы для дисперсии остатка | Степени свободы для дисперсии вариантов | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 3 | 10.13 | 9.55 | 9.28 | 9.12 | 9.01 | 8.94 | 8.88 | 8.84 |
| 4 | 7.71 | 6.94 | 6.59 | 6.39 | 6.26 | 6.16 | 6.09 | 6.04 |
| 5 | 6.61 | 5.79 | 5.41 | 5.19 | 5.05 | 4.95 | 4.88 | 4.82 |
| 6 | 5.99 | 5.14 | 4.76 | 4.33 | 4.39 | 4.27 | 4.21 | 4.15 |
| 7 | 5.59 | 4.74 | 4.35 | 4.12 | 3.97 | 3.87 | 3.79 | 3.73 |
| 8 | 5.32 | 4.46 | 4.07 | 3.84 | 3.69 | 3.58 | 3.50 | 3.44 |
| 9 | 5.12 | 4.26 | 3.86 | 3.63 | 3.48 | 3.37 | 3.29 | 3.23 |
| 10 | 4.96 | 4.10 | 3.71 | 3.48 | 3.33 | 3.22 | 3.14 | 3.07 |
| 11 | 4.84 | 3.98 | 3.59 | 3.36 | 3.20 | 3.09 | 3.01 | 2.95 |
| 12 | 4.75 | 3.88 | 3.49 | 3.26 | 3.11 | 3.00 | 2.92 | 2.85 |
| 13 | 4.64 | 3.80 | 3.41 | 3.18 | 3.02 | 2.92 | 2.84 | 2.77 |
| 14 | 4.60 | 3.74 | 3.34 | 3.11 | 2.96 | 2.85 | 2.77 | 2.70 |
| 15 | 4.54 | 3.60 | 3.29 | 3.06 | 2.90 | 2.70 | 2.70 | 2.64 |
| 16 | 4.49 | 3.63 | 3.24 | 3.01 | 2.85 | 2.74 | 2.66 | 2.59 |
| 17 | 4.45 | 3.59 | 3.20 | 2.96 | 2.81 | 2.70 | 2.62 | 2.55 |
| 18 | 4.41 | 3.55 | 3.16 | 2.93 | 2.77 | 2.66 | 2.58 | 2.51 |
| 20 | 4.35 | 3.49 | 3.10 | 2.87 | 2.71 | 2.60 | 2.52 | 2.45 |

## Список использованной литературы

1. Доспехов Б.А. Методика полевого опыта. – М.: Агропромиздат, 1985. – 416 с.
2. Кирюшин Б.Д., Усманов Б.Д., Васильев И.П. Основы научных исследований в агрономии. – М.:КолосС, 2009. – 398 с. .
3.Литвинов С.С. Методика полевого опыта в овощеводстве. – М.: ГНУ Всероссийский научно-исследовательский институт овощеводства, 2011. – 650 с.
4. Пересыпкин В.Ф., Коваленко С.И. и др. Практикум по методике полевого опытного дела в защите растений. – М.: Агропромиздат, 1989. – 174 с.
5. Основы опытного дела в растениеводстве/ Под ред. В.Е. Ещенко, М.Ф. Трифоновой. – М.: КолосС, 2009. – 268с.

*Учебное издание*

**ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**

*Методические указания к практическим занятиям*

**Трескина Наталья Новомировна**

Издается в авторской редакции

Подписано в печать ___2020 г. Формат 60 х 90/16.

Усл. печ. л. 6,0.