Лабораторная работа

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЁЖНОСТИ НЕРЕМОНТИРУЕМЫХ ОБЪЕКТОВ ПО ПЛАНУ (NUN)

Цель работы: освоить методику и приобрести практические навыки определения показателей надёжности неремонтируемых изделий и их доверительных границ для полной выборки.

Оборудование рабочего места: установка для моделирования наработки до отказа каждого из выборки однотипных изделий.

Задачи работы: На моделирующей установке определить эксплуатационные наработки до отказа каждого изделия или группы изделий.

Информация может быть задана преподавателем. По исходным данным: составить интервально-статистический ряд эмпирического распределения опытной информации. Определить численные значения показателей надёжности: средней наработки на отказ ($\overline{T}$), вероятности безотказной работы P(t), интенсивности потока отказов ($\lambda_{(t)}$). Построить гистограмму и полигон распределения опытной информации, и графики зависимости P(t) = f(T) и F(t) = f(t). Подобрать теоретический закон описания опытной информации и определить доверительные границы рассеивания наработки до первого отказа.

1. Общие сведения

К неремонтируемым изделиям относятся детали или неразборные узлы, которые работают до первого отказа, а затем выбраковываются, так как их восстановление по техническим и экономическим соображениям нецелесообразно. Показатели надёжности неремонтируемых изделий являются случайными величинами, поэтому для определения их количественных значений требуется статистический материал.

Для сбора достаточного количества информации об отказах наблюдения ведут за партией однотипных изделий в условиях эксплуатации, либо в условиях специальных испытаний, моделирующих отказы. В процессе наблюдений регистрируют время (наработку) от начала работы изделия до отказа.

План [NUN] трактуется следующим образом: под наблюдение поставлено N изделий, наблюдения ведутся до возникновения отказа всех изделий, или до их предельного состояния. Отказавшие изделия не заменяются новыми.

Статистическая оценка показателей надёжности неремонтируемых изделий определяется с помощью следующих зависимостей:

а) *средняя наработка на отказ (или средний ресурс)*

$$\overline{T_0} = \frac{\sum_{i=1}^{n} T_{ci} m_i}{N} \qquad (3.1)$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} mi(T_{ci} - \overline{T})^2}{N}} \qquad (3.2)$$

где n – число интервалов;
N – число изделий, поставленных на испытание;
T_{ci} - среднее значение наработки в интервале;
m_i – количество изделий, отказавших в i–ом интервале.

б) *интенсивность отказов*

$$\lambda_{\acute{y}}(\mathrm{t_i}) = \frac{m_i}{N_u \Delta t}, \tag{3.3}$$

где N_u - число изделий исправных к моменту t_i;

в) *вероятность безотказной работы*

$$P_{\acute{y}}(\mathrm{t_i}) = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i}{N} \;, \tag{3.4}$$

или

$$P_э\,(t_i\,) = 1 – F_э\,(t_i)\,, \tag{3.5}$$

где $\sum_{i=1}^{N} m_i$ - нарастающее количество изделий, отказавших в i-ом интервале за время t_i;
$F_э$ (t_i) – функция статистического распределения отказов;

г) *гамма-процентный ресурс*

$$P_э\,(t_\gamma) = 0{,}01\gamma, \tag{3.6}$$

где γ – процент изделий имеющих заданный t_γ и более ресурс.

В практических задачах теории надёжности зачастую требуется не только определить показатели надёжности, но и установить вид теоретического закона распределения, поскольку он характеризует определённую модель отказов. Кроме того, определение теоретического закона распределения позволяет «выровнять» эмпирическое распределение, построенное по ограниченному числу экспериментальных данных. «Выравнивание» позволяет получить генеральные характеристики без увеличения объёма экспериментальных исследований и тем самым более точно определить показатели надёжности.

Существует ряд методов определения параметров теоретического распределения по эмпирическим данным. Наиболее простой состоит в следующем.

По значению коэффициента вариации и внешнему виду графика эмпирической плотности распределения задаются определённым законом.

Коэффициент вариации определяется из соотношения

$$V = \frac{S}{\overline{\overline{T_o}}} \tag{3.7}$$

При V = 1 – экспериментальный закон распределения (ЭЗР);
$V \le 0{,}33$ – нормальный закон распределения (НЗР);
$0{,}33 < V < 1$ – закон распределения Вейбулла-Гнеденко (ЗРВ).

Далее параметры статистического распределения приравниваются к соответствующим параметрам теоретической плотности распределения.

1.1. Для экспоненциального однопараметрического распределения необходимо определить один параметр λ. Для этого закона показатели надёжности рассчитываются по следующим формулам:

а) вероятность безотказной работы

$$P(t) = e^{-\lambda t} \tag{3.8}$$

где $e^{-\lambda t}$ – приведены в табл. 1 приложения;

б) интенсивность отказов

$$\lambda(t) = \frac{1}{\bar{T}}. \qquad (3.9)$$

1.2. Для нормального закона определенные по экспериментальным данным значения $\bar{T}$ и S принимаются равными параметрам M(t) и σ теоретического распределения времени безотказной работы.

Показатели надёжности для этого закона определяются из соотношений:

$$P(t) = 1 - F_0\left(\frac{\bar{T} - t_i}{S}\right), \qquad (3.10)$$

где $F_0(t)$ – табулированное значение функции распределения отказов (табл. 2 приложения);

б) интенсивность отказов

$$f(t) = \frac{f(t)}{P(t)} \qquad (3.11)$$

где $f(t) = f_0\left(\frac{t_i - \bar{T}}{S}\right)$ - табулированная плотность распределения времени безотказной работы, (табл. 3 приложения).

1.3. Для закона Вейбулла-Гнеденко определяют коэффициент вариации по эмпирическим данным и приравнивают к теоретическому значению.

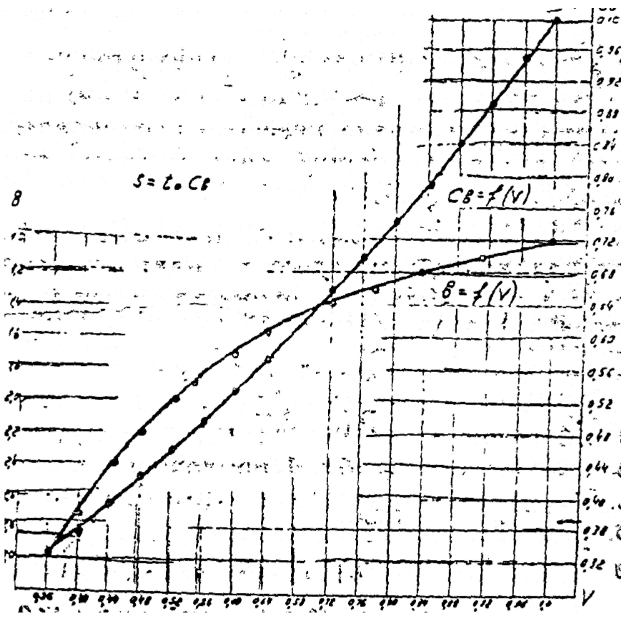

Рис. 1. Зависимость параметров распределения Вейбулла-Гнеденко от коэффициента вариации

На графике (рис. 1) b = f(V) определяют параметр b, а на C_b = f(v) – коэффициент C_b. Расчётом из выражения $t_0 = \frac{S}{C_b}$ определяют параметр t_0.

Показатели надёжности подсчитываются по следующим выражениям:

а) вероятность безотказной работы

$$P(t) = e^{-\left(\frac{t}{t_0}\right)^b} \text{ или } P(t) = 1 - F(t). \qquad (3.12)$$

где F(t) – табулированное значение функции распределения в зависимости от $\frac{t}{t_0}$ и b (табл. 4 приложения);

б) интенсивность отказов

$$\lambda(t) = \frac{b}{t_0}\left(\frac{t}{t_0}\right)^{b-1}. \tag{3.13}$$

1.4. Совпадение опытных и теоретических данных оценивается по критерию согласия Пирсона χ^2:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k}\frac{(m_i - m_{T_i})^2}{m_{T_i}}, \tag{3.14}$$

где m_i – опытная частота в i-ном интервале;
m_{Ti} - теоретическая частота в i-ном интервале.

$$m_{T_i} = \frac{\Delta t}{S} f(t_i)N, \tag{3.15}$$

где Δt – шаг интервала;
$f(t_i)$ – теоретическая плотность распределения;
N – полная выборка.

1.5. Для параметров распределений и показателей надёжности, вычисленных по результатам наблюдений в условиях эксплуатации, должны быть указаны точечные оценки параметров и показателей надёжности, их доверительные границы с указанием принятой доверительной вероятности. Схема расчётов точечных оценок параметров законов распределений и их доверительных границ представлены в таблицах 1 и 2

Таблица 1

Определение точечных оценок параметров законов распределений и их доверительных границ

Законы распределений	Формулы для определения		
	параметров распределений	двусторонних доверительных границ с	
		нижняя граница	верхняя граница
Экспоненциальный	$\hat{\lambda} = \frac{N}{\sum_{i=1}^{N} t_i}$	$\lambda_n = \frac{\frac{\lambda\hat{\chi}_i^2 - \beta}{2}\cdot 2N}{2N}$ *	$\lambda_n = \frac{\frac{\lambda\hat{\chi}_i^2 + \beta}{2}\cdot 2N}{2N}$
Нормальный	$\overline{T} = \frac{\sum_{i=1}^{k} t_i n_i}{N}$	$\overline{T_n} = \overline{T} - t_{\frac{t_{i+\beta}}{2},n}$ ** $\frac{\hat{S}}{\sqrt{N}}$	$\overline{T}_n = \overline{T} + t_{\frac{i+\beta}{2,n}}$ * $\frac{\hat{S}}{\sqrt{N}}$
	$\hat{S} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k}(1-}{N}}$	$S_n = \hat{S}\sqrt{\frac{N-1}{\frac{\chi_1^2 + \beta}{2}}.n}$ *	$S_n = \hat{S}\sqrt{\frac{N-1}{\frac{\chi_1^2 \cdot \beta}{2}},n}$

Вейбулла-Гнеденко	B и t_0 определяются из графика, рис. 1	По приближенным формулам ГОСТ 17809-72 (в данной работе не определяются)

* $\dfrac{\chi_i^2-\beta}{2}\cdot 2N$; $\dfrac{\chi_i^2+\beta}{2}\cdot 2N$; $\dfrac{\chi_i^2+\beta}{2}\cdot n$; $\dfrac{\chi_i^2-\beta}{2}\cdot n$ - находят по таблице 5 приложения, к которой $p=\dfrac{I-\beta}{2}$ и $p=\dfrac{I+\beta}{2}$;

** $\dfrac{t_i+\beta}{2}\cdot n$ - находят по табл. 6 приложения.

Таблица 2

Определение точечных оценок показателей надёжности и их доверительных границ

Законы распределения	Формулы для определения						
	средней наработки до отказа T_0	среднего ресурса $T_р$	среднего срока сох-раняем $T_с$	гамма-про-центного ресурса, $T_{\gamma р}$	гамма-про-центного ресурса, $T_{\gamma с}$	вероятности безотказной работы, P(t)	Интенсивности отказов λ(t)
Экспо-ненциаль-ный	$\dfrac{1}{\hat{\lambda}}$			$\dfrac{1}{\hat{\lambda}}\left(-in\dfrac{\lambda}{100}\right)$		$e^{-\hat{\lambda}t}$ ****	$\hat{\lambda}$
Нормаль-ный	$\overline{T}$			$\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}F_0\cdot$ $\cdot\left(\dfrac{t_i-\overline{T}}{S}\right)=\dfrac{\gamma}{100}$ *		$\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}F_0\left(\dfrac{t-\overline{T}}{S}\right)$	$\dfrac{1}{S}f_0\left(\dfrac{t-\overline{T}}{S}\right)$ ** $\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}F_0\left(\dfrac{t-\overline{T}}{S}\right)$
Вейбулла -Гнеденко	$\overline{T}=t_0\Gamma\left(1+\dfrac{1}{b}\right)$ *** $\overline{T_n}=\overline{T}\sqrt[b]{r_3}$ **** $\overline{T_è}=\overline{T}\sqrt[b]{r_1}$			$\left[t_0^b\left(-In\dfrac{\gamma}{100}\right)\right]^{\frac{1}{b}}$		$e^{-\left(\frac{t}{t_0}\right)^b}$	$\dfrac{b}{t_0}\left(\dfrac{t}{t_0}\right)^{b-1}$
				Доверительные границы в данной работе не определяются			

* $\overline{T}_0(t)$ - находят по табл.2 приложения;

** $f_0(t)$ - находят по табл. 3 приложения;

*** $r\left(1+\dfrac{1}{b}\right)$ - находят по табл. 7 приложения;

**** r_1; r_3 - находят по табл. 8 приложения;

***** $e^{-\lambda e}$ - находят по табл. 1 приложения.

2. Порядок выполнения работы

2.1. В таблицу 3 внести исходные данные, полученные на моделирующей установке или заданные преподавателем.

При t_i > 25 всю выборку целесообразно представить в виде интервалов. Интервал определяется по формуле:

$$\Delta t = \frac{t_{\max} - t\min}{n}, \quad (3.16)$$

где t_{max} и t_{min} - наибольшее и наименьшее значения наработки до отказа;

n – число интервалов $n = \sqrt{N} \pm 1$

Таблица 3

Сводная таблица исходных данных наработки изделий до первого отказа

Номер изделия	Наработка на отказ мото-ч	Номер изделия	Наработка на отказ мото-ч	Номер изделия	Наработка на отказ мото-ч	Номер изделия	Наработка на отказ мото-ч

2.2 По условиям задания результаты испытаний (табл. 3.3) представить в виде интервального статистического ряда распределения наработки изделий до первого отказа в табл. 4

Таблица 4

Интервальный статистический ряд эмпирического распределения опытной информации

Границы частичных интервалов, ч						
Середины интервалов $T_{C\,i}$, ч						
Частоты m_i						
Частости $Wi = \frac{m_i}{N}$						
Накопленные частости $F(ti) = \frac{\sum m_i}{N}$						

2.3. По формулам (3.1) и (3.2) определить числовые значения статистических характеристик распределения случайной величины, таких как среднее арифметическое значение $\overline{T}_t$, выборочное среднее квадратическое отклонение S.

2.4. Проверяем заданную информацию на выпадание точек по критерию Ирвина. Значение для опытной информации определяем по формуле

$$\lambda_{оп} = \frac{(\mathrm{T_i} - T_{i-1})}{S} \quad (3.17)$$

где T_i, T_{i-1} смежные точки информации.

Точки считают достоверными при условии, что $\lambda_{оп} < \lambda_T$; если $\lambda_{оп} > \lambda_T$, то точку признают выпадающей и исключают из дальнейших расчётов. Когда после проверки исключают выпадающие точки опытной информации, необходимо заново перестроить статистический ряд и пересчитать среднеарифметическое значение ($\overline{T}$) и среднее квадратическое отключение (S) показателя надёжности и уточняют значение коэффициента вариации по формуле:

$$\nu = \frac{S}{\left(\overline{T} - C\right)} \qquad (3.18)$$

где С – смещение рассеивания показателя надёжности – расстояние от начала координат до начала рассеивания случайной величины.

Смещение рассеивания рассчитывается при отсутствии статистического ряда (N < 25):

$$C = T_1 - (T_3 - T_1) / 2 \qquad (3.17)$$

где T_1 и T_3 – значение первой и третьей точек информации в порядке от возрастания; при наличии статистического ряда (N<25).

$$C = T_{H1} - 0{,}5\ \Delta T \qquad (3.19)$$

где T_{H1} – начало первого интервала,
ΔT – длина интервала.

По значению коэффициента вариации и форме полигона распределения показателей надёжности выдвигается гипотеза об описании распределения показателей надёжности соответствующим законом.

2.5. По данным табл. 4. построить графики, характеризующие эмпирическое распределение опытной информации, - гистограмму и полигон.

При построении гистограммы на горизонтальной оси графика откладывают значения, соответствующие границам частичных интервалов, а на вертикальной – частоты или частости, также по отдельным интервалам. Далее строят прямоугольники, основания которых лежат на горизонтальной оси координат и равны величине частичных интервалов, а высоты равны частотам или частостям соответствующих интервалов. В результате получается ступенчатый многоугольник, или гистограмма.

Если теперь соединить прямыми линиями середины верхних (горизонтальных) сторон прямоугольников гистограммы, то получим полигон распределения в виде ломаной линии.

2.6. Определить статистические оценки вероятности безотказной работы $P(t)_i$ и интенсивности отказов $\lambda(t)_i$ для заданного изделия для i-ых частичных интервалов подсчитываются по следующим уравнениям: (4 и 3) или табл. 2 и 3.

Исходные данные табл. 3 для расчётов и их результаты свести в таблицу 5.

Таблица 5

Определение статистических оценок $P(t)_i$ и $\lambda(t)_i$

Показатели	Значения показателей по частичным интервалам					
Число отказов за интервал, m_i						
Число отказавших изделий к концу интервала, Σm_i						
Число работоспособ-ных изделий к началу интервала $Nu(t)_i$						
Статистическая оценка вероятности безотказ-ной работы $\hat{P}(t)_i$						
Статистическая оценка						

интенсивности отказов $\hat{\lambda}(t)_i$						

2.7. По данным таблиц 4 и 5 построить графики изменения опытной вероятности безотказной работы P(t) и эмпирической интегральной функции $F_{ý}(t)$ в зависимости от наработки (T_i)..

2.8. Интегральная функция распределения F(t) является наиболее общей характеристикой распределения как дискретных, так и непрерывных случайных величин. Она определяет вероятность того события, что случайная величина будет меньше или равна наперед заданному значению. Интегральная функция распределения F(t) может быть задана аналитически или представлена в виде графика.

Значения теоретической интегральной функции для нормального распределения с известными параметрами $\overline{X}$ и σ определяются по табличному интегралу Φ(t), который непосредственно показывает вероятность того события, что значение случайной величины находится в пределах от 0 до t. Значения функции F(t) в конце i–го частичного интервала принимаются равными значению интеграла Φ(x). Применительно к рассматриваемому заданию $x_i = \frac{T_{вi} - \overline{T}}{S}$, где $T_{вi}$ - верхняя граница i–го частичного интервала наработки исследуемых изделий до первого отказа;

Например, верхняя граница 1-го частичного интервала $T_{вi}$ = 150 ч. $\hat{T}_i$ = 450 ч и S = 142,3 ч. Тогда $x_i = \frac{150 - 450}{142{,}3} = -2{,}11$ по табл. 1 из приложения по значению x = - 2,011 Φ = 0,0175 ≈ 0,018. Следовательно, значение теоретической интегральной функции Φ(t) в конце первого частичного интервала равно 0,018. Аналогично определяют значения Φ(t) для других частичных интервалов, записывают их в табл. 6 и наносит найденные значения на рис. 1, получая график теоретической интегральной функции распределения Φ(t).

2.9. Проверку соответствия между выбранным теоретическим законом распределения и эмпирическим распределением наработки изделий до первого отказа можно провести с использованием одного из критериев согласия, подтверждающего или опровергающего статистическую гипотезу о виде выбранного теоретического закона распределения с принятым уровнем значимости α. Обычно в технических расчётах принимают α равным 0,10, ошибки первого рода, связанной с риском отбросить правильную статистическую гипотезу.

Применительно к рассматриваемому заданию рекомендуется проводить проверку соответствия теоретического и эмпирического распределений по критерию согласия λ (А.Н. Колмогорова), который определяется по формуле:

$$\lambda = /D_{max}/\sqrt{N}\,, \tag{3.20}$$

где D_{max} – максимальное отклонение между эмпирическим и теоретическим распределениями.

Значение D_{max} определяют по данным табл. 6 по зависимости:

$$D = [F_э(t)_I – \Phi(t)_i].$$

Таблица 6

Проверка соответствия эмпирического и теоретического распределений наработки клиновых ремней до первого отказа по критерию λ

Границы частичных интервалов, ч						
Верхняя						

граница интервала $T_{вi}$, ч						
$x_i = \frac{T_{\hat{a}_i} - \overline{T}}{S}$						
$F(t)_I = \Phi(t_i)$						
$F_{ý}(t)_i = \frac{\Sigma m_i}{N}$						
$D = [F_э(t)_I - \Phi(t)_i]$						

Подставляя значение D_{max} из табл. 6 формулу 3.18 определяют значение критерия согласия (λ).

По табл. 2 приложения находим значение P(λ). Если значение P(λ) больше принятого уровня значимости α = 0,10, то принятая гипотеза о применимости закона нормального распределения к эмпирическому распределению наработки изделий до первого отказа не отвергается. Тем самым можно судить о соответствии теоретического и эмпирического распределений.

2.10. Интервальная оценка средней наработки изделий до первого отказа в отличие от точечной оценки, определяемых по расчётным зависимостям табл. 2 и 3. (путём подсчёта среднего арифметического значения) позволяет получить результат с наперёд заданной достоверностью, или доверительной вероятностью γ, которую в практических расчётах принимает равной 0,8 или 0,9, по ГОСТ 11.004-74 «Прикладная статистика». Правила определения оценок и доверительных границ для параметров нормального распределения, нижняя $m_{н1}$ и верхняя $m_{в1}$ границы доверительного интервала для средней наработки $\overline{T_1}$ определяются по уравнениям:

$$m_{нi} = \overline{T} - \frac{t_\gamma(\nu)}{\sqrt{n}} \cdot S \quad , \tag{3.21}$$

$$m_{в1} = \overline{T} + \frac{t_\gamma(\nu)}{\sqrt{n}} \cdot S \quad , \tag{3.22}$$

где t_γ ν – квантиль распределения *t* (Стьюдента), при доверительной вероятности γ с *n* – степенями свободы статистической выборки из *n* значений.

Содержание отчёта

1. В отчёт вносятся: наименование и цель лабораторной работы.
2. Наработки изделий до отказов заносят в таблицу 1. Форму таблицы 1 и расчёты приводят в отчёте.
3. Результаты последующих расчётов также должны быть представлены в отчёте в следующей последовательности: указывается наименование раздела, приводятся формулы и результаты расчётов.
4. На графике вероятности безотказной работы P(t) нанести γ-процентный ресурс (для γ = 90%) и среднюю наработку на отказ (средний ресурс).