Практическое занятие

Определение единичных показателей безотказности для заданной статистической совокупности объектов

Показатели безотказности. Номенклатура показателей долговечности включает в себя шесть групповых показателей (вероятность безотказной работы, интенсивность отказов, параметр потока отказов, средняя наработка до отказа, средняя наработка на отказ, гамма-процентная наработка до отказа).

Вероятность безотказной работы – вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ объекта не возникает.

Вероятность безотказной работы за наработку (время) t определяют по уравнению:

$$P(t) = 1 - n(t)/N, \tag{1.6}$$

где $n(t)$ – число отказавших объектов за наработку (время) t;
N – число объектов совокупности в начале наблюдения.

Вероятность безотказной работы может быть найдена также по интегральной функции безотказности или отказов. Например, вероятность безотказной работы в интервале наработки от 0 до t_0 определяют по уравнению:

$$P(t_0) = 1 - F(t_0), \tag{1.7}$$

Распределение отказов во времени характеризуется дифференциальной функцией наработки до отказа

$$f(t) = \frac{\Delta n(t)}{N \Delta t}, \tag{1.8}$$

где $\Delta n(t)$ – приращение числа отказавших объектов за наработку (время) Δt.

Вероятность отказа за наработку (время) t

$$F(t) = \int_0^t f(t)dt. \tag{1.9}$$

Вероятность безотказной работы за наработку (время) t

$$P(t) = 1 - F(t) = 1 - \int_0^t f(t)dt = \int_t^\infty f(t)dt. \tag{1.10}$$

Экспериментальную (статистическую) оценку вероятности безотказной работы можно проверить по формуле:

$$P(t) = \frac{N - N_0}{N} = \frac{\Delta N(t)}{N}, \tag{1.11}$$

где N – число объектов в партии, за которой велось наблюдение;
N_0 – число объектов, отказавших за период наблюдения t;
$\Delta N(t)$ – число объектов, которое не отказало во времени t.

Пример 1.1. В течение месяца наблюдение велось за 10 бульдозерами. При этом за период наблюдения отказал 1 бульдозер. Необходимо определить вероятность безотказной работы за период наблюдения и вероятность отказа.

Решение:

Из условия примера имеем $N = 10$; $N_0 = 1$; $\Delta N(t) = N - N_0 = 9$. Для определения вероятности безотказной работы воспользуемся формулой (1.11):

$$P(t) = \frac{\Delta N(t)}{N} = \frac{9}{10} = 0{,}9.$$

Тогда, вероятность отказа $F(t) = 1 - P(t) = 1 - 0{,}9 = 0{,}1$.

Интенсивность отказов $\lambda(t)$ – условная плотность вероятности возникновения отказа объекта, определяемая при условии, что до рассматриваемого момента времени отказ не возникал.

Эта величина используется для характеристики безотказности невосстанавливаемых технических объектов и может быть определена по уравнению:

$$\lambda(t) = \frac{F'(t)}{1 - F(t)} = \frac{f(t)}{P(t)}. \tag{1.12}$$

Иначе говоря, интенсивность отказов характеризует долю изделий, отказавших в единицу времени, начиная с момента времени t, отнесенную к числу изделий, работоспособных в момент t.

Интенсивность отказов оценивают по следующей формуле:

$$\lambda(t) = \frac{N(t) - N(t + \Delta t)}{\Delta t N(t)} = \frac{\Delta N}{\Delta t N(t)}, \qquad (1.13)$$

где $N(t)$, $N(t + \Delta t)$ – число работоспособных объектов при наработке t и $(t + \Delta t)$ соответственно;
Δt – достаточно малый интервал времени;
ΔN – число отказов за период Δt.

Пример 1.2. В начальный период наблюдения все 10 рукавов высокого давления (РВД) на экскаваторе 3-й размерной группы были работоспособны. Однако через 10 часов 1 рукав порвался без возможности его восстановления. Требуется определить интенсивность отказов РВД.

Решение:

По условиям примера имеем $N(t) = 10$; $N(t = 10) = 9$; $\Delta N = 1$ и $\Delta t = 10$ ч. Используя (1.13), находим интенсивность отказов:

$$\lambda(t) = \frac{N(t) - N(t + \Delta t)}{\Delta t N(t)} = \frac{10 - 9}{10 \cdot 10} = 0{,}01 \text{ ч}^{-1}.$$

Пример 1.3. На момент пробега 10 тыс. км на испытании находилось 10 элементов автомобиля, причем через 5 тыс. км осталось 6 исправных элементов. Определить интенсивность потока отказов автомобиля в интервале пробега 5 тыс. км.

Решение:

Интенсивность потока отказов автомобиля $\lambda(l)$ определяется по формуле:

$$\lambda(l) = \frac{N(l) - N(l + \Delta l)}{\Delta l N(l)},$$

где $N(l)$, $N(l + \Delta l)$ – количество работоспособных элементов автомобиля за время пробега l и $(l + \Delta l)$ соответственно;
Δl – достаточно малый интервал пробега.

Тогда, $\lambda(l) = (10 - 6) / 10 \cdot 5000 = 4 / 50000 = 0{,}8 \cdot 10^{-4}$.

Величина интенсивности отказов меняется по мере работы машины. Типичный график изменения функции интенсивности отказов $\lambda(t)$ показан на рисунке 1.9 и имеет три характерных участка.

Участок убывающей интенсивности отказов (участок I) называют *периодом приработки* или *периодом ранних отказов*. В начальный момент времени интенсивность отказов велика и обусловлена конструктивными и производственными дефектами, допущенными при проектировании и эксплуатации.

Участок постоянной интенсивности отказов (участок II) называют *периодом нормальной эксплуатации*. Для участка II характерны внезапные отказы, появляемые в случайные моменты времени, при этом $\lambda(t) \approx \text{const}$. Этот период начинается сразу же после периода приработки и заканчивается непосредственно перед периодом износовых отказов.

Участок III соответствует периоду старения (износа) или *катастрофического изнашивания*, при котором $\lambda(t)$ стремительно растет. Период износовых отказов начинается тогда, когда машина или ее элементы подверглись старению, либо выработали свой ресурс, вследствие чего число отказов в этом периоде (участок III) начинает возрастать.

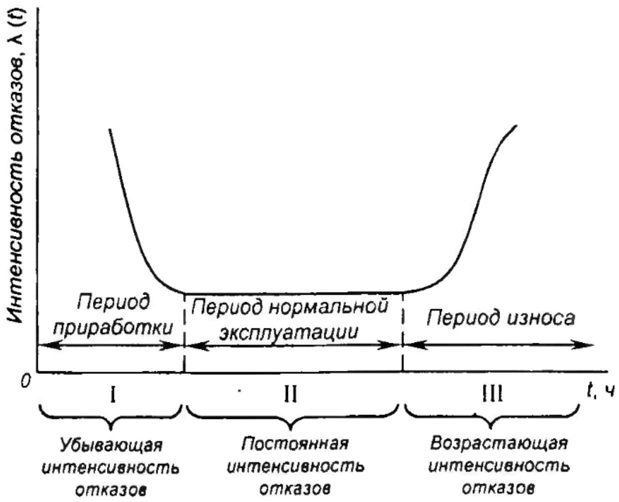

Рис.1.9. График изменения интенсивности отказов во времени

Между вероятностью безотказной работы и интенсивностью отказов установлена зависимость вида:

$$P(t) = \exp\left[-\int_0^t \lambda(t)dt\right]. \qquad (1.14)$$

Параметр потока отказов $\omega(t)$ – это отношение математического ожидания числа отказов восстанавливаемого объекта за его достаточно малую наработку к значению этой наработки.

Параметр потока отказов, отказов/ед. наработки (времени)

$$\omega(t) = \frac{\sum_{i=1}^{N} n_i(t+\Delta t) - \sum_{i=1}^{N} n_i(t)}{N\Delta t}, \qquad (1.15)$$

где $n_i(t+\Delta t)$, $n_i(t)$ – число отказов i-го объекта при наработке t и $t+\Delta t$ соответственно;

N – число испытываемых (наблюдаемых) объектов.

Пример 1.4. В течение одного месяца велось наблюдение за пятью автомобильными кранами типа КС-4572. В начальный момент наблюдения один из них оказался неработоспособен. За 100 часов наблюдения были зафиксированы отказы еще двух кранов. Необходимо определить параметр потока отказов.

Решение:

Из условия примера $\sum_{1}^{5} n(t) = 1$; $\sum_{1}^{5} n(t+\Delta t) = 1 + 2 = 3$; $\Delta t = 100$ ч; $N = 5$ ед. Тогда, параметр потока отказов составит:

$$\omega(t) = \frac{\sum_{i=1}^{N} n_i(t+\Delta t) - \sum_{i=1}^{N} n_i(t)}{N\Delta t} = \frac{3-1}{5\cdot 100} = 0{,}004 \text{ отказов/час.}$$

Пример 1.5. На испытании находилось 5 элементов автомобиля. В течение 3 тыс. км пробега отказало 2 элемента. Определить параметр потока отказов в интервале пробега 3 тыс. км.

Решение:

Параметр потока отказов $\omega(l)$ определим по уравнению:

$$\omega(l) = \frac{\Delta n_i}{N_i \cdot \Delta l_i} = \frac{2}{5\cdot 3000} = 0{,}13\cdot 10^{-3},$$

где Δn_i – количество отказов в единицу времени (пробега);

N_i – количество испытываемых элементов автомобиля;

Δl_i – достаточно малый интервал пробега.

Различие между показателями надежности (интенсивность отказов $\lambda(t)$ и параметр потока отказов $\omega(t)$) заключается в том, что величина $\omega(t)$ характеризует безусловную вероятность возникновения отказа в единицу времени, так как относится к показателям восстанавливаемых объектов, которые в процессе эксплуатации многократно восстанавливаются, а величина $\lambda(t)$ характеризует условную вероятность возникновения отказа в единицу времени, относясь к показателям невосстанавливаемых объектов, отказывающих только один раз.

В течение срока службы параметр потока отказов изменяется примерно также как и интенсивность отказов (рис.1.10).

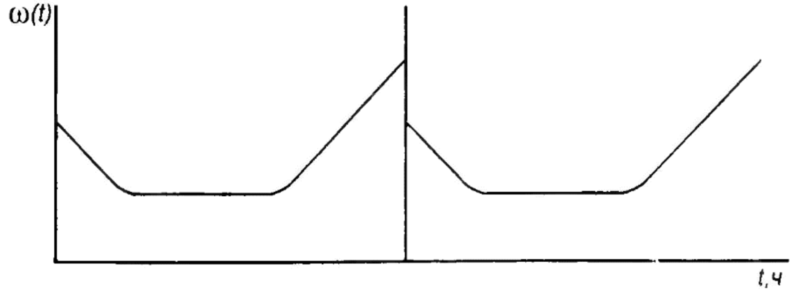

Рис.1.10. График изменения параметра потока отказов

Кроме параметра потока отказов при оценке безотказности объектов можно использовать *средний параметр потока отказов* – отношение математического ожидания числа отказов восстанавливаемого объекта за конечную наработку к значению этой наработки.

Средняя наработка до отказа $\overline{T}_{01}$ – это математическое ожидание (среднее значение) наработки объекта от начала эксплуатации до первого отказа. Средняя наработка до отказа применяется к невосстанавливаемым объектам и определяется по общему правилу нахождения математического ожидания случайной величины:

$$\overline{T}_{01} = \int_0^\infty P(t)dt. \qquad (1.16)$$

Следовательно, средняя наработка $\overline{T}_{01}$ равна площади под кривой $P(t)$ (см. рис.1.8).

Средняя наработка до отказа для невосстанавливаемых объектов по смыслу соответствует показателю средней наработки до отказа для восстанавливаемых объектов и характеризует действительное время работы невосстанавливаемых объектов до отказа.

Средняя наработка на отказ $\overline{T}_0$ – это среднее значение наработки восстанавливаемых объектов между отказами. Средняя наработка на отказ может быть выражена через плотность распределения $f(t)$:

$$\overline{T}_0 = \int_0^\infty t f(t)dt. \qquad (1.17)$$

По результатам наблюдений за эксплуатацией может быть получена статистическая оценка $\overline{T}_{01}$, $\overline{T}_0$ (ед. наработки/отказ) для невосстанавливаемых и восстанавливаемых объектов, как:

$$\overline{T}_{01} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^{N} t_i, \qquad (1.18)$$

$$\overline{T}_0 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} t_i, \qquad (1.19)$$

где t_i – наработка i-го объекта до первого отказа или наработка объекта за время наблюдений;
n – число отказов объекта в течение рассматриваемой наработки.

Между средней наработкой на отказ и параметром потока отказов существует зависимость вида:

$$\overline{T}_0 = 1/\omega(t). \qquad (1.20)$$

Рассмотрим некоторые примеры определения показателей безотказности в статистической форме.

Пример 1.6. Допустим, что распределение времени безотказной работы некоторого элемента подчиняется экспоненциальному закону. Это значит, что интенсивность отказов λ данного элемента постоянна (что соответствует периоду нормальной эксплуатации, рис.1.9). Требуется найти выражение для вероятности безотказной работы и средней наработки на отказ.

Решение:

Известно, что

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \qquad (1.21)$$

и

$$\lambda(t) = \lambda \qquad (1.22)$$

Подставляя соотношение (1.22) в формулу (1.21), находим вероятность безотказной работы $P(t)$:

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda dt} = e^{-\lambda t}. \qquad (1.23)$$

Подставляя выражение (1.21) в формулу (1.17), получаем среднюю наработку на отказ $\overline{T}_0$:

$$\overline{T}_0 = \int_0^\infty t\,\lambda e^{-\lambda t} dt. \qquad (1.24)$$

Интегрируя правую часть этого выражения по частям, имеем:

$$\overline{T}_0 = \left[-te^{-\lambda t}\right]_0^{\infty} - \left[-\frac{e^{-\lambda t}}{\lambda}\right]_0^{\infty}.$$

Следовательно,

$$\overline{T}_0 = \frac{1}{\lambda}. \qquad (1.25)$$

Данное выражение описывает случай экспоненциального распределения времени безотказной работы элемента. Как следует из формулы (1.25), средняя наработка на отказ является величиной, обратной постоянной интенсивности отказов λ.

Пример 1.7. На 10-ти стреловых кранах типа КС-3575А лампы накаливания у фар базового автомобиля перегорали через следующее количество часов наработки: 1500; 1600; 1800; 2000; 2200; 2100; 2000; 1900; 2000 и 2100. Определить среднюю наработку до отказа для лампы накаливания.

Решение:

Из условия примера известно, что число объектов в начале наблюдения $N = 10$; $t_i = 1500$; 1600; 1800; 2000; 2200; 2100; 2000; 1900; 2000; 2100.

Тогда, средняя наработка до отказа составит:

$$\overline{T}_{01} = \frac{1}{10} \cdot \sum_{1}^{10} t_i = \frac{19200}{10} = 1920 \text{ ч.}$$

Пример 1.8. На испытании находилось 10 элементов автомобиля, которые вышли из строя при следующих пробегах, тыс. км: 5; 4; 3; 10; 11; 15; 7; 8; 9; 5. Необходимо определить среднюю наработку до отказа элемента автомобиля.

Решение:

Среднюю наработку до отказа элемента автомобиля $\overline{L}_{01}$ определим из выражения:

$$\overline{L}_{01} = \frac{1}{N_0} \cdot \sum_{i=1}^{N_0} l_i,$$

где N_0 – число элементов автомобиля на начало эксперимента;
l_i – наработка i-го элемента до отказа.

$$\overline{L}_{01} = \frac{1}{10} \cdot (5+4+3+10+11+15+7+8+9+5) = \frac{77}{10} = 7{,}7 \text{ тыс. км.}$$

Пример 1.9. На 3-х одноковшовых экскаваторах типа ЭО-3323А в течение года наблюдалось следующее количество отказов: 2; 3 и 2. При этом их наработка за данный период наблюдения составила, соответственно, 1800; 2000 и 2100 часов. Необходимо определить среднюю наработку на отказ экскаватора за год.

Решение:

Находим число отказов экскаватора $n = 2 + 3 + 2 = 7$ за наработку $t_i = 1800$; 2000; 2100 ч.

Тогда, средняя наработка на отказ будет:

$$\overline{T}_0 = \frac{1}{7} \cdot \sum_{1}^{7} 1800 + 2000 + 2100 \approx 843 \text{ ч.}$$

Пример 1.10. На испытании находилось 3 элемента автомобиля. Первый элемент вышел из строя при пробеге 5 тыс. км и был восстановлен. При пробеге 3 тыс. км снова отказал и восстановлен вновь. Второй элемент отказал при пробеге 9 тыс. км, затем восстановлен. Третий отказал при пробеге 11 тыс. км, восстановлен, и автомобиль продолжал работать. Определить среднюю наработку на отказ элементов автомобиля.

Решение:

Среднюю наработку на отказ $\overline{L}_0$ определяем по формуле:

$$\overline{L}_0 = \frac{1}{n} \cdot \sum N_i l_i = \frac{L}{n},$$

где l_i – наработка i-го элемента на отказ;
n – суммарное количество отказов элементов автомобиля за пробег L.

Тогда, $\overline{L}_0 = (5 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 9 \cdot 1 + 11 \cdot 1)/4 = 4{,}5$ тыс. км.

Гамма-процентная наработка до отказа – это наработка, в течение которой отказ объекта не возникает с вероятностью γ, выраженная в процентах.

Гамма-процентная наработка до отказа представляет собой доверительную нижнюю границу рассеивания наработки до отказа. При законе нормального распределения гамма-процентная наработка до отказа

$$T_{\gamma 0/0} = \overline{T}_{01} - H_{\text{к}}(\gamma) \cdot \sigma, \qquad (1.26)$$

где $\overline{T}_{01}$ – средняя наработка до отказа;

$H_{\text{к}}(\gamma)$ – квантиль закона нормального распределения, определяемый по таблице;

σ – среднее квадратическое отклонение.

При законе распределения Вейбулла

$$T_{\gamma 0/0} = H_{\text{к}}^{\text{в}}(1-\gamma) \cdot a + C, \qquad (1.27)$$

где $H_{\text{к}}^{\text{в}}$ – квантиль закона распределения Вейбулла;

a – параметр закона распределения Вейбулла;

C – сдвиг (смещение) зоны начала рассеивания наработок до отказа объектов совокупности.

Показатели долговечности. Данные показатели применяются для оценки надежности восстанавливаемых объектов, так как для невосстанавливаемых – понятия долговечности и безотказности идентичны. При этом долговечность объекта оценивается ресурсом и сроком службы.

Ресурс – наработка объектов от начала его эксплуатации или ее возобновления после капитального ремонта до наступления предельного состояния. Для объектов, прошедших капитальный ремонт, вводится понятие «средний ресурс между капитальными ремонтами».

Срок службы – календарная продолжительность от начала эксплуатации объекта или ее возобновления после капитального ремонта до наступления предельного состояния.

Ресурс и срок службы могут быть назначенными, т.е. нормативными и указанными в технической документации, а могут