Тема: ОДНОФАЗНЫЙ ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК

1. Понятие переменного тока и его характеристики.
2. Метод векторных диаграмм
3. Цепь переменного тока с активным сопротивлением
4. Цепь переменного тока с индуктивностью
5. Цепь переменного тока с индуктивностью и активным сопротивлением
6. Цепь переменного тока с емкостью
7. Цепь переменного тока с емкостью и активным сопротивлением
8. Последовательная цепь переменного тока. Резонанс напряжений
9. Параллельная цепь переменного тока. Резонанс токов
10. Мощность переменного тока

1. ПОНЯТИЕ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА И ЕГО ХАРАКТЕРИСТИКИ

До конца XIX в. использовались только источники постоянного тока — химические элементы и генераторы. Это ограничивало возможности передачи электрической энергии на большие расстояния. Как известно, для уменьшения потерь в линиях электропередачи необходимо использовать очень высокое напряжение.

Проблема передачи электрической энергии на большие расстояния была решена только при использовании переменного тока и трансформаторов.

Переменный ток имеет ряд преимуществ по сравнению с постоянным:
- генератор переменного тока значительно проще и дешевле генератора постоянного тока;
- переменный ток можно трансформировать;
- переменный ток легко преобразуется в постоянный;
- двигатели переменного тока значительно проще и дешевле, чем двигатели постоянного тока.

В принципе переменным током можно назвать всякий ток, который с течением времени изменяет свою величину, но в технике переменным током называют такой ток, который периодически изменяет и величину, и направление. Причем среднее значение силы такого тока за период T равно нулю.

Периодическим переменный ток называется потому, что через промежутки времени, кратные T**,** его параметры принимают одинаковые значения.

Русское название «переменный» не вполне точно отражает это обстоятельство (более точен английский термин «alternating» — чередующийся).

В электротехнике наибольшее распространение получил синусоидальный переменный ток, т. е. ток, величина которого изменяется по закону синуса (или косинуса). Такой ток обладает рядом достоинств по сравнению с другими периодическими токами.

Переменный ток промышленной частоты получают на электростанциях с помощью генераторов переменного тока (трехфазных синхронных генераторов).

Рассмотрим физические основы получения переменного тока.

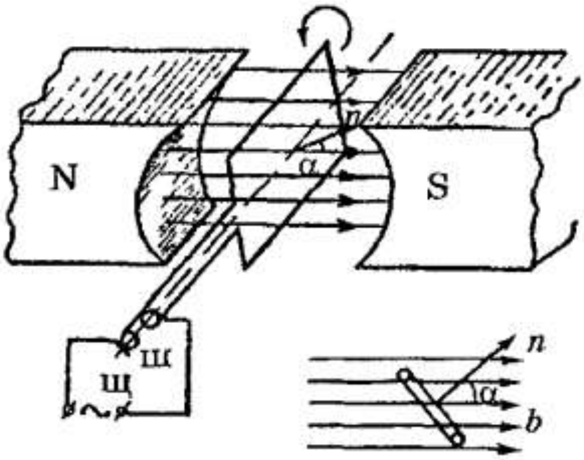


Рис. 1

Пусть в однородном магнитном поле постоянного магнита равномерно вращается с угловой скоростью ω рамка из проводника площадью *S* (рис. 1).

Магнитный поток через рамку равен:

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos\alpha \qquad (1)$$

где α — угол между нормалью «*n*» к рамке и вектором магнитной индукции *B*.

Поскольку при равномерном вращении рамки угловая скорость равна $\omega = \frac{\alpha}{t}$, тогда угол α будет изменяться по закону $\alpha = \omega t$, и формула (1) примет вид:

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos\omega t \qquad (2)$$

Поскольку при вращении рамки пересекающий ее магнитный поток все время меняется, то по закону электромагнитной индукции в ней будет наводиться ЭДС индукции:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = B \cdot S \cdot \omega \cdot \sin\omega t = E_m \cdot \sin(\omega t \pm \varphi) \qquad (3)$$

где *e* – мгновенное значение синусоидальной ЭДС;

$E_m = B \cdot S \cdot \omega$ – амплитудное (максимальное) значение синусоидальной ЭДС.

Знак «-» в формуле указывает на то, что возникающая ЭДС индукции препятствует изменению магнитного потока, вызывающему эту ЭДС. Т.е. возникающая **ЭДС** создает в контуре ток такого направления, магнитная **индукция** от которого образует собственный магнитный поток, препятствующий изменению порождающего **ЭДС** потока.

Таким образом, в рамке возникнет синусоидальная ЭДС, а если замкнуть рамку на нагрузку, то в цепи потечет синусоидальный ток.

Мгновенным значением переменной ЭДС, тока или напряжения называется значение параметра в данный момент времени. Мгновенные значения обозначаются маленькими буквами латинского алфавита – *e*, *i*, *u*.

Амплитудным значением ЭДС E_m называют максимальное значение ЭДС переменного тока за один период.

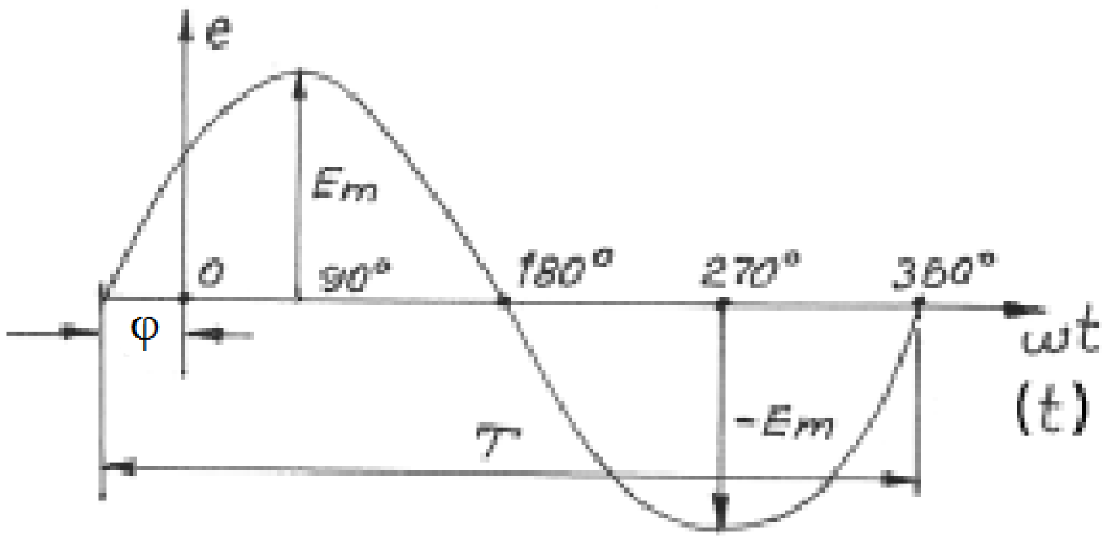


Рис. 2. График изменения мгновенных значений ЭДС синусоидального тока

Величину ω также называют **круговой частотой.**

Величину φ, стоящую под знаком синуса или косинуса, называют ***фазой колебаний,*** описываемых этими функциями:

$$\varphi = \frac{2\pi}{T} t = 2\pi \cdot f \cdot t$$

Фаза определяет значение ЭДС в любой момент времени *t*. Фаза измеряется в градусах или в радианах.

Величина f называется ***частотой колебаний*** или частотой переменного тока. Она связана с круговой частотой соотношением:

$$f = \frac{\omega}{2\pi}, \text{Гц}$$

Время Т одного полного изменения ЭДС называют ***периодом*** ЭДС – это время одного оборота вращающейся рамки в магнитном поле.

Частота колебаний связана с периодом соотношением:

$$f = \frac{1}{T}$$

Период Т измеряется в секундах, а частота f в *герцах* (Гц).

В большинстве стран, включая Россию, промышленная частота переменного тока составляет 50 Гц (в США и Японии — 60 Гц).

Величина промышленной частоты переменного тока обусловлена технико-экономическими соображениями. Если она слишком низка, то увеличиваются габариты электрических машин и, следовательно, расход материалов на их изготовление. Заметным становится мигание света в электрических лампах. При слишком высоких частотах увеличиваются потери энергии в сердечниках электрических машин и трансформаторах. Поэтому наиболее оптимальными оказались частоты 50-60 Гц.

Однако в некоторых случаях используются переменные токи как с более высокой, так и с более низкой частотой. Например, в самолетах применяется частота 400 Гц. На этой частоте можно значительно уменьшить габариты и вес трансформаторов и электромоторов, что для авиации более существенно, чем увеличение потерь в сердечниках. На железных дорогах используют переменный ток с частотой 25 Гц и даже 16,66 Гц.

Для описания характеристик переменного тока мгновенные и амплитудные значения неудобны, а средние значения за период равны нулю. Поэтому вводят понятие действующих значений тока и напряжения. Они основаны на тепловом действии тока, не зависящем от его направления.

Действующими значениями параметров переменного тока называют такие значения, при которых в данном проводнике за данный промежуток времени выделяется столько же теплоты, что и при постоянном токе с теми же значениями параметров.

Действующие значения обозначаются прописными латинскими буквами без индексов – *I, U, E*.

При изменении тока по синусоиде действующие значения параметров меньше амплитудных значений в √2 раз:

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \approx 0{,}707 \cdot I_0$$

$$U = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \qquad E = \frac{E_0}{\sqrt{2}}$$

Электроизмерительные приборы переменного тока проградуированы в действующих значениях измеряемых величин. В некоторых книгах действующие значения называют **эффективными значениями**. Это — синонимы.

2. МЕТОД ВЕКТОРНЫХ ДИАГРАММ

Метод векторных диаграмм широко используется для исследования параметров переменного тока.

Сущность его заключается в том, что синусоидальные величины изображаются вращающимися векторами. При этом каждому току, напряжению или ЭДС сопоставляется вектор на плоскости в полярных координатах, длина которого равна амплитудному значению тока, напряжения или ЭДС, а полярный угол равен соответствующей фазе.

За положительное направление принято вращение векторов против часовой стрелки. Векторная диаграмма строится для фиксированного момента времени.

Рассмотрим изображение синусоидальной ЭДС вращающимся вектором с помощью рис. 3. При этом длина вектора ОА в определенном масштабе представляет амплитудное значение ЭДС E_m.

Угол φ, образованный вектором E_m с положительной полуосью абсцисс X, в начальный момент времени $t = 0$ равен начальной фазе – начальное положение OA_0.

Угловая скорость вращения вектора E_m равна угловой частоте ω.

Мгновенное значение ЭДС в любой момент времени определяется проекцией вектора E_m на ось ординат Y в заданном масштабе:

$$e = E_m \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

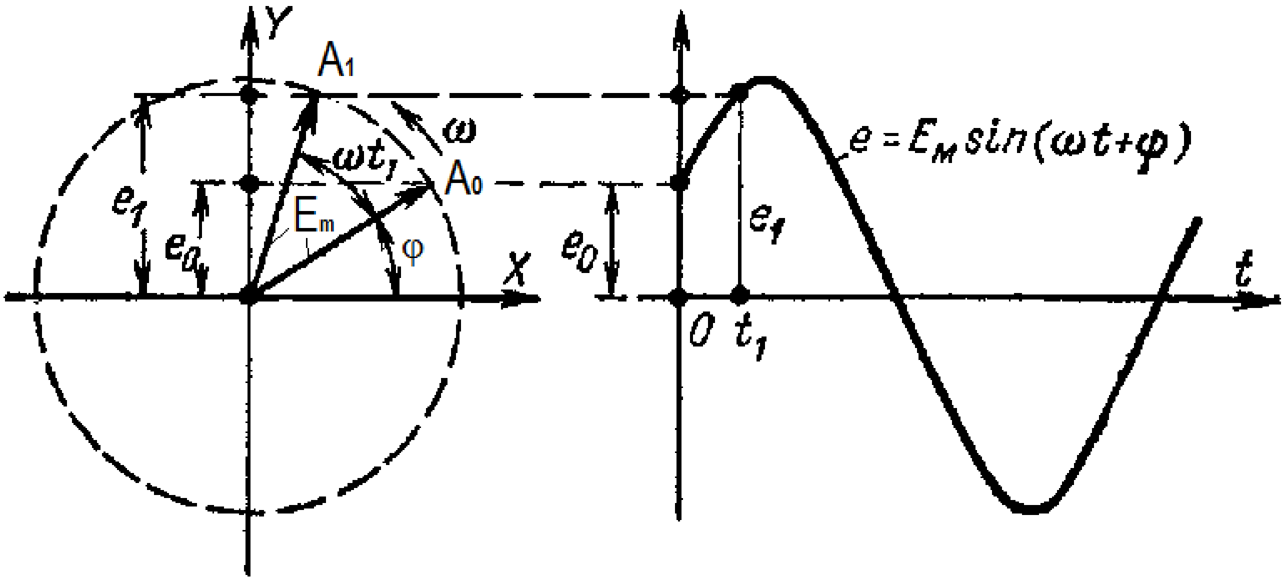


Рис. 3. Изображение синусоидальной величины вращающимся вектором

В момент времени $t = 0$ мгновенная ЭДС равна $e_0 = E_m \cdot \sin\varphi$ и выражается проекцией вектора OA_0 на ось Y.

В момент времени t_1 мгновенная ЭДС равна $e_1 = E_m \cdot \sin(\omega t_1 + \varphi)$ и выражается проекцией вектора OA_1 на ось Y.

На одной диаграмме можно показать нескольких векторных диаграмм, изображающих синусоидальные величины одной частоты (рис. 4)

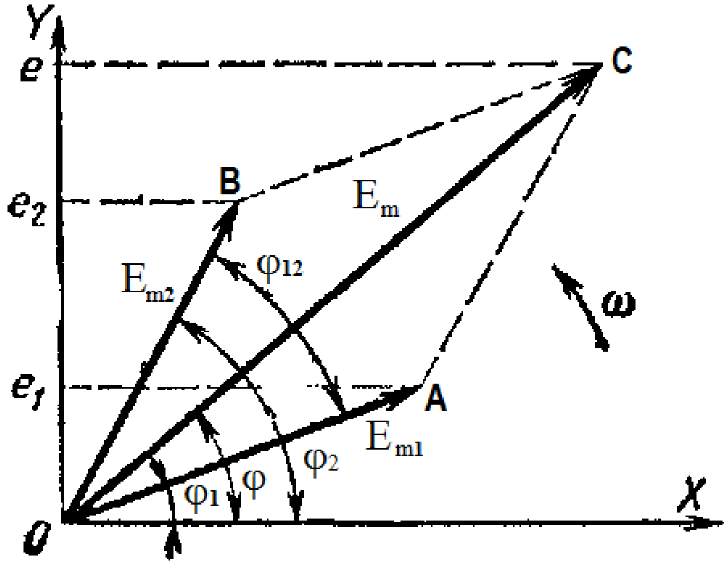


Рис. 4. Сложение векторов двух разных синусоидальных ЭДС

Начало отсчета времени можно выбрать произвольно, поэтому при построении один из векторов на векторной диаграмме можно расположить произвольно, а остальные векторы располагать по отношению к нему под углами, равными углам сдвига фаз.

С помощью векторной диаграммы можно осуществить сложение двух синусоидальных величин путем сложения их векторов.

На рис. 4 изображены векторные диаграммы двух ЭДС – $e_1 = E_{m1} \cdot \sin(\omega t + \varphi_1)$ и $e_2 = E_{m2} \cdot \sin(\omega t + \varphi_2)$. Одна ЭДС представлена вектором OA (E_{m1}), а другая – вектором OB (E_{m2}).

Для сложения ЭДС вектор ОА переносят параллельно самому себе так, чтобы начало его совпало с концом вектора ОВ. Тогда замыкающий вектор ОС будет представлять вектор E_m суммарной ЭДС. Можно также использовать правило параллелограмма.

Таким образом, из треугольника векторов можно найти амплитуду суммарной ЭДС E_m, и ее начальный фазный угол φ (рис. 4).

Мгновенные ЭДС e_1, e_2 и e будут определяться проекциями соответствующих векторов на ось ординат Y.

3. *Цепь переменного тока с активным сопротивлением*

Рассмотрим цепь (рис. 4.3), в которой к активному сопротивлению (резистору) приложено синусоидальное напряжение:

$$U(t) = U_0 \sin \omega t. \tag{4.6}$$

Рис. 4.3

Тогда по закону Ома ток в цепи будет равен:

$$I(t) = \frac{U(t)}{R} = \frac{U_0}{R} \sin \omega t = I_0 \sin \omega t. \tag{4.7}$$

Мы видим, что ток и напряжение совпадают по фазе. Векторная диаграмма для этой цепи приведена на рис. 4.4, а зависимости тока и напряжения от времени (временная диаграмма) — на рис. 4.5.

Рис. 4.4

Выясним, как изменяется со временем мощность в цепи переменного тока с резистором.

Мгновенное значение мощности равно произведению мгновенных значений тока и напряжения:

$$p(t) = i(t)u(t) = \frac{I_0 U_0}{2}(1 - \cos 2\omega t). \tag{4.8}$$

Из этой формулы мы видим, что мгновенная мощность всегда положительна и пульсирует с удвоенной частотой (рис 4.5).

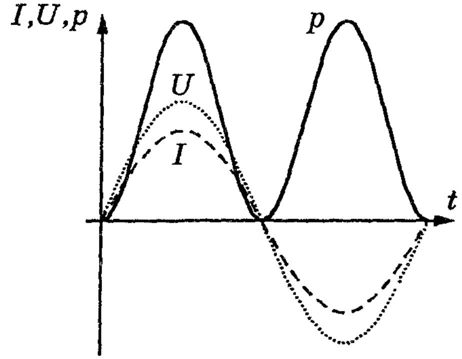


Рис. 4.5

Это означает, что электрическая энергия необратимо превращается в теплоту независимо от направления тока в цепи.

Те элементы цепи, на которых происходит необратимое преобразование электрической энергии в другие виды энергии (не только в теплоту), называются *активными сопротив-*

лениями. Поэтому резистор представляет собой активное сопротивление.

4. Цепь переменного тока с индуктивностью

Рассмотрим цепь (рис. 4.6), в которой к катушке индуктивности L, не обладающей активным сопротивлением (R = 0), приложено синусоидальное напряжение (4.6).

Рис. 4.6

Протекающий через катушку переменный ток создает в ней ЭДС самоиндукции e_L, которая в соответствии с правилом Ленца направлена таким образом, что препятствует изменению тока. Другими словами, ЭДС самоиндукции направлена навстречу приложенному напряжению. Тогда в соответствии со вторым правилом Кирхгофа можно записать:

$$U + e_L = 0. \qquad (4.9)$$

Согласно закону Фарадея ЭДС самоиндукции

$$e_L = -L\frac{dI}{dt}. \qquad (4.10)$$

Подставив (4.10) в (4.9), получим:

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{e_L}{L} = \frac{U}{L} = \frac{U_0}{L}\sin\omega t. \qquad (4.11)$$

Решение этого дифференциального уравнения имеет вид:

$$I = I_0 \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}), \qquad (4.12)$$

где

$$I_0 = \frac{U_0}{\omega L}. \qquad (4.13)$$

Деля обе части равенства (4.13) на $\sqrt{2}$, получим для действующих значений

$$I = \frac{U}{\omega L} = \frac{U}{x_L}. \qquad (4.14)$$

Соотношение (4.14) представляет собой закон Ома для цепи с идеальной индуктивностью, а величина $x_L = \omega L$ называется *индуктивным сопротивлением.* Индуктивное сопротивление измеряется в омах.

Из формулы (4.12) мы видим, что в рассмотренной цепи ток отстает по фазе от напряжения на $\pi/2$. Векторная диаграмма для этой цепи изображена на рис. 4.7, а временная — на рис. 4.8.

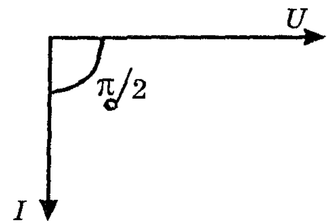


Рис. 4.7

Мгновенная мощность в цепи с чисто индуктивным сопротивлением равна:

$$p(t)=I_0U_0\sin\omega t\ \sin(\omega t-\frac{\pi}{2})=-\frac{I_0U_0}{2}\sin 2\omega t. \qquad (4.15)$$

Мы видим, она изменяется по закону синуса с удвоенной частотой (рис. 4.8).

Положительные значения мощности соответствуют потреблению энергии катушкой, а отрицательные — возврату запасенной энергии обратно источнику. Средняя за период мощность равна нулю. Следовательно, цепь с индуктивностью мощности не потребляет — это чисто *реактивная* нагрузка. В этой цепи происходит лишь перекачивание электрической энергии от источника в катушку и обратно. Индуктивное сопротивление является *реактивным сопротивлением*.

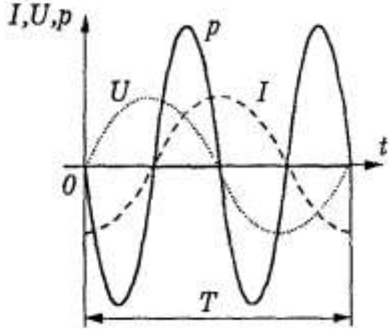


Рис. 4.8

5. Цепь переменного тока с индуктивностью и активным сопротивлением

Реальные цепи, содержащие индуктивность, всегда имеют и активное сопротивление: сопротивление провода обмотки и подводящих проводов. Поэтому рассмотрим электрическую цепь (рис. 4.9), в которой через катушку индуктивности L, обладающую активным сопротивлением R, протекает переменный ток

$$I = I_0 \sin \omega t. \tag{4.16}$$

Через катушку и резистор протекает один и тот же ток, поэтому в качестве основного выберем вектор тока и будем строить вектор напряжения, приложенного к этой цепи.

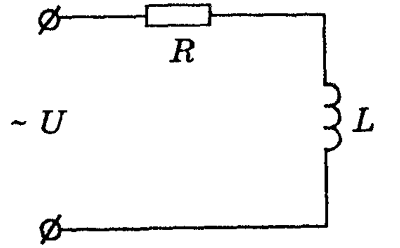


Рис. 4.9

Напряжение, приложенное к цепи, равно векторной сумме падений напряжений на катушке индуктивности и на резисторе:

$$\vec{U} = \vec{U}_L + \vec{U}_R. \tag{4.17}$$

Напряжение на резисторе, как было показано выше, будет совпадать по фазе с током:

$$U_R = U_{0R} \sin \omega t, \tag{4.18}$$

а напряжение на индуктивности будет равно ЭДС самоиндукции со знаком минус (по второму правилу Кирхгофа):

$$U_L = L\frac{dI}{dt} = I_0 \omega L \cos \omega t = U_{0L} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right). \tag{4.19}$$

Мы видим, что напряжение на индуктивности опережает ток на угол $\pi/2$. Построив векторы $\vec{I}$, $\vec{U}_R$ и $\vec{U}_L$ и воспользовавшись формулой (4.17), найдем вектор $\vec{U}$. Векторная диаграмма показана на рис. 4.10.

Мы видим, что в рассматриваемой цепи ток $\vec{I}$ отстает по фазе от приложенного напряжения $\vec{U}$, но не на $\pi/2$, как в случае чистой индуктивности, а на некоторый угол φ. Этот угол может принимать значения от 0 до $\pi/2$ и при заданной индуктивности зависит от значения активного сопротивления: с увеличением R угол φ уменьшается.

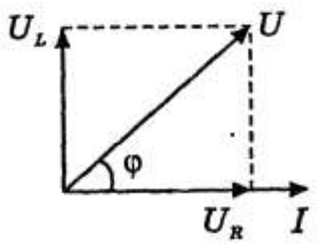


Рис. 4.10

Как видно из векторной диаграммы, модуль вектора $\vec{U}$ равен

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = IZ_1, \qquad (4.20)$$

где величина

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \qquad (4.21)$$

называется полным сопротивлением цепи.

Сдвиг по фазе φ между током и напряжением в данной цепи также определяется из векторной диаграммы:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_L}{U_R} = \frac{\omega L}{R}. \qquad (4.22)$$

6. Цепь переменного тока с емкостью

Рассмотрим электрическую цепь, в которой переменное напряжение (4.6) приложено к емкости C (рис. 4.11).

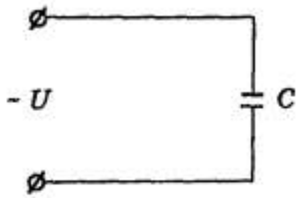


Рис. 4.11

Мгновенное значение тока в цепи с емкостью равно скорости изменения заряда на обкладках конденсатора:

$$I = \frac{dq}{dt}, \qquad (4.23)$$

но поскольку $q = CU$, то

$$I = \frac{dU}{dt} = \omega C U_0 \cos \omega t = I_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), \qquad (4.24)$$

где

$$\omega C U_0 = I_0. \qquad (4.25)$$

Мы видим, что в этой цепи ток опережает напряжение на $\pi/2$. Переходя в формуле (4.25) к действующим значениям переменного тока

$$\left(I = \frac{I_0}{\sqrt{2}},\ U = \frac{U_0}{\sqrt{2}}\right),$$

$$I = \frac{U}{x_c}. \qquad (4.26)$$

Это закон Ома для цепи переменного тока с емкостью, а величина $x_C = \dfrac{1}{\omega C}$ называется *емкостным сопротивлением.*

Векторная диаграмма для этой цепи показана на рис. 4.12, а временная — на рис. 4.13.

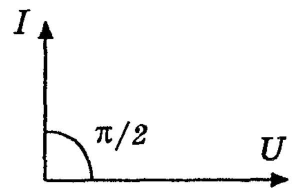


Рис. 4.12

Мгновенная мощность в цепи, содержащей емкость:

$$p(t) = I_0U_0\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})\sin\omega t = IU\sin 2\omega t. \qquad (4.27)$$

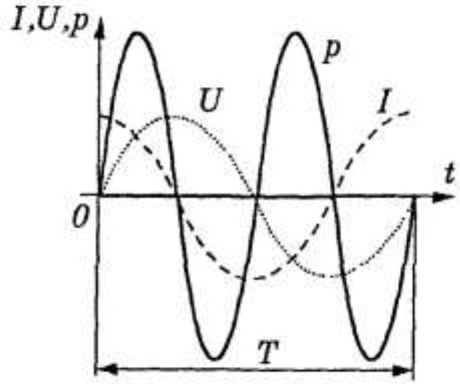


Рис. 4.13

Мы видим, что мгновенная мощность изменяется с удвоенной частотой (рис. 4.13). При этом положительные значения мощности соответствуют заряду конденсатора, а отрицательные — его разряду и возврату запасенной энергии в источник. Средняя за период мощность здесь равна нулю, поскольку в цепи с конденсатором активная мощность не потребляется, а происходит обмен электрической энергией между конденсатором и источником. Следовательно, конденсатор так же, как и индуктивность, является реактивным сопротивлением.

7. Цепь переменного тока с емкостью и активным сопротивлением

В реальных цепях переменного тока с емкостью всегда имеется активное сопротивление — сопротивление проводов, активные потери в конденсаторе и т.д. Поэтому реальную цепь с емкостью следует рассматривать состоящей из последовательно соединенных активного сопротивления R и конденсатора С (рис. 4.14):

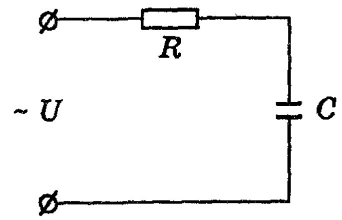


Рис. 4.14

Через конденсатор и через резистор протекает один и тот же ток, описываемый формулой (4.16), поэтому в качестве основного выберем вектор тока и будем строить вектор напряжения, приложенного к этой цепи. Напряжение, приложенное к цепи, равно векторной сумме падений напряжений на конденсаторе и на резисторе:

$$\vec{U} = \vec{U}_C + \vec{U}_R. \qquad (4.28)$$

Напряжение на резисторе, как было показано выше, будет совпадать по фазе с током:

$$U_R = U_{0R}\sin\omega t, \qquad (4.29)$$

а напряжение на конденсаторе будет отставать по фазе от тока на угол $\pi/2$:

$$U_C = U_{0C}\sin(\omega t - \frac{\pi}{2}). \qquad (4.30)$$

Построив векторы $\vec{I}$, $\vec{U}_R$ и $\vec{U}_C$ и воспользовавшись формулой (4.28), найдем вектор $\vec{U}$. Векторная диаграмма показана на рис. 4.15.

Из векторной диаграммы следует, что в рассматриваемой цепи ток $\vec{I}$ опережает по фазе приложенное напряжение $\vec{U}$, но не на $\pi/2$, как в случае чистой емкости, а на некоторый угол φ. Этот угол может принимать значения от 0 до $\pi/2$ и при заданной емкости C зависит от значения активного сопротивления: с увеличением R угол φ уменьшается.

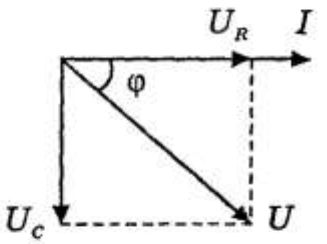


Рис. 4.15

Как видно из векторной диаграммы, модуль вектора $\vec{U}$ равен

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_C^2} = I\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} = IZ_1, \qquad (4.31)$$

где величина

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \qquad (4.32)$$

называется полным сопротивлением цепи.

Сдвиг по фазе φ между током и напряжением в данной цепи определяется из векторной диаграммы:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{U_C}{U_R} = \frac{1/\omega C}{R} = \frac{1}{\omega CR}. \qquad (4.33)$$

8. Последовательная цепь переменного тока. Резонанс напряжений

Рассмотрим теперь цепь переменного тока, содержащую индуктивность, емкость и резистор, включенные последовательно (рис. 4.16).

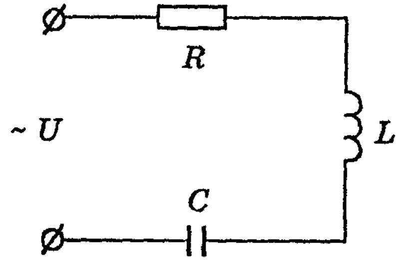


Рис. 4.16

Через все элементы цепи протекает один и тот же ток, поэтому в качестве основного выберем вектор тока и будем строить вектор напряжения, приложенного к этой цепи. Напряжение, приложенное к цепи, равно векторной сумме падений напряжений на катушке индуктивности, на емкости и на резисторе:

$$\vec{U} = \vec{U}_L + \vec{U}_C + \vec{U}_R. \qquad (4.34)$$

Мы уже знаем, что напряжение на резисторе совпадает по фазе с током, напряжение на катушке опережает ток по фазе на $\pi/2$, а напряжение на емкости отстает от тока по фазе на $\pi/2$. Можно записать эти напряжения в следующем виде:

$$U_R = U_{0R}\sin\omega t = I_0 R\sin\omega t;$$

$$U_L = U_{0L}\sin(\omega t + \tfrac{\pi}{2}) = I_0\omega L\sin(\omega t + \tfrac{\pi}{2}); \qquad (4.35)$$

$$U_C = U_{0C}\sin(\omega t - \tfrac{\pi}{2}) = \frac{I_0}{\omega C}\sin(\omega t - \tfrac{\pi}{2}).$$

Поскольку нам известны амплитуды и фазы этих векторов, мы можем построить векторную диаграмму и найти вектор $\vec{U}$ (рис. 4.17).

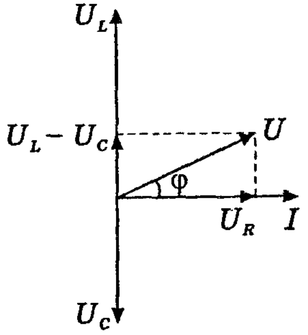


Рис. 4.17

Из этой векторной диаграммы мы можем найти модуль вектора приложенного к цепи напряжения $\vec{U}$ и сдвиг по фазе φ между током и напряжением:

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = IZ, \qquad (4.36)$$

где величина

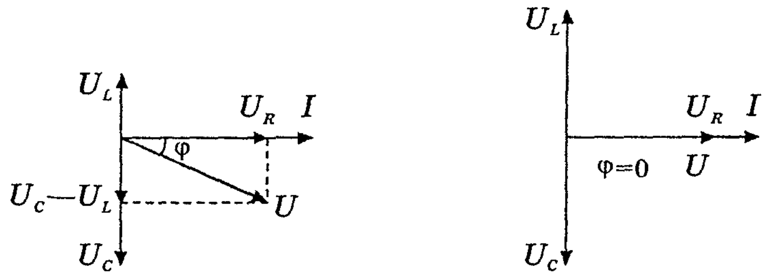
$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \qquad (4.37)$$

называется *полным сопротивлением* цепи. Из векторной диаграммы видно, что сдвиг по фазе между током и напряжением определяется уравнением

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \qquad (4.38)$$

В результате построения диаграммы мы получили треугольник напряжений, гипотенуза которого равна приложенному напряжению $\vec{U}$. При этом разность фаз между током и напряжением определяется соотношением векторов $\vec{U}_L$, $\vec{U}_C$ и $\vec{U}_R$. При $U_L > U_C$ (см. рис. 4.17) угол φ положителен и нагрузка имеет индуктивный характер. При $U_L < U_C$ угол φ

отрицателен и нагрузка имеет емкостной характер (рис. 4.18, *а*). А при $U_L = U_C$ угол φ равен нулю и нагрузка является чисто активной (рис. 4.18, *б*).



а *б*

Рис. 4.18

Разделив стороны треугольника напряжений (рис. 4.17) на значение тока в цепи, получим треугольник сопротивле ний (рис. 4.19), в котором R — активное сопротивление, Z — полное сопротивление, а $x = x_L - x_C$ — реактивное сопротивление.

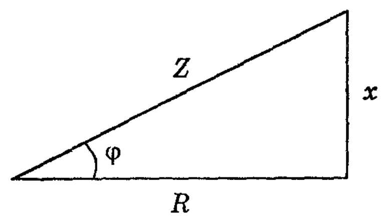


Рис. 4.19

Кроме того,

$$R = Z \cos \varphi; \; x = Z \sin \varphi. \qquad (4.39)$$

Когда напряжения на индуктивности и емкости U_L и U_C, взаимно сдвинутые по фазе на 180°, равны по величине, то они полностью компенсируют друг друга (рис. 4.18, *б*). Напряжение, приложенное к цепи, равно напряжению на активном сопротивлении, а ток в цепи совпадает по фазе с напряжением. Этот случай называется *резонансом напряжений.*

Итак, условием резонанса напряжений является равенство напряжений на индуктивности и емкости или равенство индуктивного и емкостного сопротивлений цепи:

$$x_L = x_C \quad \text{или} \quad \omega L = \frac{1}{\omega C}. \qquad (4.40)$$

При резонансе напряжений ток в цепи, согласно (4.36), равен:

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2+0}} = \frac{U}{R}, \qquad (4.41)$$

т. е. цепь в данном случае имеет наименьшее возможное сопротивление, как будто в нее включено только активное сопротивление R. Ток в цепи при этом достигает максимального значения, угол сдвига фаз между током и напряжением φ равен нулю, а $\cos\varphi = 1$.

Резонанс напряжений характеризуется обменом энергии между магнитным полем катушки и электрическим полем конденсатора.

Увеличение магнитного поля катушки индуктивности происходит исключительно за счет уменьшения энергии электрического поля в конденсаторе, и наоборот.

Следует обратить внимание на то, что при резонансе напряжения на реактивных сопротивлениях x_L и x_c могут заметно превышать приложенное к цепи напряжение. Если мы возьмем отношение приложенного напряжения к напряжению на индуктивности (или емкости), то получим

$$\frac{U}{U_L} = \frac{IZ}{Ix_L} = \frac{Z}{x_L} \quad \text{или} \quad U_L = U\frac{x_L}{R}, \qquad (4.42)$$

то есть напряжение на индуктивности будет больше приложенного напряжения в $\frac{x_L}{R}$ раз. Это означает, что при резонансе напряжений на отдельных участках цепи могут возникать напряжения, опасные для изоляции приборов, включенных в данную цепь. В радиотехнике явление резонанса напряжений находит широкое применение в приемно-передающей аппаратуре и радиоизмерительных приборах.

9. Параллельная цепь переменного тока. Резонанс токов

В отличие от последовательных цепей переменного тока, где ток, протекающий по всем элементам цепи, одинаков, в параллельных цепях одинаковым будет напряжение, приложенное к параллельно включенным ветвям цепи.

Рассмотрим параллельное включение емкости и ветви, состоящей из индуктивности и активного сопротивления (рис. 4.20).

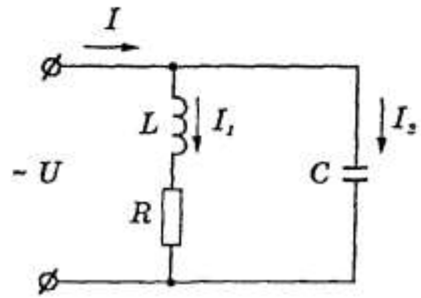


Рис. 4.20

Обе ветви находятся под одним и тем же приложенным напряжением U. Построим векторную диаграмму для этой цепи. В качестве основного вектора выберем вектор приложенного напряжения U (рис. 4.21).

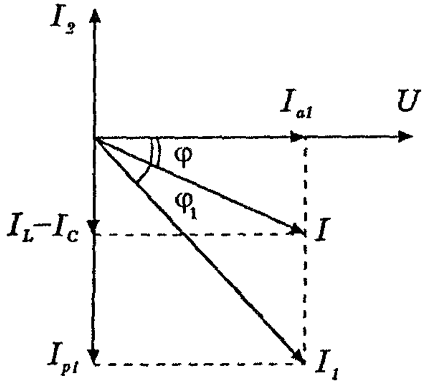


Рис. 4.21

По ветви с индуктивностью и активным сопротивлением течет ток I_1. Длину этого вектора найдем из соотношения

$$I_1 = \frac{U}{z_1} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + x_L^2}} \qquad (4.43)$$

и отложим этот вектор по отношению к вектору $\vec{U}$ под углом φ_1, который определяется по формуле

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{x_L}{R}. \qquad (4.44)$$

Полученный таким образом вектор тока $\vec{I}_1$ разложим на две составляющие: активную $I_{al} = I_t \cos \varphi_1$ и реактивную $I_{p1} = I_1 \sin \varphi_1$ (рис. 4.21).

Величину вектора тока I_2, текущего по ветви с емкостью, находим из соотношения

$$I_2 = \frac{U}{x_C} = \frac{U}{1/\omega C} = \omega CU \qquad (4.45)$$

и откладываем этот вектор под углом 90° против часовой стрелки относительно вектора приложенного напряжения $\vec{U}$.

Общий ток в цепи $\vec{I}$ равен геометрической сумме токов $\vec{I}_1$ и $\vec{I}_2$ или геометрической сумме реактивного тока $I_{p1} - I_2 = I_L - I_C$ и активного тока I_{a1}. Длина вектора $\vec{I}$ равна

$$I = \sqrt{(I_L - I_C)^2 + (I_{a1})^2}. \qquad (4.46)$$

Сдвиг по фазе между общим током $\vec{I}$ и приложенным напряжением $\vec{U}$ можно определить из соотношения

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{I_L - I_C}{I_{a1}}. \qquad (4.47)$$

Из векторной диаграммы (рис. 4.21) видно, что длина и положение вектора общего тока зависят от соотношения между реактивными токами I_L и I_C. В частности, при $I_L > I_C$ общий ток отстает по фазе от приложенного напряжения, при $I_L < I_C$ — опережает его, а при $I_L = I_C$ — совпадает с ним по фазе. Последний случай ($I_L = I_C$) называется *резонансом токов*. При резонансе токов общий ток равен активной составляющей тока в цепи, т. е. происходящие в цепи процессы таковы, как будто в ней содержится только активное сопротивление (в этом случае $\varphi = 0$ и $\cos \varphi = 1$). При резонансе общий ток в цепи принимает минимальное значение и становится чисто активным, тогда как реактивные токи в ветвях не равны нулю и противоположны по фазе.

10. Мощность переменного тока

Умножив стороны треугольника напряжений (рис. 4.17) на значение тока в цепи, получим треугольник мощностей (рис. 4.22).

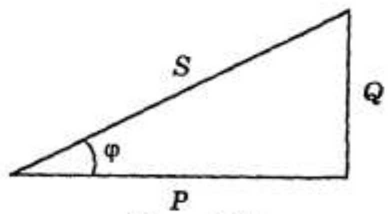


Рис. 4.22

Здесь S — полная мощность, Q — реактивная мощность и P — активная мощность. Из треугольника мощностей следует, что

$$S = IU = \sqrt{P^2 + Q^2};$$

$$Q = S \sin \varphi = IU \sin \varphi; \qquad (4.48)$$

$$P = S \cos \varphi = IU \cos \varphi.$$

Реактивная мощность Q всегда связана с обменом электрической энергией между источником и потребителем. Ее измеряют в *вольт-амперах реактивных* (вар).

Полная мощность S содержит в себе как активную, так и реактивную составляющие — это мощность, которая потребляется от источника электроэнергии. При $P = 0$ вся полная мощность становится реактивной, а при $Q = 0$ — активной. Следовательно, составляющие полной мощности определяются характером нагрузки. Полная мощность измеряется в *вольт-амперах* (*ВА*). Эта величина указывается на табличках приборов переменного тока.

Активная мощность P связана с той электрической энергией, которая может быть преобразована в другие виды энергии — теплоту, механическую работу и т.д. Она измеряется в *ваттах* (Вт). Активная мощность зависит от тока, напряжения и cos φ. При увеличении угла φ уменьшаются cos φ и мощность P, а при уменьшении угла φ активная мощность P возрастает. Таким образом, cos φ показывает, какая часть полной мощности теоретически может быть преобразована в другие виды энергии. Величина cos φ называется *коэффициентом мощности.*

Для более рационального использования мощности переменного тока, вырабатываемого источниками электрической энергии, надо стараться сделать нагрузку такой, чтобы cos φ цепи был близок к единице. На практике, в масштабах предприятия добиться этого довольно трудно, и хорошим показателем является cos φ = 0,9—0,95.

При низких значениях cos φ возникают дополнительные потери на нагревание проводов.

Для увеличения cos φ на практике часто используют резонанс токов и резонанс напряжений. Если в цепь с индуктивностью последовательно включить емкость и подобрать ее так, чтобы реактивное сопротивление емкости равнялось реактивному сопротивлению индуктивности ($x_C = x_L$), то в цепи наступит резонанс напряжений и cos φ станет равен 1. Этот способ называется *последовательной компенсацией.*

Аналогично, если параллельно индуктивной нагрузке подключить конденсатор, подобранный таким образом, что его емкостное сопротивление равно индуктивному сопротивлению нагрузки, то в цепи наступит резонанс токов и cos φ станет равен 1. Этот способ называется *параллельной компенсацией.*

Обычно ограничиваются повышением cos φ до 0,85—0,9; дальнейшее повышение его до 1 незначительно сказывается на уменьшении общего тока и экономически не оправдывается.