Тема: ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

1. Понятие электрической цепи. Закон Ома
2. Законы Кирхгофа
3. Эквивалентные преобразования схем электрических цепей

1. ПОНЯТИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ. ЗАКОН ОМА

Электрическим током называют упорядоченное движение заряженных частиц.

Электрической цепью называется совокупность устройств, предназначенных для получения, передачи, преобразования и использования электрической энергии.

Электрическая цепь состоит из отдельных элементов. Передающие элементы цепи связывают источники и приемники.

В электрических цепях различают следующие понятия:

Ветвь – это участок электрической цепи, по которой проходит только один ток.

Узел – точка соединения трёх и более ветвей.

Контур – замкнутая электрическая цепь, по которой проходит ток.

Основными параметрами электрической цепи являются сила тока, напряжение, электродвижущая сила и сопротивление.

Основными законами электрических цепей, устанавливающими соотношения между ЭДС, напряжениями, токами и сопротивлениями, являются закон Ома и законы Кирхгофа. С помощью этих законов можно произвести анализ и расчёт любых электрических цепей.

В цепях **постоянного электрического тока** ЭДС, напряжение и сила тока **не изменяются** ни по величине, ни по направлению.

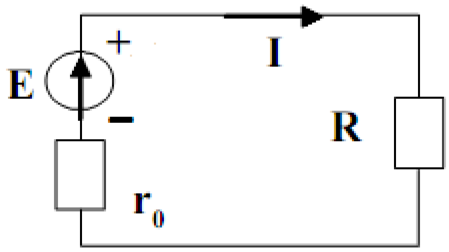

Рис. 1

У нас имеется электрическая цепь (рис. 1), содержащая источник ЭДС и сопротивление *R*. По цепи протекает ток *I*.

Соотношение между ЭДС, сопротивлением и током в замкнутой цепи выражается **законом Ома**, который гласит: сила тока в замкнутой цепи прямо пропорциональна электродвижущей силе и обратно пропорциональна сопротивлению всей цепи:

$$I = \frac{E}{(r_0 + R)} \tag{1}$$

где r_0 – внутреннее сопротивление источника;

E - величина электродвижущей силы;

R - сопротивление нагрузки.

Ток в цепи возникает под действием ЭДС, чем больше ЭДС источника энергии, тем больше ток в замкнутой цепи.

Сопротивление цепи препятствует прохождению тока, следовательно, чем больше сопротивление цепи, тем меньше ток.

Закон Ома для участка цепи гласит: сила тока на участке замкнутой цепи прямо пропорциональна падению напряжения и обратно пропорциональна сопротивлению данного участка:

$$I = U / R \tag{2}$$

Произведение $I \cdot R = U$ называется падением напряжения на сопротивлении R.

Мощность, отдаваемая источником:

$$P_И = E \cdot I \text{, [Вт].} \tag{3}$$

Мощность, выделяющаяся на внутреннем сопротивлении источника:

$$P_0 = I^2 \cdot r_0 \text{, [Вт]} \tag{4}$$

Мощность, которая выделяется на сопротивлении (нагрузке):

$$P_Н = U \cdot I = I^2 \cdot R = U^2 / R \text{, [Вт]} \tag{5}$$

Мощность, отдаваемая источником, должна быть равна мощности, которая выделяется на всех сопротивлениях электрической цепи. Это условие называется балансом мощности:

$$P_И = P_0 + P_Н = I^2 \cdot r_0 + I^2 \cdot R = I^2 \cdot (r_0 + R) \text{, [Вт]} \tag{6}$$

2. ЗАКОНЫ КИРХГОФА

2.1. Первый закон Кирхгофа

Для цепей, состоящих из последовательно соединенных источника и приемника энергии, соотношение между током, ЭДС и сопротивлением всей цепи или между током, напряжением и сопротивлением на каком-либо участке цепи определяется законом Ома. Однако на практике преимущественно используются такие цепи, в которых токи от какого-либо пункта могут идти по разным путям и в которых, следовательно, есть точки (узлы), где сходятся несколько проводников.

Согласно закону сохранения, электрические заряды, приходящие к какому-либо узлу в единицу времени, равны зарядам, уходящим от этого узла за ту же единицу времени.

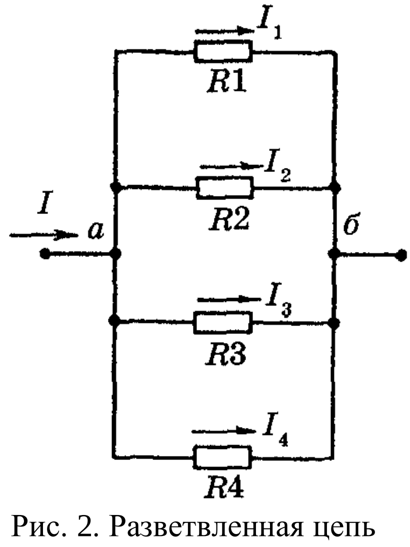

Рис. 2. Разветвленная цепь

У нас имеется электрическая цепь (рис. 2), состоящая из четырех ветвей, которые содержат сопротивления R_1, R_2, R_3, R_4. Обозначим токи, проходящие по ветвям I_1, I_2, I_3, I_4.

Рассмотрим узел «*а*». В него входит ток I и отходят токи I_1, I_2, I_3, I_4.

Токи, приходящие к узлу считаются положительными, а токи уходящие от узла — отрицательными.

Первый закон Кирхгофа гласит следующим образом: сумма токов, приходящих к узлу (узловой точке) электрической цепи, равна сумме токов, уходящих от этого узла:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 \qquad (7)$$

Как видно в левой части равенства стоит сумма токов, приходящих к узлу, а в правой части — сумма токов, уходящих от узла.

Первый закон Кирхгофа можно сформулировать другим образом: алгебраическая сумма токов в узловой точке электрической цепи равна нулю:

$$\Sigma I_i = 0 \qquad (8)$$

2.2. Второй закон Кирхгофа

У нас имеется электрическая цепь (рис. 3), состоящая из последовательно соединенных источников ЭДС E_1, E_2, E_3 и сопротивлений R_1, R_2, R_3, R_4. В цепи протекает ток I.

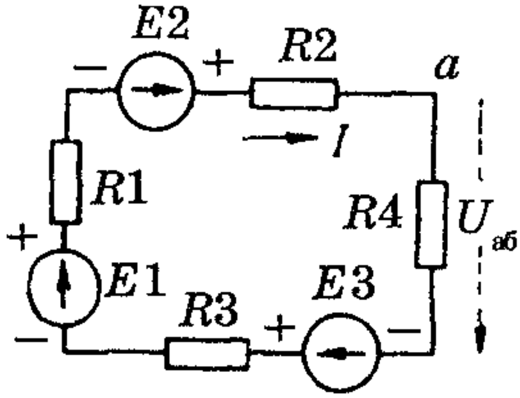

Рис. 3

Второй закон Кирхгофа гласит следующим образом: во всякой замкнутой электрической цепи алгебраическая сумма всех ЭДС равна алгебраической сумме падений напряжения в сопротивлениях, включенных последовательно в эту цепь:

$$E_1 + E_2 + E_3 = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 \qquad (9)$$

где U_1, U_2, U_3, U_4 – падения напряжения на соответствующих сопротивлениях, В.

Преобразуя уравнение (9) получим:

$$E_1 + E_2 + E_3 = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3 + I \cdot R_4 \qquad (10)$$

При составлении уравнений выбирают направление обхода цепи и произвольно задаются направлениями токов.

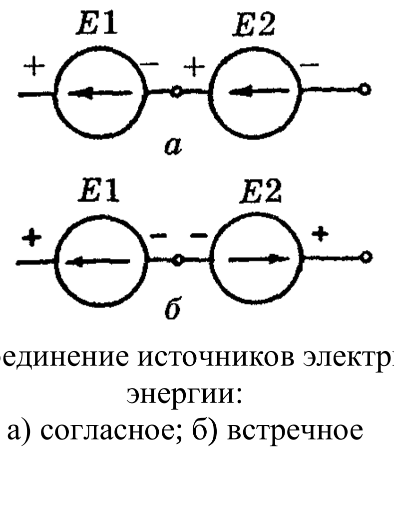

Рис. 4. Соединение источников электрической энергии:
а) согласное; б) встречное

Рис. 5. Замкнутая электрическая цепь

В электрической цепи может быть включено несколько источников энергии (рис. 4), ЭДС которых могут совпадать и не совпадать по направлению.

Если источники энергии включены согласно (рис. 4, а), то их ЭДС совпадают по направлению и общая ЭДС всей цепи равна сумме ЭДС этих источников:

$$E_{ОБЩ} = E_1 + E_2 \tag{11}$$

Если источники энергии включены встречно (рис. 4, б), то их ЭДС не совпадают по направлению и общая ЭДС всей цепи равна разности ЭДС этих источников:

$$E_{ОБЩ} = E_1 - E_2 \tag{12}$$

Таким образом, при последовательном включении в электрическую цепь нескольких источников энергии с различным направлением ЭДС, общая ЭДС равна алгебраической сумме ЭДС всех источников.

Положительным направлением задаются произвольно, при этом ЭДС одного направления берут со знаком плюс, а ЭДС противоположного направления — со знаком минус.

В любом случае полное внутреннее сопротивление источников равно:

$$r_0 = r_{01} + r_{02}$$

Обычно замкнутая цепь является частью сложной цепи, как показано, например, на рис. 5. Замкнутая цепь обозначена буквами «а, б, в, г». Из-за ответвлений в точках «а, б, в, г» токи I_1, I_2, I_3, I_4, могут иметь различные направления и отличаться по значению. Для такой цепи в соответствии со вторым законом Кирхгофа можно записать:

$$E_1 - E_2 - E_3 = I_1 \cdot (r_{01} + R_1) + I_2 \cdot (r_{02} + R_2) + I_3 \cdot (r_{03} + R_3) + I_4 \cdot R_4$$

где r_{01}, r_{02} , r_{03} – внутренние сопротивления источников энергии;

R_1 R_2, R_3, R_4 – сопротивления приемников энергии.

В частном случае при отсутствии ответвлений и последовательном соединении проводников общее сопротивление равно сумме всех сопротивлений. Если внешняя цепь источника энергии с внутренним сопротивлением r_0 состоит, например, из трех последовательно соединенных резисторов с сопротивлениями, соответственно равными R_1, R_2, R_3, то на основании второго закона Кирхгофа можно записать следующее равенство:

$$E = I \cdot (r_0 + R_1 + R_2 + R_3)$$

При нескольких источниках тока в левой части этого равенства была бы алгебраическая сумма ЭДС этих источников.

При параллельном включении двух или нескольких источников энергии токи, проходя в них, в общем случае неодинаковы.

Если два параллельно соединенных источника энергии (рис. 6), имеющих ЭДС E_1 и E_2 и внутренние сопротивления r_1 и r_2, замкнуть на какое-либо внешнее сопротивление R, то токи во внешней цепи I и в источниках I_1 и I_2 можно определить из следующих выражений:

$$I = I_1 + I_2;$$

$$I = U/R;$$

$$I_1 = (E_1 - U) / r_1 = (E_1 - I \cdot R) / r_1$$

$$I_2 = (E_2 - U) / r_2 = (E_2 - I \cdot R) / r_2$$

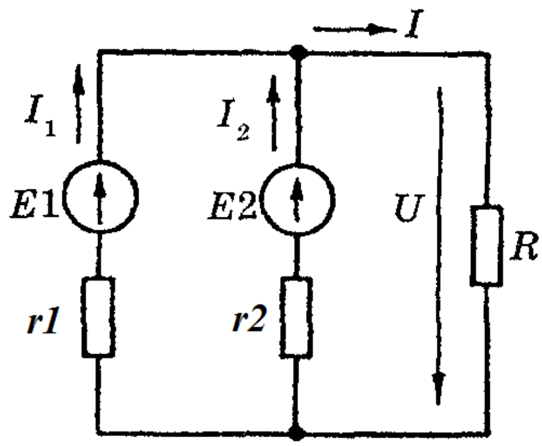

Рис. 6. Параллельное соединение источников энергии

Отсюда ток во внешней цепи:

$$I = (E_1 \cdot r_2 + E_2 \cdot r_1) \,/\, (r_1 \cdot r_2 + R \cdot r_1 + R \cdot r_2)$$

3. ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СХЕМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

3.1. Последовательное соединение сопротивлений

У нас имеется цепь из последовательно соединенных сопротивлений R_1 R_2,..., R_n (рис. 7). К цепи подведено напряжение U и в ней протекает ток I. На каждом сопротивлении имеется соответствующее падение напряжения U_1, U_2,...,U_n. Такая цепь применяется в частности для деления напряжения.

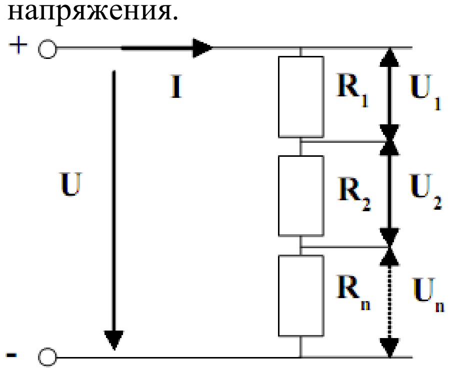

Рис. 7. Последовательное соединение резисторов

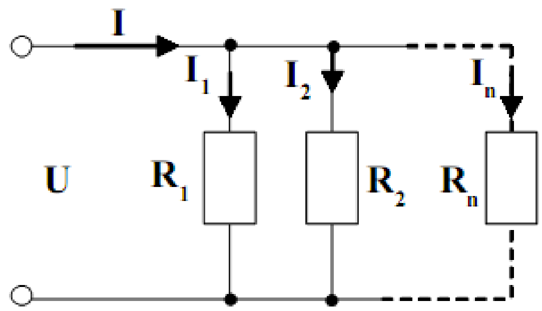

Рис. 8. Параллельное соединение резисторов

Падения напряжений на участках равны:

$$U_1 = I \cdot R_1;$$
$$U_2 = I \cdot R_2;$$
$$U_n = I \cdot R_n$$

В соответствии со 2-м законом Кирхгофа можно записать:

$$U = U_1 + U_2 + \ldots + U_n \tag{13}$$

или

$$I \cdot R_{ЭКВ} = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + \ldots + I \cdot R_n \tag{14}$$

где $R_{ЭКВ}$ - это эквивалентное или общее сопротивление всей цепи.

Поделив обе части на силу тока I, получим формулу для определения эквивалентного сопротивления цепи из последовательно соединенных сопротивлений:

$$R_{ЭКВ} = R_1 + R_2 + \ldots + R_n, \text{ Ом} \quad (15)$$

Таким образом, при последовательном соединении резисторов эквивалентное сопротивление равно сумме сопротивлений участков цепи.

В случае одинаковых значений сопротивлений:

$$R_{ЭКВ} = R \cdot n \quad (16)$$

n – количество одинаковых резисторов.

3.2. Параллельное соединение сопротивлений

У нас имеется цепь из параллельно соединенных сопротивлений R_1 R_2,..., R_n (рис. 8). К цепи подведено напряжение U и в ней протекает общий ток I. Через каждое сопротивление протекает соответствующий ток $I_1, I_2, \ldots, I_n$.

Согласно 1-му закону Кирхгофа общий ток в цепи равен:

$$I = I_1 + I_2 + \ldots + I_n \quad (17)$$

или

$$\frac{U}{R_{ЭКВ}} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \ldots + \frac{U}{R_n} = U\left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}\right] \quad (18)$$

Поделим обе части на напряжение U и получим:

$$\frac{1}{R_{ЭКВ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n} \quad (19)$$

Величина $G = 1 / R_{ЭКВ}$ называется проводимостью (измеряется в $Ом^{-1}$ или См [Сименс].

Преобразуя формулу (19) найдём эквивалентное сопротивление для параллельного соединения трёх резисторов (рис. 9, а):

$$R_{экв} = \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3} = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}$$

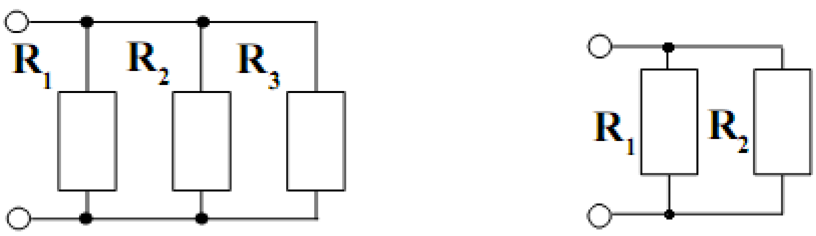

Рис. 9.

Если имеется цепь из двух параллельных резисторов (рис. 9, б) эквивалентное сопротивление будет определяться по формуле:

$$R_{экв} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

В случае одинаковых значений параллельных сопротивлений получим:

$$R_{экв} = R / n$$

3.3. Смешанное соединение сопротивлений

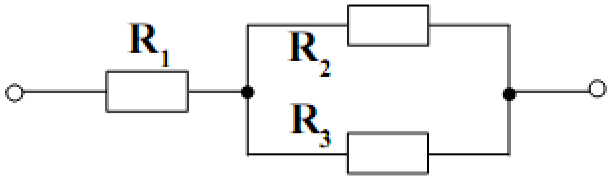

Рис. 10. Смешанное соединение резисторов

Для смешанного соединения резисторов (рис. 10) эквивалентное сопротивление можно подсчитать, используя рассмотренные соотношения:

$$R_{экв}=\frac{R_2\cdot R_2}{R_2+R_2}+R_1$$

3.4. Мостовые схемы соединений резисторов

На практике встречается необходимость расчёта так называемых мостовых схем (рис. 11). При этом необходимо выполнить более сложные преобразования.

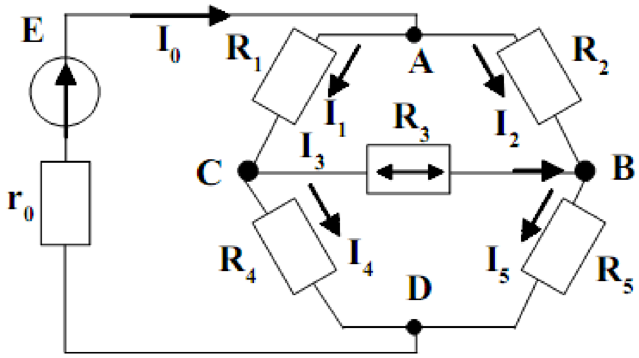

Рис. 11. Мостовая схема

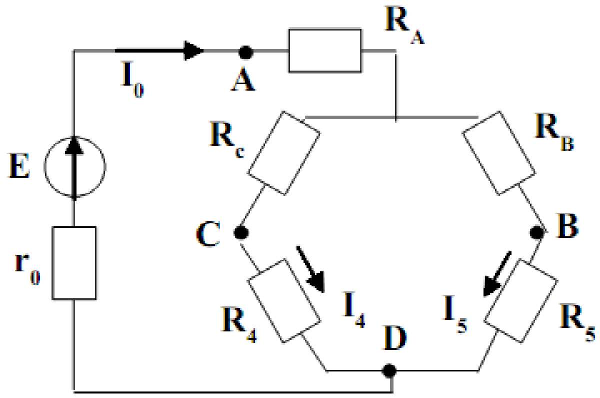

Рис. 12. Эквивалентная звезда

Чтобы рассчитать эквивалентное сопротивление, подключенное к зажимам источника ЭДС, нужно “треугольник” из резисторов R_1, R_2, R_3 преобразовать в эквивалентную “звезду” из резисторов R_A, R_B, R_C, как показано на рис. 12.

Расчетные величины R_A,R_B, R_C определяются по формулам:

$$R_A=\frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2+R_3}$$

$$R_B=\frac{R_2\cdot R_3}{R_1+R_2+R_3}$$

$$R_C=\frac{R_1\cdot R_3}{R_1+R_2+R_3}$$

Руководствуясь схемой рис. 12, можно определить эквивалентное сопротивление всей цепи:

$$R_{экв}=r_0+R_A+\frac{(R_5+R_B)\cdot(R_4+R_C)}{R_5+R_B+R_4+R_C}$$

Тогда ток будет определяться:

$$I_0 = \frac{E}{R_{экв}}$$

$$I_4 = I_0 \frac{R_5 + R_B}{R_5 + R_B + R_4 + R_C}$$

$$I_5 = I_0 \frac{R_4 + R_C}{R_5 + R_B + R_4 + R_C}$$

3.5. Преобразование схемы соединения «звезда» в схему соединения «треугольник»

Есть задачи, в которых возникает необходимость преобразования схемы соединения «звезда» в схему соединения «треугольник» (рис. 13 а, б).

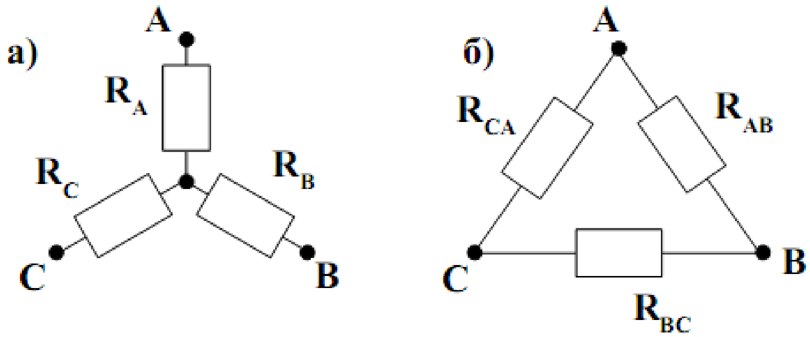

Рис. 13. Схемы соединения резисторов:
а) «звезда»; б) «треугольник»

Формулы преобразования:

$$R_{AB} = R_A + R_B + \frac{R_A \cdot R_B}{R_C}$$

$$R_{BC} = R_C + R_B + \frac{R_C \cdot R_B}{R_A}$$

$$R_{CA} = R_A + R_C + \frac{R_C \cdot R_A}{R_B}$$