## Лабораторная работа № 6

# АНАЛИЗ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

Рассмотрим систему регулирования уровня воды в резервуаре, приведенную на рис. 94 Здесь $H$ — регулируемый уровень воды; $H_0$ — заданный уровень, т. е. система регулирования работает в режиме стабилизации; $S$ — приток воды в резервуар; $Cт$ — расход воды из резервуара.

Регулирование уровня производится изменением притока воды в резервуар $S$, при этом расход $Cт$ может рассматриваться как внешнее возмущение.

Согласно принятой терминологии, регулятор системы состоит из измерительного элемента в виде поплавкового измерителя уровня, преобразующего элемента (на схеме не показан), регулирующего устройства, с одной стороны, вырабатывающего сигнал $X=H_0-H$, с другой стороны, формирующего сигнал $U=X+a(dX/dt)$, который подается далее на усилитель и исполнительный механизм. Таким образом, на исполнительный механизм подается сигнал, пропорциональный сумме рассогласования $X$ и его производной $dX/dt$ с некоторым постоянным коэффициентом передачи $a$, т. е. регулирующее устройство использует так называемый пропорционально-дифференцирующий (ПД) закон регулирования.

В качестве исполнительного механизма в системе используется электрический двигатель, который воздействует на регулирующий орган — клапан, изменяющий скорость притока воды в резервуар. Между $S$, $H$ и $Cт$ существует следующая зависимость: $T(dH/dt)=S-Cт$,

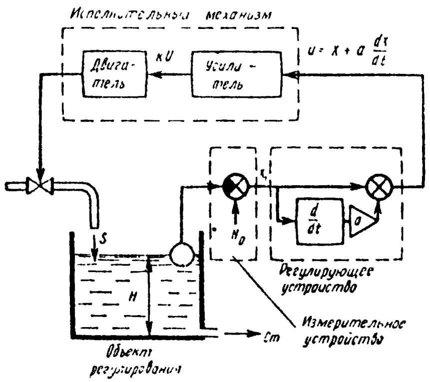


Рис 94. Схема системы автоматического регулирования уровня воды в резервуаре

где $T$ — площадь поперечного сечения резервуара.

Эта зависимость представляет собой математическое описание объекта регулирования. С точки зрения разбивки системы на типовые звенья объект регулирования представляет собой интегрирующее звено. Запишем остальные уравнения системы: $X=H_0-H$ — уравнение измерительного элемента; $U=X+a(dX/dt)$ — уравнение регулятора; $dS/dt=KU$ — уравнение исполнительного механизма, где $K$ — коэффициент усилителя.

Таким образом, *измерительный элемент представляет собой безынерционное звено, регулятор* — это параллельное *соединение безынерционного и дифференцирующего звеньев,* а *исполнительный механизм* может быть представлен как *интегрирующее звено.*

Из уравнения измерительного элемента, считая $H_0=\text{const}$, имеем

$$dX/dt=dH/dt.$$

Подставив в уравнение объекта, получим

$$-T(dX/dt)=S-Cт.$$

После дифференцирования, полагая $Cт=\text{const}$, будем иметь

$$-T(d^2X/dt^2)=dS/dt.$$

Подставляя в уравнение исполнительного механизма $dS/dt$ и используя уравнение регулятора, получим

$$-T(d^2X/dt\ )=K(X+a dX/dt)$$

или

$$T(d^2X/dt\ )+Ka dX/dt+KX=0.$$

Это и есть уравнение замкнутой системы регулирования. Как видно, оно 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

Проведем анализ исследуемой системы регулирования на устойчивость с помощью критерия Гурвица. Характеристическое уравнение замкнутой системы имеет вид $Tp^2+Kap+K=0$. Для того чтобы система 2-го порядка была устойчивой, все коэффициенты уравнения должны быть больше нуля, т. е. $T>0$; $Ka>0$; $K>0$. Это равносильно условиям $T>0$; $K>0$; $a>0$.

Заметим, что в рассматриваемой системе это условие выполняется, так как постоянные коэффициенты имеют ясный физический смысл и не могут быть меньше нуля. Действительно, $T$ — поперечное сечение резервуара, $K$ — коэффициент усиления усилителя; $a$ — коэффициент передачи дифференциатора. Таким образом, система устойчива.

Что касается анализа качества регулирования, то оно может быть оценено с помощью прямых методов, так как дифференциальное уравнение замкнутой системы имеет аналитическое решение вида

$$X = C_1 e^{-\gamma_1 t} + C_2 e^{-\gamma_2 t},$$

где $C_1$ и $C_2$ — постоянные, зависящие от начальных условий; $\gamma_1$ и $\gamma_2$ — корни характеристического уравнения, являющиеся функциями $T$, $K$ и $a$. В зависимости от соотношений между $T$, $K$ и $a$ эти корни могут быть как действительными, так и комплексными, что, в свою очередь, влияет на характер переходного процесса в системе. Так, при ступенчатом входном воздействии в первом случае переходный процесс в системе будет апериодическим, а во втором — колебательным.

Таким образом, зная значения $T$, $K$ и $a$, можно аналитически исследовать характер переходного процесса в замкнутой системе регулирования.