

## Практическое занятие №7

### ОЦЕНКА СУЩЕСТВЕННОСТИ РАЗНОСТИ СРЕДНИХ ДВУХ ВЫБОРОК ПРИ КОЛИЧЕСТВЕННОЙ ИЗМЕНЧИВОСТИ

Распределение результатов измерений, полученных при изучении выборки, подчиняется статистическим законам. Для сравнения данных двух или нескольких выборок используют различные статистические методы, которые сводятся к проверке статистических гипотез. **Статистической гипотезой** называют научное предположение о тех или иных статистических законах распределения случайных величин, которое может быть проверено на основе выборки. В агрономических исследованиях задача сводится к проверке нулевой гипотезы, которая предполагает, что между выборками нет существенных различий.

Для оценки существенности различий между средними 2 выборок чаще всего используют **критерий существенности**, который определяется как отношение разности средних к ее ошибке. Критерий существенности сравнивается с критерием Стьюдента. Значение критерия Стьюдента берется из статистической таблицы с учетом принятого уровня значимости и числа степеней свободы, которое рассчитывается по формуле

$$v = n_1 + n_2 - 2 \quad (30)$$

$n_1$  – число наблюдений в первой выборке,  $n_2$  – число наблюдений во второй выборке.

Знак критерия существенности не несет смысловой нагрузки, поэтому он не учитывается.

*Если  $t_{\text{факт}} \geq t_{\text{теор}}$ , нулевая гипотеза отвергается, следовательно разница между выборками существенна; если  $t_{\text{факт}} < t_{\text{теор}}$ , нулевая гипотеза принимается, следовательно разница несущественна.*

**Пример.** Средняя масса (г) плодов томата сортов Алекс (вариант 1) и Золотая осень (вариант 2).

В выборках по 10 плодов определили массу каждого плода. Были получены следующие данные:

Алекс	62	81	74	59	84	87	93	72	68	79
Золотая осень	48	44	56	52	59	62	60	46	57	64

Следует определить, различаются ли сорта томата по средней массе плодов.

1. *Определяем статистические характеристики данных варианта 1.*

Выборка малого объема, содержит лишь 10 значений ( $n=10$ ), поэтому рассчитываем **простую среднюю арифметическую**:

$$\bar{x} = \frac{\sum X}{n} = \frac{62+81+74+59+84+87+93+72+68+79}{10} = \frac{759}{10} = 75,9 \approx 76$$

$$\text{Корректирующий фактор } C = \frac{(\sum X)^2}{n} = \frac{759^2}{10} = \frac{576081}{10} = 57608$$

Сумма квадратов отклонений

$$\begin{aligned} \sum (X - \bar{x})^2 &= \sum X^2 - C = 62^2 + 81^2 + 74^2 + 59^2 + 84^2 + 87^2 + 93^2 + 72^2 + 68^2 + \\ &+ 79^2 - 57608 = 3844 + 6561 + 5476 + 3481 + 7056 + 7569 + 8649 + 5184 + 4624 + \\ &+ 6241 - 57608 = 58685 - 57608 = 1077 \end{aligned}$$

$$\text{Дисперсия } S^2 = \frac{\sum (X - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{1077}{10-1} = \frac{1077}{9} = 119,7 \approx 120$$

$$\text{Стандартное отклонение } s = \sqrt{S^2} = \sqrt{120} = 11$$

$$\text{Коэффициент вариации } V = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{11}{76} \cdot 100 = 14$$

$$\text{Ошибка выборочной средней } S_x = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{11}{\sqrt{10}} = \frac{11}{3,2} = 3,4 \approx 3$$

2. Определяем статистические характеристики данных варианта 2.  
**Средняя арифметическая**

$$\bar{x} = \frac{\sum X}{n} = \frac{48+44+56+52+59+62+60+46+57+64}{10} = \frac{548}{10} = 54,8 \approx 55$$

$$\text{Корректирующий фактор } C = \frac{(\sum X)^2}{n} = \frac{548^2}{10} = \frac{300304}{10} = 30030$$

Сумма квадратов отклонений

$$\begin{aligned} \sum (X - \bar{x})^2 &= \sum X^2 - C = 48^2 + 44^2 + 56^2 + 52^2 + 59^2 + 62^2 + 60^2 + 46^2 + \\ &+ 57^2 + 64^2 - 30030 = 2304 + 1936 + 3136 + 2704 + 3481 + 3844 + 3600 + \\ &+ 2116 + 3249 + 4096 - 30030 = 30466 - 30030 = 436 \end{aligned}$$

$$\text{Дисперсия } S^2 = \frac{\sum (X - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{436}{10-1} = \frac{436}{9} = 48,4 \approx 48$$

$$\text{Стандартное отклонение } s = \sqrt{S^2} = \sqrt{48} = 6,9 \approx 7$$

**Коэффициент вариации**  $V = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{7}{55} \cdot 100 = 13$

**Ошибка выборочной средней**  $S_x = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{7}{\sqrt{10}} = \frac{7}{3,2} = 2$

3. Проводим оценку существенности разности между средними по критерию существенности

$$t_{\text{факт}} = \frac{d}{S_d} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{S_{x1}^2 + S_{x2}^2}} = \frac{76 - 55}{\sqrt{3^2 + 2^2}} = \frac{21}{\sqrt{9 + 4}} = \frac{21}{\sqrt{13}} = \frac{21}{3,6} = 5,83$$

при  $v = n_1 + n_2 - 2 = 10 + 10 - 2 = 18$

$t_{05} = 2,10$

$t_{\text{факт}}$  больше  $t_{05}$ , следовательно между вариантами есть существенная разница.

**Вывод:** По массе плодов сорт томата Алекс существенно превосходит сорт Золотая осень.

**Задание.** Согласно N задания провести оценку существенности разности между средними 2 выборок.

*Шифр задания к работе*

№ задания	№№ колонок	№ задания	№№ колонок
<b>1</b>	1 6	<b>7</b>	3 6
<b>2</b>	2 7	<b>8</b>	4 7
<b>3</b>	3 8	<b>9</b>	1 5
<b>4</b>	4 9	<b>10</b>	2 5
<b>5</b>	1 7	<b>11</b>	3 5
<b>6</b>	1 8	<b>12</b>	4 5

**Пример 1.** *Содержание крахмала (%) в зерне сорго сортов Гранд (вариант 1) и Жемчужина (вариант 2).*

Вариант 1 (Гранд)				Вариант 2 (Жемчужина)			
Номера колонок				Номера колонок			
1	2	3	4	5	6	7	8
65,2	66,3	67,7	68,1	72,3	74,8	77,0	73,8
64,3	68,1	67,8	65,4	74,8	77,1	72,4	72,1
66,8	67,2	66,5	66,2	75,9	76,4	72,9	77,2
65,7	65,9	64,9	68,8	74,3	75,6	73,3	74,5
66,9	67,3	68,0	69,0	72,8	76,2	74,5	75,6
69,3	67,8	67,1	66,4	76,3	72,2	76,3	76,8
68,1	66,7	65,0	67,3	73,8	74,3	77,1	77,3
65,7	65,7	68,8	68,2	77,0	73,0	72,4	74,8
66,4	67,2	66,2	66,4	73,0	75,1	75,8	73,9
67,7	66,9	68,2	65,3	76,5	74,2	76,0	75,0

**Пример 2.** *Содержание жира (%) в семянках подсолнечника сортов Лакомка (вариант 1) и Пересвет (вариант 2).*

Вариант 1 (Лакомка)				Вариант 2 (Пересвет)			
Номера колонок				Номера колонок			
1	2	3	4	5	6	7	8
42,3	44,1	46,2	45,1	52,8	53,9	55,0	54,2
44,7	43,8	45,4	44,2	51,7	55,0	53,4	53,1
45,8	42,4	44,4	43,0	53,2	54,2	52,1	52,9
45,9	44,9	43,9	47,2	54,9	53,8	54,4	55,5
46,7	45,5	42,8	46,4	55,0	53,0	53,2	52,8
42,8	47,1	46,1	45,5	54,1	52,9	53,6	54,3
44,9	46,8	45,8	42,9	53,9	52,1	64,1	51,9
47,0	45,4	47,2	44,8	52,1	54,8	51,9	54,8
45,6	43,0	44,3	45,4	52,8	55,2	51,7	52,7
46,6	44,8	45,5	46,3	54,3	54,3	52,0	53,4

**Пример 3.** Толщина стенки плодов перца сорта Солнышко (вариант 1) и Золотой Юбилей (вариант 2).

Вариант 1 (Солнышко)				Вариант 2 (Золотой Юбилей)			
Номера колонок				Номера колонок			
1	2	3	4	5	6	7	8
6,5	8,0	8,2	6,4	10,0	8,2	9,7	8,5
7,4	7,2	7,5	8,0	9,1	8,7	8,2	8,0
7,5	6,4	8,3	5,8	8,4	9,2	9,5	8,7
6,3	7,0	7,0	7,3	8,6	8,4	8,1	10,0
6,0	7,8	7,8	7,9	9,7	9,1	8,7	9,4
6,2	6,7	7,2	6,7	8,2	9,8	9,4	9,9
7,9	6,9	8,0	6,4	9,0	8,6	8,6	8,7
6,8	7,6	7,2	6,0	9,4	10,0	10,2	8,2
8,2	6,5	6,9	6,2	8,1	10,1	9,1	9,1
6,9	6,3	6,4	5,9	9,3	8,4	8,4	10,2

**Пример 4.** Содержание сахара (%) в ягодах винограда сортов Мускат Оттонель (вариант 1) и Мерло (вариант 2).

Вариант 1 (Мускат Оттонель)				Вариант 2 (Мерло)			
Номера колонок				Номера колонок			
1	2	3	4	5	6	7	8
17,3	20,9	19,3	18,7	25,4	24,0	22,3	19,8
18,7	18,4	18,4	19,4	22,1	23,4	21,2	21,4
20,4	19,7	19,8	18,0	23,9	22,8	19,0	22,8
18,9	17,8	18,7	20,7	22,0	21,9	21,0	23,3
20,1	19,2	18,0	20,0	22,7	21,4	22,8	20,9
17,6	18,9	20,1	18,1	21,9	2,4	21,4	23,8
19,4	20,7	18,5	19,2	24,5	20,9	23,7	22,1
21,0	19,0	18,2	18,9	25,6	21,4	24,2	23,0
18,0	18,4	18,7	18,4	22,8	22,2	19,1	24,1
19,6	19,5	19,9	15,8	23,2	24,4	18,9	23,9

### **Выполнение работы**

1. Записать название примера, номер варианта.
2. Провести статистический анализ варианта 1.

**Средняя арифметическая**  $\bar{x} = \frac{\sum X}{n} =$

Корректирующий фактор  $C = \frac{(\sum X)^2}{n} =$

Сумма квадратов отклонений  $\sum (X - x)^2 = \sum X^2 - C =$

Дисперсия  $s^2 = \frac{\sum (X - x)^2}{n - 1} =$

Стандартное отклонение  $s = \sqrt{s^2} =$

Коэффициент вариации  $V = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100 =$

Ошибка выборочной средней  $S_x = \frac{s}{\sqrt{n}} =$

3. Провести статистический анализ варианта 2.

Средняя арифметическая  $\bar{x} = \frac{\sum X}{n} =$

Корректирующий фактор  $C = \frac{(\sum X)^2}{n} =$

Сумма квадратов отклонений  $\sum (X - x)^2 = \sum X^2 - C =$

Дисперсия  $s^2 = \frac{\sum (X - x)^2}{n - 1} =$

Стандартное отклонение  $s = \sqrt{s^2} =$

Коэффициент вариации  $V = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100 =$

Ошибка выборочной средней  $S_x = \frac{s}{\sqrt{n}} =$

4. Провести оценку существенности разности по критерию существенности

$$t_{\text{факт}} = \frac{d}{S_d} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{s_{x1}^2 + s_{x2}^2}} =$$

при  $v = n_1 + n_2 - 2 =$   $t_{05} =$

**Вывод:**

**Контрольные вопросы к работе:**

1. Что называют статистической гипотезой? Нулевая гипотеза.
2. Оценка существенности разности между средними 2 выборок по критерию существенности.