

**Практическое занятие № 3**  
**ТОЧЕЧНАЯ И ИНТЕРВАЛЬНАЯ ОЦЕНКИ**  
**РАСПРЕДЕЛЕНИЯ**

Статистические оценки выборочной совокупности являются приближенными оценками генеральной совокупности. Оценка может быть точечной или интервальной.

Оценка параметра называется точечной, если она выражается одним числом. Точечные оценки являются случайными величинами, причем их значения зависят от объема экспериментальных данных. Точечные оценки могут быть *состоятельными и несмещенными*.

*Состоятельной* называется оценка, которая при увеличении объема выборки стремится к истинному значению числовой характеристики.

*Несмещенной* называется оценка, которая не содержит систематической ошибки в сторону завышения или занижения оцениваемого параметра и математическое ожидание которой совпадает с параметром генеральной совокупности.

Как правило, выборочные характеристики не совпадают с соответствующими параметрами генеральной совокупности. Величина отклонения выборочного показателя от генерального называется *статистической ошибкой* этого показателя, или ошибкой репрезентативности. Статистические ошибки возникают не как результат ошибок при измерении, они возникают в процессе отбора вариант из совокупности. Поэтому точечная оценка генерального параметра записывается с указанием статистической ошибки.

*Точечной несмещенной оценкой* генеральной средней  $\mu$  ( $m\mu$ ) является средняя  $\bar{x}$ . Точечная оценка генеральной средней записывается в виде  $\bar{x} \pm s_{\bar{x}}$ , где  $s_{\bar{x}}$  – ошибка выборочной средней. Это означает, что  $\bar{x}$  является оценкой генеральной средней  $\mu$  с ошибкой, равной  $s_{\bar{x}}$ .

Для практики важно получить не только точечную оценку, но и определить интервал, в пределах находится истинное значение оцениваемого параметра. Для этого используется интервальная оценка. *Интервальная оценка* характеризуется двумя числами – концами интервала, покрывающего оцениваемый параметр. Интервал, который с заданной вероятностью покрывает оцениваемый параметр, называется *доверительным*. Центром интервала является выборочная оценка точки  $\bar{x}$ . Границы интервала определяются средней ошибкой оценки и уровнем

вероятности. Интервальная оценка является развитием точечной оценки, которая неэффективна при малом объеме выборки.

Доверительный интервал для генеральной средней записывается следующим образом:

$$\bar{x} - t \cdot s_{\bar{x}} \leq \mu \leq \bar{x} + t \cdot s_{\bar{x}}$$

где  $t$  – критерий Стьюдента, который показывает отклонение выборочной средней  $\bar{x}$  от генеральной средней  $\mu$  в долях ошибки  $s_{\bar{x}}$ , принятой за единицу. Значение критерия Стьюдента берется из статистической таблицы (приложение 2) для соответствующего уровня значимости и числа степеней свободы  $v=n-1$

$t \cdot s_{\bar{x}}$  – предельная ошибка выборочной средней при данном числе степеней свободы.

**Пример.** При определении содержания белка в пшенице были получены следующие значения:  $\bar{x} = 14,80\%$ ;  $s_{\bar{x}} = 0,20\%$ ;  $n = 4$ . Необходимо определить 95 и 99% доверительный интервал для генеральной средней  $\mu$ . Значения  $t_{01}$  и  $t_{05}$  берем из статистической таблицы для  $v=4-1=3$  степеней свободы (приложение). Для  $v=3$  значения  $t_{01} = 5,84$  и  $t_{05} = 3,18$ .

Доверительный интервал для 95% уровня вероятности равен:

$$\bar{x} \pm t \cdot s_{\bar{x}} \quad 14,80 \pm 3,18 \times 0,20 \quad 14,80 \pm 0,64 \quad \text{или} \quad 14,16 \div 15,44$$

Доверительный интервал для 99% уровня вероятности равен:

$$\bar{x} \pm t \cdot s_{\bar{x}} \quad 14,80 \pm 5,84 \times 0,20 \quad 14,80 \pm 1,17 \quad \text{или} \quad 13,63 \div 15,97$$

**Следовательно, генеральная средняя содержания белка в зерне пшеницы с вероятностью 95% находится в интервале от 14,16 до 15,44%; с вероятностью 99% – от 13,63 до 15,97%.**

**Вероятность того, что значение генеральной средней не попало в границы интервала составляет 5% в первом случае и 1% – во втором.**

Интервальная оценка используется для статистической проверки гипотез при сравнении выборочных средних для предварительных данных. Если доверительные интервалы для генеральных перекрывают друг друга, то нулевая гипотеза принимается. Если доверительные интервалы не перекрываются, то нулевая гипотеза отвергается, следовательно, выборки

принадлежат различным генеральным совокупностям, то есть между ними есть существенные различия.

**Пример.** При определении содержания сахара в корнеплодах гибридов сахарной свеклы Гримм и Джакета были получены следующие данные:

Гримм:  $\bar{x}_1 = 19,20\%$ ;  $s_x = 0,21\%$ ;  $n = 12$ ;

Джакета:  $\bar{x}_2 = 18,70\%$ ;  $s_x = 0,19\%$ ;  $n = 14$ .

Определить доверительные интервалы при 95 и 99% уровне вероятности.

Для  $v_1 = 12 - 1 = 11$  значения  $t_{01} = 3,11$  и  $t_{05} = 2,20$ ;

для  $v_2 = 14 - 1 = 13$  значения  $t_{01} = 3,01$  и  $t_{05} = 2,16$ .

1. Рассчитываем доверительный интервал для 1 выборки на:

99% уровне вероятности:  $19,20 \pm 3,11 \times 0,21$   $19,20 \pm 0,65$   $8,55 \div 19,85$

95% уровне вероятности:  $19,20 \pm 2,20 \times 0,21$   $19,20 \pm 0,46$   $18,74 \div 19,66$

2. Рассчитываем доверительный интервал для 2 выборки на: 99% уровне вероятности:

$18,70 \pm 3,01 \times 0,19$   $18,70 \pm 0,57$   $18,13 \div 19,27$

95% уровне вероятности:

$18,70 \pm 2,16 \times 0,19$   $18,70 \pm 0,41$   $18,29 \div 19,11$

3. Сравниваем доверительные интервалы на:

99% уровне вероятности:  $18,55 \div 19,85$  и  $18,13 \div 19,27$  интервалы перекрываются, следовательно между выборками нет существенного различия, т.е. по содержанию сахара в корнеплодах гибриды сахарной свеклы Гримм и Джакета существенно не различаются.

95% уровне вероятности:  $18,74 \div 19,66$  и  $18,29 \div 19,11$  интервалы перекрываются, следовательно между выборками нет существенного различия, т.е. по содержанию сахара в корнеплодах гибриды сахарной свеклы Гримм и Джакета существенно не различаются.

### **Задание 1:**

**Пример 1.** При определении содержания сухих веществ в яблоках были получены следующие данные:  $\bar{x} = 15,34\%$ ;  $s_x = 1,29\%$ ;  $n = 15$ . Определить доверительные интервалы при 95 и 99% уровне вероятности.

**Пример 2.** При определении содержания крахмала в клубнях сортов картофеля были получены следующие данные:

Адретта  $\bar{x} = 17,32\%$ ;  $s_x = 1,71\%$ ;  $n = 12$ ;

Романо  $\bar{x} = 13,51\%$ ;  $s_{\bar{x}} = 1,43\%$ ;  $n = 18$ .

Рассчитать доверительные интервалы при 95 и 99% уровне вероятности, определить существенность различий между средними.

### **Задание 2:**

**Пример 1.** При определении содержания крахмала в клубнях картофеля были получены следующие данные:  $\bar{x} = 21,19\%$ ;  $s_{\bar{x}} = 2,01\%$ ;  $n = 16$ . Определить доверительные интервалы при 95 и 99% уровне вероятности.

**Пример 2.** При определении содержания сухих веществ в плодах сортов яблонь были получены следующие данные:

Папировка:  $\bar{x} = 14,10\%$ ;  $s_{\bar{x}} = 0,13\%$ ;  $n = 15$ ;

Мелба:  $\bar{x} = 13,20\%$ ;  $s_{\bar{x}} = 0,12\%$ ;  $n = 13$ .

Рассчитать доверительные интервалы при 95 и 99% уровне вероятности, определить существенность различий между средними.

### **Задание 3:**

**Пример 1.** При определении содержания белка в зерне сои были получены следующие данные:  $\bar{x} = 32,18\%$ ;  $s_{\bar{x}} = 3,09\%$ ;  $n = 20$ . Определить доверительные интервалы при 95 и 99% уровне вероятности.

**Пример 2.** При определении массы зерна в початке гибридов кукурузы были получены следующие данные:

Альтиус:  $\bar{x} = 63,67$  г;  $s_{\bar{x}} = 6,45$ ;  $n = 18$ ;

Термо:  $\bar{x} = 69,74$ ;  $s_{\bar{x}} = 7,01$ ;  $n = 16$ .

Рассчитать доверительные интервалы при 95 и 99% уровне вероятности, определить существенность различий между средними.

### **Задание 4:**

**Пример 1.** При определении массы зерна в початке кукурузы были получены следующие данные:  $\bar{x} = 67,52$  г;  $s_{\bar{x}} = 6,58$  г;  $n = 25$ . Определить доверительные интервалы при 95 и 99% уровне вероятности.

**Пример 2.** При определении содержания белка в зерне гибридов сои были получены следующие данные:

Подольянка:  $\bar{x} = 34,72\%$ ;  $s_{\bar{x}} = 3,28\%$ ;  $n = 22$ ;

Винничанка:  $\bar{x} = 37,23\%$ ;  $s_{\bar{x}} = 3,31\%$ ;  $n = 24$ .

Рассчитать доверительные интервалы при 95 и 99% уровне вероятности, определить существенность различий между средними.

**Контрольные вопросы:**

1. Что такое точечная оценка? Виды точечной оценки
2. Что такое доверительный интервал?
1. Оценка существенности различий между средними по доверительным интервалам