Государственное образовательное учреждение

«Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко»

Физико-математический факультет

Кафедра алгебры, геометрии и МПМ

Утверждаю:

Заведующий кафедрой, доцент

Г.Н. Ермакова

«27» 09 2019 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

«*Линейная алгебра*»

Направление подготовки:
Код 5.38.03.05
Экономика
Профиль подготовки
«Мировая экономика и международный бизнес», «финансы и кредит», «налоги и налогообложение», «бухгалтерский учет, анализ и аудит», «экономика и менеджмент»

для набора 2018 года

Квалификация (степень) выпускника
Бакалавр
Форма обучения:
Очная

Разработал:

Ст. преподаватель Дидурик Н.Н.

г. Тирасполь – 2019 г.

Паспорт фонда оценочных средств по учебной дисциплине
«*Линейная алгебра*»

1. В результате обучения дисциплины «***Линейная алгебра***» обучающийся должен:

1.1. Знать: язык теории множеств как основу современного языка математики; язык описания отношений, функций; основные принципы аксиоматического построения математических теорий; основные понятия алгебраических систем и алгебр; основные понятия линейной алгебры: вектор, матрица, линейная зависимость, линейное преобразование; различные формы записи уравнений прямых на плоскости и в пространстве, основные понятия и теоремы матричной алгебры; основные результаты теории систем линейных алгебраических уравнений, ключевые понятия и теоремы теории линейных пространств и линейных операторов, понятие квадратичных форм.

1.2. Уметь: выполнять операции над векторами; выполнять операции над матрицами, вычислять ранг матрицы, обратную матрицу, определители n-ого порядка применять на практике методы и приемы решения систем линейных алгебраических уравнений; преобразовывать координаты при переходе от одного базиса к другому, записать матрицу линейного оператора, вычислять собственные значения и собственные векторы линейного оператора, находить норму элемента евклидова пространства, строить ортонормированный базис, применять понятия и факты линейной алгебры при исследовании геометрических объектов; приводить уравнения кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду, применять современные методы линейной алгебры при изучении и анализе экономических процессов.

1.3. Владеть: понятиями линейного пространства, подпространства и евклидова пространства, линейного оператора, собственного вектора и собственного значения, сопряженного оператора, ортогональной матрицы и оператора, квадратичной формы, кривых и поверхностей второго порядка; техникой действий над линейными операторами, методами приведения матрицы линейного оператора к диагональному виду.

2. Программа оценивания контролируемой компетенции:

Текущая аттестация	Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины и их наименование*	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства**
1	Раздел I. Матричная алгебра, Раздел II. Системы линейных уравнений.	ОПК-2, ОПК-3	Контрольная работа №1, рабочая тетрадь.
2	Раздел IV. Линейные векторные пространства и подпространства, Раздел VI. Элементы	ОПК-2, ОПК-3	Контрольная работа №2, рабочая тетрадь

	аналитической геометрии		
3	Раздел I. Матричная алгебра, Раздел II. Системы линейных уравнений. Раздел V. Линейные отображения. Раздел VI. Элементы аналитической геометрии	ОПК-2, ОПК-3	тест
Промежуточная аттестация		Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства**
№1		ОПК-2, ОПК-3	экзамен

Государственное образовательное учреждение

«Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко»

Физико-математический факультет

Кафедра алгебры, геометрии и МПМ

Комплект вопросов для проведения экзамена

по дисциплине «*Линейная алгебра*»

1. Основные сведения о матрицах.
2. Операции над матрицами.
3. Определители квадратных матриц.
4. Свойства определителей.
5. Миноры и алгебраические дополнения.
6. Обратная матрица.
7. Матрицы элементарных преобразований.
8. Нахождение обратной матрицы.
9. Векторы на плоскости и в пространстве.
10. N-мерные векторы.
11. Линейная зависимость и независимость системы векторов.
12. Ранг конечной системы векторов.
13. Ранг матрицы. Ступенчатые матрицы.
14. Общий вид системы линейных уравнений.
15. Системы n линейных уравнений с n переменными. Метод обратной матрицы и формулы Крамера.
16. Решение систем линейных уравнений методом Жордано-Гаусса, в таблицах Гаусса.
17. Теорема Кронекера-Капелли.
18. Однородные системы линейных уравнений.
19. Фундаментальные решения однородной системы линейных уравнений.
20. Линейное пространство. Определение векторного пространства.
21. Базис векторного пространства.
22. Переход к новому базису.
23. Линейные подпространства. Способы задания линейных подпространств.
24. Евклидовы пространства.
25. Норма вектора. Ортонормированная система векторов.
26. Определение отображения.
27. Линейные операторы. Матрица линейного оператора.
28. Собственные векторы и собственные значения.
29. Понятие квадратичной формы.
30. Свойства канонических форм.
31. Критерий Сильвестра.
32. Основные задачи на метод координат.
33. Аффинная система координат на плоскости.
34. Различные способы задания прямой.
35. Общее уравнение прямой. Геометрический смысл коэффициентов в общем уравнении прямой.
36. Взаимное расположение 2-х прямых на плоскости.
37. Основные метрические задачи.
38. Векторное произведение 2-х векторов.
39. Смешанное произведение 3-х векторов.
40. Различные способы задания плоскости в пространстве.

41. Взаимное расположение 2-х плоскостей.
42. Прямая линия в пространстве.

Критерии оценки:

Оценка «**отлично**» выставляется студенту, если дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, доказательно раскрыты основные положения темы; в ответе прослеживается четкая структура, логическая последовательность. Ответ изложен литературным языком в терминах науки. В ответе допущены недочеты, исправленные студентом с помощью преподавателя.

Оценка «**хорошо**» выставляется студенту, если дан полный, но недостаточно последовательный ответ на поставленный вопрос, но при этом показано умение выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Ответ логичен и изложен в терминах науки. Могут быть допущены 1-2 ошибки в определении основных понятий, которые студент затрудняется исправить самостоятельно.

Оценка «**удовлетворительно**» выставляется студенту, если дан недостаточно полный и недостаточно развернутый ответ. Логика и последовательность изложения имеют нарушения. Допущены ошибки в раскрытии понятий, употреблении терминов. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Студент может конкретизировать обобщенные знания, доказав на примерах их основные положения только с помощью преподавателя. Речевое оформление требует поправок, коррекции.

Оценка «**неудовлетворительно**» выставляется студенту, если не получены ответы по базовым вопросам дисциплины.

Составитель ______________________ Н.Н. Дидурик

«27» 09 2019 г.

Государственное образовательное учреждение

«Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко»

Физико-математический факультет

Кафедра алгебры, геометрии и МПМ

Комплект заданий для контрольной работы

по дисциплине «*Линейная алгебра*»

Тема: Матричная алгебра, системы линейных уравнений.

Контрольная работа №1

Вариант 1

1. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & -3 & -2 & 5 \\ -3 & 1 & 3 & -2 \\ 2 & 2 & 4 & -3 \\ -3 & -2 & 2 & 4 \end{vmatrix}$
2. Найти обратную матрицу для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & -2 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 4, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 9, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = -3 \end{cases}$
4. Вычислить $D = 2C - (AB)^T$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -6 & 7 & 3 \\ 4 & -5 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -4 & 5 & 2 \\ 2 & -4 & 3 \\ 1 & 4 & -7 \end{pmatrix}$

Вариант 2

1. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & -3 & -2 & 5 \\ -3 & -1 & 3 & -2 \\ 2 & 2 & 5 & -3 \\ 0 & -2 & 2 & -4 \end{vmatrix}$
2. Найти обратную матрицу для матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 5 & 2 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -1, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 6, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$
4. Вычислить $D = 2C - (AB)^T$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 7 & -3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -5 & 11 & 4 \\ -4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 1 \\ 8 & -4 & 2 \\ 0 & 4 & -7 \end{pmatrix}$

Вариант 3

1. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & -3 & -2 & 5 \\ -3 & 0 & 3 & -2 \\ 2 & 3 & 4 & -3 \\ -3 & -3 & 2 & 4 \end{vmatrix}$
2. Найти обратную матрицу для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - 5x_3 = 1, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = -4, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$
4. Вычислить $D = 2C - (AB)^T$, если $A = \begin{pmatrix} 12 & -1 \\ 6 & 7 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & 5 & -3 \\ -4 & -5 & 8 \end{pmatrix}$,

$C = \begin{pmatrix} -4 & 15 & 2 \\ 6 & -5 & 8 \\ -1 & 4 & -7 \end{pmatrix}$

Вариант 4

1. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & -3 & -2 & -5 \\ -3 & 1 & 13 & -2 \\ 12 & 0 & 4 & -3 \\ -3 & -2 & 2 & 14 \end{vmatrix}$
2. Найти обратную матрицу для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 \\ -1 & 4 & 1 \\ 1 & 9 & -2 \end{pmatrix}$
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера
   $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = -2, \\ 4x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 5 \end{cases}$
4. Вычислить $D = 2C - (AB)^T$, если $A = \begin{pmatrix} -6 & 7 & 3 \\ 4 & -5 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$, $C =$
   $\begin{pmatrix} 23 & 12 \\ -21 & -4 \end{pmatrix}$

Вариант 5

1. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & -3 & -2 & 1 \\ -3 & 1 & 3 & -2 \\ 2 & 2 & 4 & -3 \\ -1 & -2 & 1 & 4 \end{vmatrix}$
2. Найти обратную матрицу для матрицы $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 3 & 6 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера $\begin{cases} 3x_1 - x_2 - 3x_3 = 7, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 2, \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 1 \end{cases}$
4. Вычислить $D = 2C - (AB)^T$, если $B = \begin{pmatrix} 12 & -1 \\ 5 & 3 \\ 21 & -3 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} -4 & 7 & 3 \\ 2 & -6 & -1 \end{pmatrix}$, $C =$
   $\begin{pmatrix} 1 & -14 \\ 21 & 1 \end{pmatrix}$

Вариант 6

1. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 12 & -3 & -2 & 5 \\ -3 & 1 & 3 & -2 \\ 1 & 8 & 3 & -3 \\ -3 & -2 & 6 & 1 \end{vmatrix}$
2. Найти обратную матрицу для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 2, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = 6 \end{cases}$
4. Вычислить $D = 2C - (AB)^T$, если $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 1 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} -6 & 5 & 3 \\ 14 & -15 & 8 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -23 & 2 \\ 2 & -23 \end{pmatrix}$

Вариант 7

1. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 12 & -3 & -2 & 5 \\ -8 & 1 & 3 & -2 \\ 1 & 8 & 4 & -3 \\ -3 & -2 & 6 & 1 \end{vmatrix}$
2. Найти обратную матрицу для матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ -1 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера
$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + x_3 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 5, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 = -1 \end{cases}$
4. Вычислить $D = 2C - (AB)^T$, если $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 1 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} -6 & 5 & 3 \\ 14 & -15 & 8 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -23 & 2 \\ 2 & -23 \end{pmatrix}$

Вариант 8

1. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & -3 & -1 & 5 \\ -3 & 1 & 3 & -3 \\ 1 & 8 & 2 & -3 \\ -3 & -2 & -6 & 1 \end{vmatrix}$
2. Найти обратную матрицу для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 \\ -2 & 7 & 2 \\ 3 & 2 & -4 \end{pmatrix}$
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 3, \\ 4x_1 + 2x_2 - x_3 = -1, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$
4. Вычислить $D = 2C - (AB)^T$, если $A = \begin{pmatrix} 12 & -1 \\ -5 & 0 \\ 9 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -6 & 8 & 2 \\ 14 & -5 & 9 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & -5 & 12 \\ 2 & -11 & 3 \\ 6 & -3 & 1 \end{pmatrix}$

Вариант 9

1. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 12 & -3 & -2 & 5 \\ -3 & 1 & 3 & -2 \\ 1 & 8 & 3 & -3 \\ -3 & -2 & 6 & 1 \end{vmatrix}$
2. Найти обратную матрицу для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = -3, \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$
4. Вычислить $D = 2C - (AB)^T$, если $A = \begin{pmatrix} -16 & 6 & 9 \\ 12 & -5 & 8 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 1 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -3 & 12 \\ 6 & -23 \end{pmatrix}$

Вариант 10

1. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & -1 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 0 \\ 3 & -3 & -1 & -6 \end{vmatrix}$
2. Найти обратную матрицу для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -3 \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера
$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7, \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 3 \end{cases}$
4. Вычислить $D = 2C - (AB)^T$, если $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -6 & 11 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} -6 & 15 & 7 \\ 0 & -15 & 8 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 2 & -7 \end{pmatrix}$

Тема: Линейные векторные пространства и подпространства, элементы аналитической геометрии.

Контрольная работа №2

Вариант 1

1. Найти размерность и базис линейного пространства, в котором заданы векторы, задав базис, разложить остальные векторы по этому базису.

$a_1 = (1,2,3,1);\ a_2 = (-1,0,1,-1);\ a_3 = (0,0,0,3);\ a_4 = (2,1,1,1);\ a_5 = (2,3,5,4);$

2. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому

$e_1 = (1,1,2), e_2 = (2,-1,3), e_3 = (2,3,-1);$
$e_1' = (2,-3,-1), e_2' = (3,1,2), e_3' = (1,2,1)$

3. Даны вершины треугольника $A(-2,3), B(-1,-4), C(3,2)$. Найти:

- Уравнения сторон треугольника,
- Уравнение медианы, проведенной из вершины C,
- Точку пересечения со стороной биссектрисы, проведенной из вершины B,
- Уравнение высоты, проведенной из вершины A,
- Уравнение прямой, проходящей через вершину A, параллельная стороне BC.

Вариант 2

1. Найти размерность и базис линейного пространства, в котором заданы векторы, задав базис, разложить остальные векторы по этому базису.

$a_1 = (1,0,2,1);\ a_2 = (-2,1,1,1);\ a_3 = (0,0,0,2);\ a_4 = (-1,1,2,3);\ a_5 = (-2,2,5,7);$

2. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому

$e_1 = (2,3,1), e_2 = (3,1,-2), e_3 = (4,5,3);$
$e_1' = (3,-1,-3), e_2' = (1,1,2), e_3' = (1,2,5)$

3. Даны вершины треугольника A$(-1,-1)$, B$(3,5)$, C$(-4,1)$. Найти:

- Уравнения сторон треугольника,
- Уравнение медианы, проведенной из вершины C,
- Точку пересечения со стороной биссектрисы, проведенной из вершины B,
- Уравнение высоты, проведенной из вершины A,
- Уравнение прямой, проходящей через вершину A, параллельная стороне BC.

Вариант 3

1. Найти размерность и базис линейного пространства, в котором заданы векторы, задав базис, разложить остальные векторы по этому базису.

$a_1 = (1,1,1,1);\ a_2 = (-1,0,1,1);\ a_3 = (0,0,0,1);\ a_4 = (2,3,1,2);\ a_5 = (2,4,3,5);$

2. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому

$e_1 = (2,-3,-5), e_2 = (3,1,-2), e_3 = (1,-2,1);$
$e_1' = (2,3,-1), e_2' = (1,2,3), e_3' = (1,-1,-2)$

3. Даны вершины треугольника $A(1,2), B(-3,4), C(5,-2)$. Найти:

- Уравнения сторон треугольника,
- Уравнение медианы, проведенной из вершины C,
- Точку пересечения со стороной биссектрисы, проведенной из вершины B,
- Уравнение высоты, проведенной из вершины A,
- Уравнение прямой, проходящей через вершину A, параллельная стороне BC.

Вариант 4

1. Найти размерность и базис линейного пространства, в котором заданы векторы, задав базис, разложить остальные векторы по этому базису.

$a_1 = (1,-1,1,-1);\ a_2 = (2,1,-1,3);\ a_3 = (0,0,0,3);\ a_4 = (1,-2,1,1);\ a_5 = (4,-2,1,6);$

2. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому

$e_1 = (4,3,1), e_2 = (3,2,2), e_3 = (2,-1,-2);$
$e_1' = (2,1,3), e_2' = (4,2,-1), e_3' = (3,-1,1)$

3. Даны вершины треугольника $A(3,4), B(-2,1), C(3,-4)$. Найти:

- Уравнения сторон треугольника,
- Уравнение медианы, проведенной из вершины C,
- Точку пересечения со стороной биссектрисы, проведенной из вершины B,
- Уравнение высоты, проведенной из вершины A,
- Уравнение прямой, проходящей через вершину A, параллельная стороне BC.

Вариант 5

1. Найти размерность и базис линейного пространства, в котором заданы векторы, задав базис, разложить остальные векторы по этому базису.

$a_1 = (1,0,1,-1);\ a_2 = (2,1,1,-2);\ a_3 = (0,0,0,2);\ a_4 = (3,1,4,1);\ a_5 = (6,2,6,0);$

2. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому

$e_1 = (2,1,3), e_2 = (1,-3,-2), e_3 = (2,5,3);$
$e_1' = (2,-3,-1), e_2' = (1,1,-2), e_3' = (1,2,1)$

3. Даны вершины треугольника $A(3,-5), B(5,-3), C(-1,3)$. Найти:

- Уравнения сторон треугольника,
- Уравнение медианы, проведенной из вершины C,
- Точку пересечения со стороной биссектрисы, проведенной из вершины B,
- Уравнение высоты, проведенной из вершины A,

- Уравнение прямой, проходящей через вершину A, параллельная стороне BC.

Вариант 6

1. Найти размерность и базис линейного пространства, в котором заданы векторы, задав базис, разложить остальные векторы по этому базису.

$a_1 = (1,1,2,1);\ a_2 = (-1,1,-1,1);\ a_3 = (0,0,0,1);\ a_4 = (3,2,1,1);\ a_5 = (3,4,2,4);$

2. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому

$e_1 = (1,2,1), e_2 = (1,1,-2), e_3 = (2,-3,-1);$
$e_1' = (1,-3,1), e_2' = (2,1,3), e_3' = (2,-1,-2)$

3. Даны вершины треугольника $A(3,-5), B(1,-3), C(2,-2)$. Найти:

- Уравнения сторон треугольника,
- Уравнение медианы, проведенной из вершины C,
- Точку пересечения со стороной биссектрисы, проведенной из вершины B,
- Уравнение высоты, проведенной из вершины A,
- Уравнение прямой, проходящей через вершину A, параллельная стороне BC.

Вариант 7

1. Найти размерность и базис линейного пространства, в котором заданы векторы, задав базис, разложить остальные векторы по этому базису.

$a_1 = (1,-2,1,0);\ a_2 = (2,1,1,3);\ a_3 = (0,0,0,3);\ a_4 = (2,0,1,2);\ a_5 = (5,-1,3,8);$

2. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому

$e_1 = (1,2,3), e_2 = (2,-3,-2), e_3 = (3,-5,1);$
$e_1' = (3,2,1), e_2' = (2,-1,-3), e_3' = (1,-2,-1)$

3. Даны вершины треугольника $A(2,-3), B(3,2), C(-2,5)$. Найти:

- Уравнения сторон треугольника,
- Уравнение медианы, проведенной из вершины C,
- Точку пересечения со стороной биссектрисы, проведенной из вершины B,
- Уравнение высоты, проведенной из вершины A,
- Уравнение прямой, проходящей через вершину A, параллельная стороне BC.

Вариант 8

1. Найти размерность и базис линейного пространства, в котором заданы векторы, задав базис, разложить остальные векторы по этому базису.

$a_1 = (-1,0,1,1);\ a_2 = (1,1,1,2);\ a_3 = (0,0,0,2);\ a_4 = (1,2,2,1);\ a_5 = (1,3,4,6);$

2. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому

$e_1 = (1,-3,-2), e_2 = (2,2,3), e_3 = (3,2,4);$
$e_1' = (2,3,2), e_2' = (4,1,3), e_3' = (1,-3,-3)$

3. Даны вершины треугольника $A(1,3), B(3,-4), C(-2,3)$. Найти:

- Уравнения сторон треугольника,
- Уравнение медианы, проведенной из вершины C,
- Точку пересечения со стороной биссектрисы, проведенной из вершины B,
- Уравнение высоты, проведенной из вершины A,
- Уравнение прямой, проходящей через вершину A, параллельная стороне BC.

Вариант 9

1. Найти размерность и базис линейного пространства, в котором заданы векторы, задав базис, разложить остальные векторы по этому базису.

$a_1 = (1,2,2,3);\ a_2 = (1,-1,1,2);\ a_3 = (0,0,0,1);\ a_4 = (1,-2,3,5);\ a_5 = (3,-1,6,11);$

2. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому

$e_1 = (3,1,2), e_2 = (1,-2,-1), e_3 = (2,3,2);$
$e_1' = (1,1,-2), e_2' = (1,2,3), e_3' = (4,5,-2)$

3. Даны вершины треугольника $A(2,3), B(4,-1), C(0,5)$. Найти:

- Уравнения сторон треугольника,
- Уравнение медианы, проведенной из вершины C,
- Точку пересечения со стороной биссектрисы, проведенной из вершины B,
- Уравнение высоты, проведенной из вершины A,
- Уравнение прямой, проходящей через вершину A, параллельная стороне BC.

Вариант 10

1. Найти размерность и базис линейного пространства, в котором заданы векторы, задав базис, разложить остальные векторы по этому базису.

$a_1 = (1,-1,1,-1)$; $a_2 = (2,1,1,-1)$; $a_3 = (0,0,0,3)$; $a_4 = (3,0,2,4)$; $a_5 = (6,0,4,5)$;

2. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому

$e_1 = (5,-3,4), e_2 = (4,1,5), e_3 = (3,-2,3)$;
$e_1' = (1,3,2), e_2' = (2,2,-3), e_3' = (3,4,-2)$

3. Даны вершины треугольника $A(-3,2), B(5,-2), C(1,3)$. Найти:

- Уравнения сторон треугольника,
- Уравнение медианы, проведенной из вершины C,
- Точку пересечения со стороной биссектрисы, проведенной из вершины B,
- Уравнение высоты, проведенной из вершины A,
- Уравнение прямой, проходящей через вершину A, параллельная стороне BC.

Критерии оценки:

Оценка «**отлично**» выставляется студенту, если работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, которая не является следствием незнания или непонимания учебного материала).

Оценка «**хорошо**» выставляется студенту, если работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки); допущена одна ошибка.

Оценка «**удовлетворительно**» выставляется студенту, если допущено более одной ошибки или более двух – трех недочетов в выкладках, но студент обладает обязательными умениями по проверяемой теме.

Оценка «**неудовлетворительно**» выставляется студенту, если допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не обладает обязательными умениями по данной теме в полной мере.

Составитель ____________________ Н.Н. Дидурик

«27» 09 2019 г.

Государственное образовательное учреждение

«Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко»

Физико-математический факультет

Кафедра алгебры, геометрии и МПМ

Тест

по дисциплине «*Линейная алгебра*»

В данном тестовом контроле применено тестовое задание на выбор ***одного*** *правильного ответа из предложенных вариантов.*

Задание 1. При произведении матриц $A_{3\times2}\cdot B_{2\times4}$ получаем …

Ответ. а) произведение матриц не существует,

б) $\boldsymbol{C_{3\times4}}$**,**

в) $C_{2\times2}$.

Задание 2. Вычислить $D=(AB)^T+C$, где $A=\begin{pmatrix}3&4&2\\1&0&5\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2&0\\1&3\\0&5\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1&3\\0&4\end{pmatrix}$.

Ответ. а) $\boldsymbol{D=\begin{pmatrix}11&5\\22&29\end{pmatrix}}$,

б) $D=\begin{pmatrix}11&22\\5&29\end{pmatrix}$,

в) $D=\begin{pmatrix}11&-5\\-22&29\end{pmatrix}$.

Задание 3. Найти значение многочлена $P(X)=3X^2+X$ от матрицы $X=\begin{pmatrix}1&-2&3\\2&-4&1\\3&-5&2\end{pmatrix}$.

Ответ. а) $\begin{pmatrix}-19&-29&24\\-7&17&13\\0&7&26\end{pmatrix}$,

б) $\boldsymbol{\begin{pmatrix}19&-29&24\\-7&17&13\\0&7&26\end{pmatrix}}$**,**

в) $\begin{pmatrix}19&-29&24\\-7&20&13\\0&7&26\end{pmatrix}$.

Задание 4. Вычислить определитель второго порядка $\begin{vmatrix}-1&5\\-4&11\end{vmatrix}$.

Ответ. а) -9,

б) 9,

в) 0

Задание 5. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & -5 \end{vmatrix}$.

Ответ. а) 40,

б) -40,

в) 0.

Задание 6. Написать разложение определителя по элементам четвертого столбца

$|A| = \begin{vmatrix} 4 & 6 & -2 & 4 \\ 1 & 2 & -3 & 1 \\ 4 & -2 & 1 & 0 \\ 6 & 4 & 4 & 6 \end{vmatrix}$.

Ответ. а) $|A| = 4M_{14} + M_{24} - 6M_{44}$,

б) $|A| = 4M_{14} + M_{24} + 6M_{44}$,

в) $\boldsymbol{|A| = -4 \cdot M_{14} + 1 \cdot M_{24} + 6 \cdot M_{44}}$,

Задание 7. Решить уравнение $\begin{vmatrix} 1 & 3 & x \\ 4 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 0$.

Ответ. а) $x = 3$,

б) $\boldsymbol{x = -3}$,

в) $x = -5$

Задание 8. Найти обратную матрицу A^{-1} для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. а) $\boldsymbol{\frac{1}{8}\begin{pmatrix} 1 & -4 & 5 \\ -4 & 8 & -4 \\ 5 & -4 & 1 \end{pmatrix}}$,

б) обратная матрица не существует,

в) $\begin{pmatrix} 1 & -4 & 5 \\ -4 & 8 & -4 \\ 5 & -4 & 1 \end{pmatrix}$.

Задание 9. При каких значениях c матрица $A = \begin{pmatrix} c & 4 & 1 \\ 2 & 5 & -1 \\ 0 & c & 1 \end{pmatrix}$ **не** имеет обратной.

Ответ. а) $8; 2$

б) $\boldsymbol{-8; 1}$

в) $2;\ -5$

Задание 10. Найти обратную матрицу для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. а) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -4 & 5 \\ 4 & 2 & 3 \\ 5 & -4 & 1 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -3 & 5 & -4 \\ 2 & -4 & 2 \end{pmatrix}$,

в) обратная матрица не существует.

Задание 11. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 4 & 8 \\ 3 & 6 & 10 & -4 \\ 1 & 3 & 7 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ. а) $rang = 1$,

б) $rang = 3$,

в) $\boldsymbol{rang = 2}$.

Задание 12. Считая, что данные матрицы одинакового порядка, решить матричное уравнение $AXB = C$.

Ответ. а) $\boldsymbol{X = A^{-1}CB^{-1}}$,

б) $X = B^{-1}CA^{-1}$,

в) $X = (AB)^{-1}C$

Задание 13. Решить систему линейных уравнений, используя формулы Крамера $\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 1, \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 - x_2 + x_3 = -1 \end{cases}$. Найти $x_1 + x_2 + x_3$.

Ответ. а) 2,

б) 11,

в) -8

Задание 14. Исследуя систему линейных уравнений, $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2, \\ 6x_1 - 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 3, \\ 9x_1 - 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4. \end{cases}$ Определить, совместна или несовместна.

Ответ. а) система совместна и имеет более одного решения,

б) система несовместна,

в) система совместна и имеет единственное решение.

Задание 15. Теорема (*Кронекера-Капелли*): система линейных уравнений совместна тогда и только тогда, когда…

Продолжить теорему.

Ответ. а) имеет противоречивое уравнение.

б) ранг матрицы системы равен рангу расширенной матрицы системы,

в) ранг строк матрицы равен рангу столбцов.

Задание 16. Если ранг $\boldsymbol{r}$ матрицы коэффициентов при переменных однородной системы уравнений меньше числа переменных $\boldsymbol{n}$, то число линейно независимых решений равно…

Ответ. а) r,

б) $r - n$,

в) $\boldsymbol{n - r}$.

Задание 17. Решить систему уравнений методом Гаусса $\begin{cases} 2x_1 - \ \ x_2 + \ \ x_3 - \ \ x_4 = 3, \\ 4x_1 - 2x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ 2x_1 - \ \ x_2 + 5x_3 - 6x_4 = 1, \\ 2x_1 - \ \ x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 5 \end{cases}$.

Ответ. а) система несовместна,

б) $(2,1,-2,-1)$,

в) $(2 - x_4, 1 + x_4, -2 - 3x_4, x_4)$

Задание 18. Найти разложение вектора x по базису $a_1 = (1,1), a_2 = (2,3), x = (2,1)$.

Ответ. а) $x = 3a_1 + 2a_2$,

б) $\boldsymbol{x = 4a_1 - a_2}$,

в) $x = 3a_1 - a_2$

Задание 19. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому.

Старый базис: $e_1 = (2,3), e_2 = (1,2)$

Новый базис: $e'_1 = (1,4), e'_2 = (5,-1)$

Ответ. а) $\mathrm{T} = \begin{pmatrix} \mathbf{-2} & \mathbf{11} \\ \mathbf{5} & \mathbf{-17} \end{pmatrix}$,

б) $\mathrm{T} = \begin{pmatrix} -1 & 11 \\ 5 & -17 \end{pmatrix}$,

в) $\mathrm{T} = \begin{pmatrix} -2 & 12 \\ 6 & -17 \end{pmatrix}$

Задание 20. Найти собственные значения линейного оператора φ, заданного матрицей $\mathrm{M}_\varphi = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ. а) $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = 4$,

б) $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = 3$,

в) $\boldsymbol{\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 4}$

Задание 21. Найти матрицу квадратичной формы

$\hat{L}(x) = -x_1^2 + 6x_1x_2 - 3x_1x_3 + 4x_2x_3 + x_2^2 - 3x_3^2$.

Ответ. а) $L = \begin{pmatrix} -1 & 6 & -3 \\ 6 & 1 & 4 \\ -3 & 4 & -3 \end{pmatrix}$,

б) $\boldsymbol{L} = \begin{pmatrix} \mathbf{-1} & \mathbf{3} & \mathbf{-1,5} \\ \mathbf{3} & \mathbf{1} & \mathbf{2} \\ \mathbf{-1,5} & \mathbf{2} & \mathbf{-3} \end{pmatrix}$,

в) $L = \begin{pmatrix} 1 & 6 & -3 \\ 6 & 1 & 4 \\ -3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$

Задание 22. Для матрицы $\begin{pmatrix} 7 & 3 & -2 \\ 3 & 8 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ квадратичной формы составить характеристическое уравнение.

Ответ. а) $\begin{vmatrix} \mathbf{7-\lambda} & \mathbf{3} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{3} & \mathbf{8-\lambda} & \mathbf{0} \\ \mathbf{-2} & \mathbf{0} & \mathbf{1-\lambda} \end{vmatrix} = \mathbf{0},$

б) $\begin{vmatrix} \lambda-7 & 3 & -2 \\ 3 & \lambda-8 & 0 \\ -2 & 0 & \lambda-1 \end{vmatrix} = 0,$

в) $\begin{vmatrix} 7+\lambda & 3 & -2 \\ 3 & 8+\lambda & 0 \\ -2 & 0 & 1+\lambda \end{vmatrix} = 0$

Задание 23. Используя собственные значения и собственные векторы матрицы квадратичной формы $\hat{L}(x) = x_1^2 + 7x_2^2 + 8x_1x_2$, привести ее к каноническому виду.

Ответ. а) $\hat{L}(y) = y_1^2 + 7y_2^2$,

б) $\boldsymbol{\hat{L}(y) = 9y_1^2 - y_2^2}$**,**

в) $\hat{L}(y) = y_1^2 + 9y_2^2$

Задание 24. Исследовать квадратичную форму $\hat{L}(x) = -x_1^2 - 6x_2^2 - 4x_1x_2$ на знакоопределенность.

Ответ. а) отрицательно определенная,

б) положительно определенная,

в) неопределенная.

Задание 25. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 3 & 6 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$.

Ответ. а) 0,

б) 2,

в) -9

Задание 26. Даны вершины треугольника $A(1,4), B(3,-9), C(-5,2)$. Определить длину его медианы, проведенной из вершины B.

Ответ. а) 15,

б) 12,

в) 13

Задание 27. Определить угловой коэффициент k и отрезок b, отсекаемый на Oy, для прямой $2x + 3y - 6 = 0$.

Ответ. а) $\boldsymbol{k = -\frac{2}{3}, b = 2}$**,**

б) $k = 2, b = -6$,

в) $k = \frac{2}{3}, b = -2$

Задание 28. Дана прямая $2x + 3y + 4 = 0$. Составить уравнение прямой параллельной данной и проходящей через точку $\text{M}_0 = (2, 1)$.

Ответ. а) $3x + 4y + 4 = 0$,

б) $\boldsymbol{2x + 3y - 7 = 0}$,

в) $2x - 3y - 7 = 0$

Задание 29. Даны вершины треугольника $\text{M}_1(2, 1), \text{M}_2(-1, -1), \text{M}_3(3, 2)$. Составить уравнение высоты, проведенной из вершины M_1.

Ответ. а) $\boldsymbol{4x + 3y - 11 = 0}$,

б) $3x + 4y + 4 = 0$,

в) $3x - 4y + 4 = 0$

Задание 30. Даны вершины треугольника $\text{M}_1(2, 1), \text{M}_2(-1, -1), \text{M}_3(3, 2)$. Составить уравнение стороны M_2M_3.

Ответ. а) $2x - 3y - 7 = 0$,

б) $\boldsymbol{3x - 4y - 1 = 0}$,

в) $3x - 4y - 7 = 0$

Задание 31. Вычислить объем тетраэдра, построенного на векторы $\overrightarrow{AB}(3,6,3)$, $\overrightarrow{AC}(1,3,-2), \overrightarrow{AD}(2,2,2)$.

Ответ. а) 18 куб.ед.

б) 6 куб.ед.

в) 3 куб.ед.

Задание 32. Даны вершины тетраэдра $A(2,3,1), B(4,1,-2), C(6,3,7), D(-5,-4,8)$. Найти длину его высоты, опущенной из вершины D.

Ответ. а) 11,

б) 28,

в) 22

Задание 33. Являются ли векторы

$$a_1 = (1,-1,2,2), a_2 = (-1,-2,3,0), a_3 = (2,1,-1,2), a_4 = (1,0,-2,-1)$$

линейно зависимыми?

Ответ. а) нет, не являются

б) да, $\boldsymbol{rang = 3}$,

в) да, $rang = 2$

Задание 34. Найти точку пересечения прямых $3x - 4y - 29 = 0,\ 2x + 5y + 19 = 0$.

Ответ. а) (3, -5),

б) (3, 5),

в) (-3, 5)

Задание 35. Даны вершины треугольника $A(3,6), B(-1,3), C(2,-1)$. Вычислить площадь.

Ответ. а) 5 кв. ед.,

б) 10 кв. ед.,

в) $\mathbf{12\frac{1}{2}}$ кв. ед.

Задание 36. Вычислить ранг системы векторов $a_1 = (1,-1,1,-1), a_2 = (1,-2,0,-3)$, $a_3 = (1,1,-2,3), a_4 = (2,2,-4,6)$.

Ответ. а) $rang = 2$,

б) $rang = 4$,

в) $\boldsymbol{rang = 3}$

Задание 37. Треугольник ABC построен на векторах $AB(2,-2,-3)$; $AC(4,0,6)$. Вычислить его площадь.

Ответ. а) 15 кв. ед.,

б) 14 кв. ед.

в) 16 кв. ед.

Задание 38. Чему равен определитель, если две строки равны?

Ответ. а) произведению элементов главной диагонали,

б) нулю,

в) 1

Задание 39. Если переставить местами две строки или столбца, то определитель…

Ответ. а) равен нулю,

б) не изменится,

в) изменит знак

Задание 40. Может ли однородная система линейных уравнений не иметь фундаментальных решений?

Ответ. а) всегда имеет фундаментальные решения,

б) да, когда имеет одно единственное решение нулевое,

в) нет

Критерии оценки:

Оценка «**отлично**» выставляется студенту за правильное выполнение более 85% заданий.

Оценка «**хорошо**» выставляется студенту за 71-85% правильно выполненных заданий.

Оценка «**удовлетворительно**» выставляется студенту за 51-70% правильно выполненных заданий.

Оценка «**неудовлетворительно**» выставляется студенту за правильное выполнение менее 50% заданий.

Составитель ______________________________ Н.Н. Дидурик

«27» 09 2019 г.

Государственное образовательное учреждение

«Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко»

Физико-математический факультет

Кафедра алгебры, геометрии и МПМ

Рабочая тетрадь

по дисциплине «*Линейная алгебра*»

Комплекс заданий для самостоятельной работы обучающегося.

Тема: Матричная алгебра

Задание 1.

1. Вычислить $f(A)$, если:

1. $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -1 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad f(x) = x^3 - 3x^2 - 5x + 4E;$
2. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad f(x) = x^3 - 4x^2 + 6x + 6E;$
3. $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x + 11E;$
4. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad f(x) = x^3 - 9x^2 + 4x - 7E;$
5. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x + 9E;$
6. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}, \quad f(x) = x^3 - 2x^2 - 6x + 12E;$
7. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad f(x) = x^3 + 4x^2 + 7x - 2E;$
8. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}, \quad f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 5E;$
9. $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad f(x) = x^3 - 3x^2 - 4x + 8E;$
10. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 10E;$

2. Найти обратную матрицу.

1. $\begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 3 & 2 \\ -2 & -2 & -2 & -3 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$; 2. $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & -2 & -3 & -2 \\ 2 & -3 & -4 & -2 \end{pmatrix}$;

3. $\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & -5 & 2 \\ -1 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$; 4. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -2 & 2 \\ -1 & -1 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & -4 & 2 \end{pmatrix}$;

5. $\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 3 & 2 & -3 \\ -2 & 3 & 1 & -4 \\ 2 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; 6. $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -2 & -1 \\ 2 & 0 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -2 & -3 \end{pmatrix}$;

7. $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & -3 & -3 & 2 \\ 2 & -5 & -4 & 1 \\ -2 & 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$; 8. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ -3 & -1 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$;

9. $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$; 10. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 \\ 2 & 2 & -1 & -1 \\ -2 & -1 & -1 & 1 \\ 3 & 3 & 0 & -3 \end{pmatrix}$;

3. Решить матричное уравнение.

1. $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & -2 \end{pmatrix}$;

2. $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -4 & -2 \\ 1 & 1 & 0 \\ -4 & 5 & 3 \end{pmatrix}$;

3. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -2 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -2 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & 4 & -2 \\ 7 & -2 & 1 \\ 0 & -9 & 6 \end{pmatrix}$;

4. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 1 & -2 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 1 & -2 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 9 & -3 \\ 3 & -3 & 6 \\ 3 & 0 & -3 \end{pmatrix}$;

5. $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -2 & 2 & -2 \\ -5 & 11 & -8 \end{pmatrix}$;

6. $\begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -4 \\ -2 & -4 & 3 \\ -3 & -4 & 5 \end{pmatrix}$;

7. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -3 \\ 9 & -7 & 11 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$;

8. $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 \\ -4 & 2 & -5 \\ -4 & 2 & 11 \end{pmatrix}$;

9. $\begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -4 \\ 2 & 2 & -1 \\ 4 & 2 & -1 \end{pmatrix}$;

10. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 3 & -4 \end{pmatrix}$;

Тема: Системы линейных уравнений

1. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.

1. $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -2; \\ -3x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1; \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 7; \\ -3x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 4x_4 = -3. \end{cases}$ 2. $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = -3; \\ -2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 4; \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 3; \\ -x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 3x_4 = 7. \end{cases}$

3. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = -2; \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 4x_4 = -3; \\ -x_1 + 4x_2 - 4x_3 - 2x_4 = 1; \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 6x_4 = -6. \end{cases}$

4. $\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - 2x_4 = -3; \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 4; \\ -3x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 8; \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - 4x_4 = -12. \end{cases}$

5. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 = -2; \\ -3x_1 + 2x_2 + 5x_3 - x_4 = -6; \\ -3x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 30; \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 11. \end{cases}$

6. $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 5x_4 = 1; \\ -3x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 6; \\ x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 2x_4 = -3; \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 - 4x_4 = -6. \end{cases}$

7. $\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 4x_4 = -10; \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 = -1; \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 11; \\ 5x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 2. \end{cases}$

8. $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 7; \\ 4x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = -6; \\ -3x_1 + 2x_2 - x_3 - 4x_4 = 6; \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 = -7. \end{cases}$

9. $\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 2x_4 = 5; \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 3; \\ -2x_1 + 5x_2 - x_3 + 4x_4 = 3; \\ -3x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 = -9. \end{cases}$

10. $\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + x_3 + 3x_4 = 1; \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -2; \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 - 4x_4 = 13; \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 = -2. \end{cases}$

2. Решить системы линейных уравнений методом Гаусса и Жордано-Гаусса.

1. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 7, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = -2, \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 23, \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 12. \end{cases}$

2. $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 1, \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 = -1, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 0, \\ 12x_1 + 4x_2 + 7x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 1, \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 4x_5 = 2, \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 3. \end{cases}$

4. $\begin{cases} x_1 - x_2 - 3x_4 = -1, \\ 5x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 7x_4 = 5, \\ x_1 - x_3 - 2x_4 = -3, \\ 7x_1 - x_2 + x_3 - 9x_4 = -4, \\ 5x_1 - x_2 + 3x_3 - 5x_4 = 2. \end{cases}$

5. $\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 1, \\ 4x_1 - 10x_2 + 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 1, \\ 2x_1 - 14x_2 + 7x_3 - 7x_4 + 11x_5 = -1. \end{cases}$

6. $\begin{cases} -2x_1 - x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 = -3, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_4 = 1, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 3. \end{cases}$

$$7.\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + 7x_3 - 3x_4 + 5x_5 = 2, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 5x_4 - 7x_5 = 3, \\ 3x_1 - 2x_2 + 7x_3 - 5x_4 + 8x_5 = 3. \end{cases}$$

$$8.\begin{cases} 6x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5, \\ 3x_1 + 2x_2 + 6x_3 + x_4 = 1, \\ x_2 + 6x_3 + 2x_4 + x_5 = -1, \\ 3x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 1, \\ 3x_1 + x_2 + x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$$

$$9.\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_4 + 2x_5 = 1, \\ x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 - 3x_5 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 5x_4 + 2x_5 = 7, \\ 9x_1 - 9x_2 + 6x_3 - 16x_4 + 2x_5 = 25. \end{cases}$$

$$10.\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 4, \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 5, \\ x_1 + x_2 + 7x_3 - 4x_4 + x_5 = 11, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 3x_5 = 6. \end{cases}$$

3. Найти фундаментальную систему решений системы однородных линейных уравнений

№1

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 0 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0 \end{cases}$$

№6

$$\begin{cases} 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 + 7x_4 + 4x_5 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 + 2x_5 = 0 \\ 7x_1 + 9x_2 - 3x_3 + 5x_4 + 6x_5 = 0 \\ 5x_1 + 9x_2 - 3x_3 + x_4 + 6x_5 = 0 \end{cases}$$

№2

$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 7x_4 - 3x_5 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 + 8x_4 - 2x_5 = 0 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 - 2x_4 + 9x_5 = 0 \end{cases}$$

№7

$$\begin{cases} 6x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 5x_4 + 7x_5 = 0 \\ 9x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 9x_5 = 0 \\ 6x_1 - 2x_2 + 6x_3 + 7x_4 + x_5 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 + 4x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

№3

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 0 \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 0 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - 2x_5 = 0 \end{cases}$$

№8

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 0 \\ 6x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 7x_5 = 0 \\ 9x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 7x_4 + 9x_5 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_4 + 8x_5 = 0 \end{cases}$$

№4

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 + 5x_4 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 0 \\ x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 13x_4 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 - 10x_3 + 18x_4 = 0 \end{cases}$$

№9

$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 - 6x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0 \\ 4x_1 - 8x_2 + 17x_3 + 11x_4 = 0 \end{cases}$$

№5

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0 \\ 5x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 + 2x_3 + x_4 + 5x_5 = 0 \\ 7x_1 + 10x_2 + x_3 + 6x_4 + 5x_5 = 0 \end{cases}$$

№10

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 8x_2 - 24x_3 - 19x_4 = 0 \end{cases}$$

Тема. Аналитическая геометрия в пространстве. Линейные операторы.

Вариант 1

Задание 1. Тетраэдр построен на векторах $AB\{1,-2,2\}, AC\{1,2,10\}, AD\{8,4,8\}$. Вычислить:

- Объем тетраэдра;
- Площадь основания;
- Длину высоты, опущенной из вершины D;
- $\cos(AB, BC)$

Задание 2. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора заданного матрицей $M_\varphi = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & -3 & 1 \\ -4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Вариант 2

Задание 1. Тетраэдр построен на векторах $\mathrm{AB}\{4,-6,4\}, \mathrm{AC}\{-1,-9,-4\}, \mathrm{AD}\{-3,-5,-3\}$. Вычислить:

- Объем тетраэдра;
- Площадь основания;
- Длину высоты, опущенной из вершины D;
- $\cos(\mathrm{AB}, \mathrm{BC})$

Задание 2. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей $M_\varphi = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 \\ -3 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

Вариант 3

Задание 1. Тетраэдр построен на векторах $AB\{-12,2,-4\}, AC\{-4,2,3\}, AD\{-3,4,-3\}$. Вычислить:

- Объем тетраэдра;
- Площадь основания;
- Длину высоты, опущенной из вершины D;
- $\cos(AB, BC)$

Задание 2. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей $M_\varphi = \begin{pmatrix} -2 & 3 & -3 \\ -4 & 5 & -3 \\ -4 & 4 & -2 \end{pmatrix}$

Вариант 4

Задание 1. Тетраэдр построен на векторах $AB\{-1,-2,5\}, AC\{-4,-2,5\}, AD\{1,-3,-2\}$. Вычислить:

- Объем тетраэдра;
- Площадь основания;
- Длину высоты, опущенной из вершины D;
- $\cos(AB, BC)$

Задание 2. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей $M_\varphi = \begin{pmatrix} 3 & 3 & -2 \\ -4 & -4 & 2 \\ -2 & -3 & 3 \end{pmatrix}$

Вариант 5

Задание 1. Тетраэдр построен на векторах $AB\{1,-2,2\}, AC\{1,2,10\}, AD\{8,4,8\}$. Вычислить:

- Объем тетраэдра;
- Площадь основания;
- Длину высоты, опущенной из вершины D;
- $\cos(AB, BC)$

Задание 2. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей $M_{\varphi} = \begin{pmatrix} 4 & -3 & -3 \\ -2 & 3 & 1 \\ 8 & -8 & -6 \end{pmatrix}$

Вариант 6

Задание 1. Тетраэдр построен на векторах $AB\{3,6,-8\}, AC\{-2,4,-1\}, AD\{5,2,-1\}$. Вычислить:

- Объем тетраэдра;
- Площадь основания;
- Длину высоты, опущенной из вершины D;
- $\cos(AB, BC)$

Задание 2. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей $M_{\varphi} = \begin{pmatrix} -1 & -5 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \\ 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$

Вариант 7

Задание 1. Тетраэдр построен на векторах $AB\{4,4,-10\}, AC\{2,11,-18\}, AD\{0,2,-7\}$. Вычислить:

- Объем тетраэдра;
- Площадь основания;
- Длину высоты, опущенной из вершины D;
- $\cos(AB, BC)$

Задание 2. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей $M_{\varphi} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

Вариант 8

Задание 1. Тетраэдр построен на векторах $AB\{-2,3,0\}, AC\{-2,0,6\}, AD\{0,3,-2\}$. Вычислить:

- Объем тетраэдра;
- Площадь основания;
- Длину высоты, опущенной из вершины D;
- $\cos(AB, BC)$

Задание 2. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей $M_{\varphi} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{pmatrix}$

Вариант 9

Задание 1. Тетраэдр построен на векторах $AB\{4,4,-2\}, AC\{2,11,-10\}, AD\{0,2,1\}$. Вычислить:

- Объем тетраэдра;
- Площадь основания;
- Длину высоты, опущенной из вершины D;
- $\cos(AB, BC)$

Задание 2. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей $M_{\varphi} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 3 & -1 & 1 \\ -3 & -2 & -4 \end{pmatrix}$

Вариант 10

Задание 1. Тетраэдр построен на векторах $AB\{-12,2,-4\}, AC\{-4,2,3\}, AD\{-3,4,-3\}$. Вычислить:

- Объем тетраэдра;

- Площадь основания;
- Длину высоты, опущенной из вершины D;
- $\cos(AB, BC)$

Задание 2. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей $M_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Критерии оценки:

Оценка «**зачтено**» выставляется студенту, если выполнил 100% заданий для самостоятельной работы, знает основные определения по теме.

Оценка «**не зачтено**» выставляется студенту в случаях: наличия ошибок в расчетах.

Составитель ______________________ Н.Н. Дидурик

«27» 09 2019 г.