Государственное образовательное учреждение
«Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко»

Физико-математический факультет

Кафедра Прикладной математики и информатики

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой, к.ф.-м.н., доц.
Коровай А.В.
(подпись, расшифровка подписи)
«18» 09 2020г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

«ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»

Направление подготовки:
5.38.03.01 – Экономика

Профиль подготовки:
Мировая экономика, Финансы и кредит,
Бухгалтерский учет, анализ и аудит, Налоги и налогообложение,
Экономика и менеджмент

Набор 2019 года

квалификация (степень) выпускника
Бакалавр

Разработал:
канд. соц. наук, доцент
Леонова Н.Г.

г. Тирасполь – 2020 г.

Паспорт фонда оценочных средств по учебной дисциплине «ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»

1. В результате освоения дисциплины студент должен:

Знать:

-основные понятия и аксиома теории вероятностей и математической статистики;
- основные методы решения вероятностных задач;
- основные конструкции статистических структур, статистик, их характеристики.

Уметь:

-строить математические задачи с учетом профессиональной спецификации;
- строить и анализировать статистические модели различных экспериментов;
-использовать статистические методы при решения прикладных задач;
- иметь навыки по вычислению статистических характеристик выборки и корреляционных моделей; выдвигать и проверять статистические гипотезы;
-проводить качественный анализ полученных результатов.

Владеть:

- основными математическими понятиями и утверждениями, применяемыми в теории вероятностей и математической статистике;
- навыками по вычислению статистических характеристик выборки и корреляционных моделей.

2. Программа оценивания контролируемой компетенции:

Текущая аттестация	Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины и их наименование	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
1	Раздел №1 *«Случайные события и их вероятности»*	ОПК-2, 3, ПК-3-5	Контрольная работа №1
2	Раздел №2 «*Одномерные случайные величины и законы их распределения*»	ОПК-2, 3, ПК-3-5	Контрольная работа №2
3	Раздел №3 «*Выборочный метод. Оценки параметров распределения*» Раздел №5 «*Основы статистического исследования зависимостей. Элементы теории корреляции»*	ОПК-2, 3, ПК-3-5	Контрольная работа №3
4	Раздел №1-6.	ОПК-2, 3, ПК-3-5	Комплект разноуровневых задач и заданий
Промежуточная аттестация		Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства**

Зачёт с оценкой	ОПК-2, 3, ПК-3-5	Вопросы и задачи к зачёту

Государственное образовательное учреждение
«Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко»
Физико-математический факультет
Кафедра Прикладной математики и информатики

I.Комплект заданий для контрольных работ
по дисциплине **«ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»**

Контрольная работа №1

Задание №1

Первое орудие трехорудийной батареи пристреляно так, что его вероятность попадания равна 0,2 , остальным двум орудиям соответствуют вероятности попадания равные по 0,3. Найти вероятность того, что
а) цель поражена из наудачу выбранного орудия
б) если цель поражена, то выстрел был произведен из первого орудия.

Задание №2

Всхожесть семян данного растения составляет 90%. найти вероятность того, что из пяти посеянных семян взойдут: а) три; б) более трех.

Задание №3

Учебник издан тиражом 10000 экземпляров. Вероятность того, что экземпляр учебника сброшюрован неправильно, равна 0,0001. Найти вероятность того, что тираж содержит а) ровно 5 бракованных книг, б) менее 4-х бракованных книг.

Задание №4

Два стрелка сделали по одному выстрелу по мишени. Известно, что вероятность попадания в мишень для одного из стрелков равна 0,6, а для другого 0,7. Найти вероятность того, что:
а) только один из стрелков попадет в мишень;
б) хотя бы один из стрелков попадет в мишень;
в) оба стрелка попадут в мишень;
г) хотя бы один из стрелков не попадет в мишень.

Контрольная работа №2

1. Задание №1 В партии из 15 деталей 10 стандартных. Наудачу взяли три детали. Составить закон распределения случайной величины, равной числу

стандартных деталей среди отобранных. Построить многоугольник распределения.

2. Случайная величина X задана законом распределения:

x_i	-2	-1	0	1	2
p_i	0.1	0.3	0.1	0.2	0.3

Найти: а) функцию распределения СВ X и построить её график; б) числовые характеристики; в) вероятность того, что СВ X примет значение из промежутка (-1;3).

3. Случайная величина X задана плотностью распределения:

$$f(x) = \begin{cases} a(e^x + x), \ x \in [1;2] \\ 0, \ x \notin [1;2] \end{cases}$$

Найти: а) постоянную a; б) функцию распределения СВ X; в) числовые характеристики; г) вероятность того, что СВ X примет значение из промежутка (1,5 ;3); д) построить графики функций *f(x)* и *F(x).*

Контрольная работа №3

1. Задана выборка из генеральной совокупности значений дискретного признака *X*: 2, 1, 3, 3, 4, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 1, 1, 2, 3, 3, 4, 2, 3, 3, 2. Составьте вариационный ряд и таблицу частот. Постройте полигон частот. Найдите моду, медиану, среднюю выборочную, выборочную и исправленную дисперсии.

2. При изучении физико-механических свойств обувных кож было испытано n образцов и получены следующие значения предела прочности на разрыв *X н/мм* .
Требуется:
а) определить выборочную среднюю, выборочную дисперсию, исправленную дисперсию;
б) полагая, что распределение величины *x* описывается нормальным законом, найти доверительный интервал для среднего предела прочности *a* этой кожи на уровне надежности γ.

γ=0,999	14,5	16,2	17,1	15,5	18,0	17,9	16,7	15,2

3. Экономист, изучая зависимость выработки *Y* (тыс. руб.) на одного работника от объема товарооборота *X* (тыс. руб.) магазина, обследовал 10 магазинов и получил следующие данные

x	85	100	60	120	70	110	100	50	80	50
y	3.5	3.8	3.5	4.6	3.1	4.4	4.3	3.2	3.8	2.8

Требуется составить корреляционную таблицу, определить выборочное уравнение линейной регрессии и коэффициент корреляции, сделать вывод о направлении и тесноте связи между X и Y. Построить диаграмму рассеяния и линию регрессии. Оценить (графически и аналитически) ожидаемое среднее значение Y при $x = 95$ тыс. руб.

<u>Критерии оценки:</u>
- *выполнение контрольных работ* (0 – 30 баллов). Максимальное число баллов выставляется студенту, если он выполнил и оформил правильно все задания контрольной работы;

II. Комплект разноуровневых индивидуальных задач и заданий по дисциплине «ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»

Тема 1. Случайные события и их вероятности.

1. Сколькими способами можно переставить буквы в слове “ИНЖЕНЕР” так, чтобы буквы Е всегда были рядом?
2. Сколько существует пятизначных номеров телефонов, у которых 0 на первом и 2 на последнем месте и все цифры разные?
3. В отделении 20 человек с диагнозом пневмония и 15 – с диагнозом бронхит. Сколькими способами можно выбрать 3 с диагнозом пневмония 4 с диагнозом бронхит на обследование?
4. Сколько существует четырёхзначных чисел, состоящих из цифр 0,1,2,3,4?
5. Сколькими способами можно выбрать команду из 3 юношей и двух девушек, если в группе 20 девушек и 10 юношей?
6. На приёме у терапевта 18 человек, в день терапевт осматривает 15 человек. Сколькими способами можно составить очередь на приём к врачу?
7. Сколько различных комбинаций, состоящих из четырех букв, можно составить из букв: а, в, к, л, о, с ?
8. Сколько существует шестизначных телефонных номеров?
9. Сколькими способами можно выбрать из 10 бракованных и 25 не бракованных деталей 4 бракованных и 5 не бракованных?
10. Сколько вариантов расположения слов допускает предложение: "Редактор вчера внимательно прочитал рукопись"?
11. На огневой рубеж вызывается 8 курсантов. Какова вероятность того, что 2 определённых курсанта оказались рядом?
12. Игральная кость брошена три раза. Какова вероятность того, что при этом выпавшие грани различны?
13. На шести одинаковых карточках написаны буквы А, В, К, О, М, С. Эти карточки наудачу разложены в ряд. Какова вероятность того, что получится слово «МОСКВА»?

14. В урне четыре белых и два черных шара. Из этой урны наудачу извлечены два шара. Какова вероятность того, что эти шары разного цвета?
15. В урне шесть белых и четыре черных шара. Из этой урны наудачу извлечены пять шаров. Какова вероятность того, что два из них белые, а три черные?
16. Какова вероятность того, что в написанном наудачу трёхзначном числе все цифры различны?
17. В группе спортсменов 25 футболистов, 10 хоккеистов и 15 бегунов. Вероятности выполнения квалификационного норматива соответственно равны для футболиста 0,9, для хоккеиста 0.8 и для бегуна 0.6. Какова вероятность того, что выбранный случайным образом спортсмен выполнит квалификационный норматив?
18. Изделие проверяется на стандартность одним из двух товароведов. Вероятность того, что изделие попадет к первому товароведу, равна 0,55, а ко второму – 0,45. Вероятность того, что стандартное изделие будет признано стандартным первым товароведом, равна 0,9, а вторым – 0,98. Стандартное изделие при проверке было признано стандартным. Найти вероятность того, что это изделие проверил второй товаровед.
19. Десять человек случайным образом рассаживаются на десятиместную скамейку. Какова вероятность того, что три определенных лица окажутся рядом?
20. В урне десять шаров, из которых два белых и три черных и пять синих. Из этой урны наудачу извлечены три шара. Какова вероятность того, что все три шара разного цвета?
21. Какое из двух событий более вероятно: событие А – «при одновременном бросании четырех игральных костей появится хотя бы одна единица» или событие В – «при двадцати четырёх бросаниях двух игральных костей появятся хотя бы один раз две единицы»?
22. Ящик содержит 90 годных и 10 дефектных деталей. Сборщик последовательно без возвращения достает из ящика 10 деталей. Найти вероятность того, что среди взятых деталей:
а) нет дефектных;
б) хотя бы одна дефектная.
23. Четыре стрелка независимо друг от друга стреляют по одной мишени, делая каждый по одному выстрелу. Вероятности попадания для данных стрелков равны: 0,4; 0.6; 0.7; 0.8. После стрельбы в мишени обнаружены три пробоины. Найдите вероятность того, что промахнулся четвертый стрелок.
24. Первый участок включает 25 человек, второй – 26 человек, третий – 20 человек, четвёртый участок – 15 человек. Вероятность полного выздоровления больных на первом участке – 0,8, на втором - 0,6, на

третьем - 0,75, на четвёртом – 0,65. Найти вероятность полного выздоровления одного больного из этих участков.

25. В лаборатории для сдачи крови на анализ в очереди стоят 21 человек. Из них 8 болеют сахарным диабетом, 8-белокровием, 2-лейкемией, а 3-здоровые. Какая вероятность того, что человек, которого вызовут на сдачу анализа, окажется здоровым?

26. Первый участок включает 25 человек, второй – 30 человек, третий – 20 человек, четвёртый участок – 15 человек. Вероятность полного выздоровления больных на первом участке – 0,78, на втором - 0,6, на третьем - 0,9, на четвёртом – 0,9. Найти вероятность полного выздоровления одного больного из этих участков.

27. В больнице на обследовании находятся 16 больных, 12 из которых больных туберкулёзом, а 4 – бронхитом. Какова вероятность того, что наугад вызванный больной болеет бронхитом?

28. В первой спец.группе занимаются 25 человек, из них 11 больны астмой, во второй – 30 человек, из которых 20 больны астмой. В третьей группе – 10 человек, среди которых 6 больных

31. Среди изготовляемых рабочим деталей в среднем 4% брака. Какова вероятность того, что среди взятых на испытание пяти деталей не найдется ни одной бракованной.

31. Три стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0.9. для второго стрелка - 0,75 и для третьего 0,85. Найти вероятность того, что при стрельбе залпом в мишень попадут все три стрелка.

32. В коробке 8 упаковок разных препаратов, среди которых одна с аспирином. Найти вероятность извлечения из коробки упаковки аспирина хотя бы один раз из 5 попыток.

33. В данной местности случайным образом комплектуется группа из 9 призывников. Найти вероятность того, что ровно двое из них не имеют хронических заболеваний, если известно, что 50% призывников имеют такие заболевания.

34. Молодожёны планируют, что у них будет 2 дочки и 2 сына. Считая, что у них действительно будет 4 ребёнка найти шанс осуществления их желания, если вероятность рождения мальчика 50%.

35. Вероятность заболевания гепатитом для жителя некоторой области за определённый период года составляет 0,2. Найти вероятность того, что среди 10000 обследованных жителей ровно 4 окажутся заболевшими.

36. При транспортировке в среднем повреждается 0,05% ампул. Найти вероятность того, что при транспортировке 3000 ампул повредится ровно 20 ампул.

37. Найти вероятность доставания таблетки димедрола из коробки хотя бы один раз при четырёх попытках, если в коробке находятся 6 таблеток из них с димедролом 2.
38. Больного с подозрением на лямблиоз направляют в лабораторию на сдачу анализов 3 раз. Какова вероятность того, что хотя бы один раз выявится лямбиоз, если вероятность его наличия 2%?
39.В коробке 10 упаковок разных препаратов. Найти вероятность извлечения из коробки упаковки аспирина хотя бы один раз из 5 попыток.
40. В данной местности случайным образом комплектуется группа из 5 призывников. Найти вероятность того, что ровно двое из них не имеют хронических заболеваний, если известно, что 60% призывников имеют такие заболевания.
41. Было посажено 100 деревьев. Найдите вероятность того, что число принявшихся деревьев: а) не менее 75 и не более 90; б) не менее 75; в) не боле 74; если вероятность того, что отдельное дерево приживется, равна 0,8.
42. Вероятность рождения мальчика примем за 0,5. Найдите вероятность того, что среди 200 новорожденных детей будет: а) 90 мальчиков; б) 110 мальчиков; в) от 90 до 110 мальчиков.
43. Прядильщица обслуживает 1000 веретён. Вероятность обрыва нити на одном веретене в течение минуты равна 0,004. Найдите вероятность того, что в течение одной минуты обрыв произойдет в пяти веретенах.
44. Из пяти стрелков два попадут в цель с вероятностью 0,6 и три – с вероятностью 0,4. а) Что вероятнее: попадет в цель наудачу выбранный стрелок или промахнется? б) Наудачу выбранный стрелок попал в цель. Что вероятнее: принадлежит он к первым двум или к трём последним?
45. Известно, что 96% выпускаемых заводом изделий отвечает стандарту. Упрощенная схема контроля признает пригодной стандартную продукцию с вероятностью 0,98 и нестандартную с вероятностью 0,05. Определить вероятность того, что изделие, прошедшее упрощенный контроль, отвечает стандарту.
46. Для сдачи экзамена студентам необходимо было подготовить 30 вопросов. Из двадцати пяти студентов, 10 подготовили все вопросы, 8 - 25 вопросов, 5 - 20 вопросов и 2 - 15 вопросов. Вызванный студент ответил на поставленный вопрос. Найти вероятность того, что этот студент: а) подготовил все вопросы, б) подготовил только половину вопросов.
47. Число грузовых автомашин, проезжающих по шоссе, на котором стоит бензоколонка, относится к числу легковых машин, проезжающих по шоссе, как 3:2. Вероятность того, что будет заправляться грузовая машина, равна 0,1; для легковой машины эта вероятность рана 0,2. К бензоколонке подъехала машина. Найти вероятность того, что это будет грузовая машина.

48. В специализированную больницу поступают в среднем 50% больных с заболеванием К, 30% - с заболеванием М, 20% - с заболеванием N. Вероятность полного излечения болезни К равна 0,7; для болезней М и N эти вероятности равны соответственно 0,8 и 0,9. Больной был выписан. Найдите вероятность того, что этот больной страдал заболеванием К.

49.В среднем левши составляют 1%. Какова вероятность того, что среди 200 студентов найдется а) ровно 4 левши; б) не менее, чем 4 левши.

50. Кинотеатр вмещает 730 зрителей. Найдите вероятность того, что: а) три зрителя родились в один день (например, 5 апреля); б) не более трех зрителей родились в один день.

Тема 2. Одномерные случайные величины и законы их распределения.

Задание 1.

Задан закон распределения $P(x=x_i)$ вероятностей дискретной случайной величины x. Требуется:

а) определить математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение;

б) построить многоугольник распределения.

в) найти функцию распределения дискретной случайной величины **x** и построить ее график.

Вариант	**Значения x_I случайной величины X**					
	0	1	2	3	4	5
В1.	0,06	0,28	0,35	0,23	0,07	?
В2.	0,03	0,16	0,31	0,31	0,16	?
В3.	0,16	0,35	0,31	0,12	0,03	?
В4.	0,01	0,06	0,24	0,34	0,26	?
В5.	0,01	0,03	0,11	0,32	0,36	?
В6.	0,48	0,25	0,14	0,07	0,04	?
В7.	0,36	0,30	0,18	0,06	0,02	?
В8.	0,23	0,25	0,25	0,2	0,04	?
В9.	0,13	0,28	0,26	0,18	0,09	?
В10.	0,28	0,35	0,22	0,10	0,04	?

Задание 2.

Случайная величина **x** задана функцией распределения $F(x)$.

а) Является ли случайная величина **x** непрерывной? б) Имеет ли случайная величина **x** плотность вероятности $f(x)$? Если имеет, то найдите ее. в) Найти дифференциальную функцию распределения и числовые характеристики случайной величины X. г) Постройте схематически графики $F(x)$ и $f(x)$.

В1. $F(x)=\begin{cases} e^x, & \text{если } x \le 0, \\ 1, & \text{если } x > 0; \end{cases}$

В2. $F(x)=\begin{cases} 0, & \text{если } x \le 1, \\ x-1, & \text{если } 1 < x \le 2, \\ 1, & \text{если } x > 2; \end{cases}$

В3. $F(x)=\begin{cases} 0{,}5e^x, & \text{если } x \le 0, \\ 0{,}8, & \text{если } 0 < x \le 2, \\ 1, & \text{если } x > 2; \end{cases}$

В4. $F(x)=\begin{cases} 0, & \text{если } x \le -\frac{\pi}{2}, \\ 1+\sin x, & \text{если } -\frac{\pi}{2} < x \le 0, \\ 1, & \text{если } x > 0; \end{cases}$

В5. $F(x)=\begin{cases} 0, & \text{если } x \le 1, \\ \ln x, & \text{если } 1 < x \le 2, \\ 1, & \text{если } x > 2; \end{cases}$

В6. $F(x)=\begin{cases} 0, & \text{если } x \le 0, \\ \frac{1}{\pi}(x-0{,}5\sin 2x), & \text{если } 0 < x \le \pi, \\ 1, & \text{если } x > \pi. \end{cases}$

В7. $F(x)=\begin{cases} 0, & \text{если } x \le 1, \\ x-1, & \text{если } 1 < x \le 2, \\ 1, & \text{если } x > 2; \end{cases}$

В8. $F(x)=\begin{cases} 0{,}3e^{2x}, & \text{если } x \le 0, \\ 0{,}1x & \text{если } 0 < x \le 2, \\ 1, & \text{если } x > 2; \end{cases}$

В9. $F(x)=\begin{cases} 0, & \text{если } x \le -\frac{\pi}{2}, \\ 1+4\sin 2x, & \text{если } -\frac{\pi}{2} < x \le 0, \\ 1, & \text{если } x > 0; \end{cases}$

В10. $F(x)=\begin{cases} 0, & \text{если } x \le 1, \\ 3x-5, & \text{если } 1 < x \le 2, \\ 1, & \text{если } x > 2; \end{cases}$

Задание 3.

Непрерывная случайная величина X задана дифференциальной функцией распределения f(x) = Nsin x в интервале (0, π /2); вне этого интервала f(x) = 0. Найти интегральную функцию распределения и математическое ожидание случайной величины X, а также вероятность того, что в результате испытания величина X примет значение, принадлежащее интервалу (π /3, π /2).

Тема 3. Выборочный метод. Оценки параметров рас-пределения.

Задание 1.

При оценке свойств сахарной свеклы было обследовано *n* проб и получены следующие значения содержания сахара *X* %.

Требуется:

1) определить выборочную среднюю $X_в$, выборочную и исправленную дисперсии;
2) полагая, что распределение признака X описывается законом нормального распределения, найдите доверительный интервал для среднего содержания сахара в обследуемой партии свеклы на уровне заданной надежности γ.
Исходная информация в таблице.

№ вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	15,5	12,4	12,3	14,8	11,6	15,4	15,1	16,1	14,1	14,2
	16,0	14,1	11,0	11,5	14,5	15,8	15,5	17,1	15,1	13,6
	14,6	13,2	11,8	12,1	13,8	15,1	143	17,2	12,2	15,2
Значени	14,9	14,0	13,2	13,4	12,0	14,9	16,6	16,9	13,8	13,0
	15,3	14,1	14,0	13,1	13,8	14,5	16,2	15,2	14,1	15,9
X_i	14,0	14,0	14,1	11,9	14,2	13,5	16,1	14,3	15,9	15,2
	14,3	14,6	12,0	12,8	13,4	13,0	15,4	15,5	16,8	16,5
	15,1	14,0	13,6	13,5	14,2	13,2	14,9	16,2	12,5	13,9
	15,4	13,4	11,3	14,2	14,5	13,3	15,5	14,1	13,4	14,2
	16,0	12,2		12,9	11,0	14,0		15,0	16,0	15,3
	15,7	12,3				14,1				16,4
										15,0
n	11	11	9	10	10	11	9	10	10	12
γ	0,95	0,99	0,999	0,95	0,99	0,999	0,95	0,99	0,999	0,99

Задание 2.

Для определения характеристик артериального давления (в мм ртутного столба), было обследовано 30 пациентов клиники. Статистические данные приведены в таблице:
а) Представить эти данные в виде интервального ряда распределения с шагом 5 и построить гистограмму относительных частот.
б) На основании этих данных дать интервальную оценку среднего значения артериального давления всех пациентов клиники с доверительной вероятностью 0,95 (считать, что давление распределено практически нормально).

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
давл	157	160	133	159	179	148	143	128	138	172
№	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
давл	164	171	158	136	169	153	142	147	134	164
№	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
давл	167	131	152	145	176	122	149	154	161	156

Задание 3.

1. Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью γ = 0,95 точность ε оценки математического ожидания нормально распределенной генеральной совокупности по выборочной средней равна 0,N, если известно, что среднее квадратическое отклонение σ = N+1,5 генеральной совокупности.
2. Выборка из большой партии электроламп содержит 200+N дамп. Средняя продолжительность горения лампы выборки оказалась равной 1000+N часам. Найти с надежностью 0,99 доверительный интервал для средней продолжительности горения лампы всей партии, если известно, что среднее квадратическое отклонение продолжительности горения 50+N часов. Предполагается, что продолжительность горения ламп распределена нормально.

Задание 4.

Случайная величина X – отклонение контролируемого размера изделия от номинала $X \to N(a,\sigma)$. Приведено эмпирическое распределение отклонений 200 изделий: в первой строке указано отклонение x_i (мм), во второй строке приведена частота n_i – количество изделий, имеющих отклонение:

x_i	3	5	7	9	10	12	15	17	19	22	22+N
n_i	6	9	26	25	30	26	21	24	20	8	5

а) Найти методом моментов точечные оценки неизвестных параметров a и σ нормального распределения, б) Найти: $\overline{x}_в$, $D_в$, $\sigma_в$, используя условные варианты

Тема 4. Проверка статистических гипотез.

Из большой партии изделий берут на пробу $n=4$ изделия. Известно, что доля дефектных изделий во всей партии равна p. Провели N серий испытаний и получили эмпирическое распределение (данные приведены в таблице 5: в первой строке указаны варианты; в первом столбце даны значения признака, число опытов и вероятность «успеха»).

№ вар.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
x_i	n_i	n_i	n_i	n_i	n_i	n_i	n_i	n_i	n_i	n_i
0	102	131	97	63	96	138	120	143	120	104
1	131	99	114	106	137	96	104	112	131	66
2	54	31	71	40	30	23	35	14	80	23
3	6	5	16	18	15	9	6	9	18	6
4	7	4	2	3	2	4	5	2	1	1
N	300	270	300	230	280	270	270	280	350	200
p	0.18	0.17	0.23	0.24	0.19	0.14	0.14	0.21	0.22	0.17

При уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверить нулевую гипотезу о биномиальном распределении. На одной координатной плоскости построить полигоны частот для эмпирического и теоретического распределений. Сравнить.

Тема 5. Основы статистического исследования зави-симостей. Элементы теории корреляции.

Экономист, изучая зависимость выработки У (тыс. руб.) на одного работника от величины товарооборота магазина Х (тыс. руб.) за отчетный период обследовал семь магазинов и получил следующие данные. Полагая, что между признаками Х и У имеет место линейная корреляционная связь, определить выборочное уравнение линейной регрессии и выборочный коэффициент линейной корреляции. Построить диаграмму рассеяния и линию регрессии. Сделать вывод о направлении и тесноте связи между Х и У. Используя полученное уравнение линейной регрессии, оценить x_0=90 тыс. руб.

В1.	x	120	110	130	60	95	100	75	70	140	130
	y	7.5	7.0	10.0	3.5	7.0	6.0	6.0	4.0	8.5	10.0
В2.	x	120	70	100	55	75	85	110	80	60	95
	y	4.6	2.6	4.3	2.4	3.1	3.8	4.2	2.9	2.7	3.4
В3.	x	70	80	40	55	100	75	50	110	95	85
	y	3.6	4.4	3.1	4.0	4.3	3.7	3.8	5.7	5.0	4.2
В4.	x	140	100	170	130	180	130	100	150	110	200
	y	8.0	9.0	11.0	8.0	11.0	7.5	5.0	10.0	7.5	11.0
В5.	x	100	105	85	70	80	120	125	90	65	110
	y	14.5	4.5	5.0	3.0	4.5	5.5	7.0	4.0	4.0	6.0
В6.	x	140	100	130	80	150	70	170	110	90	60
	y	9.0	6.5	11.0	5.5	14.0	7.0	12.0	10.0	9.0	5.5
В7.	x	110	140	100	140	85	150	95	170	80	120
	y	9.5	13.0	10.0	12.0	8.0	13.0	8.0	14.0	6.5	11.0
В8.	x	100	110	80	75	130	90	85	120	110	110
	y	4.7	5.8	4.4	3.6	7.0	4.1	4.2	6.4	5.2	6.6
В9.	x	110	100	65	90	120	80	130	110	85	70
	y	3.0	3.2	2.1	3.0	3.2	2.1	4.1	3.3	2.4	2.6
В10.	x	75	90	50	110	60	110	90	55	70	40
	y	8.5	3.8	3.5	4.6	3.1	4.4	4.3	3.2	3.8	2.8

Тема 6. Элементы теории массового обслуживания.

№1. На промышленном предприятии для контроля качества продукции разрабатывается система, включающая в себя некоторое число испытательных стендов и помещение для хранения поступающих на контроль изделий. На контроль поступает в среднем λ изделий в час. Время контроля одного изделия на стенде равно $\bar{t}_{обсл}$. Отведенное помещение может вместить не более 10 изделий, ожидающих контроля. Определить минимальное число стендов, которое должна иметь система, чтобы было проконтролировано не менее K% продукции.

Параметры СМО	Единица измерений	Номера вариантов									
		В.1	**В.2**	**В.3**	**В.4**	**В.5**	**В.6**	**В.7**	**В.8**	**В.9**	**В.10**
λ	изделий/час	9,5	6	7	10	6	5	7	6	6	5
$\bar{t}_{обсл}$	час	0,5	0,4	0,5	0,45	0,64	0,8	0,55	0,7	0,65	0,7
K%	%	92	95	93	94	92	94	93	93	94	95

№2. Необходимо построить крытый склад, предназначенный для хранения грузов. Склад состоит из определенного числа площадок, каждая площадка обеспечивает одновременное хранение одной партии. Годовой (в году 365 дней) грузооборот крытого склада Q тонн. Средний вес груза в одной партии g тонн, средняя нагрузка на площадь склада d т/м^2, средний срок ее хранения $\bar{t}_{обсл}$ (в днях). Определить количество необходимых площадок, с вероятностью не менее 95%, обеспечивающих заданный грузооборот.

Параметры СМО	Единица измерений	Номера вариантов									
		В.1	**В.2**	**В.3**	**В.4**	**В.5**	**В.6**	**В.7**	**В.8**	**В.9**	**В.10**
Q	т	90000	90150	90250	90500	91000	100200	100350	100700	105000	110000
g	т	500	600	550	650	600	610	620	630	640	650
$\bar{t}_{обсл}$	д.	8	9	9,5	8,4	9	10	9,5	9	9,6	10
d	т/м^2	0,5	0,6	0,5	0,65	0,5	0,55	0,66	0,65	0,6	0,53

№3. Пассажирское агентство оборудовано системой продажи билетов. В часы пик интенсивность потока пассажиров, обращающихся в кассы, составляет λ пассажиров в минуту. Среднее время обслуживания одного человека $\bar{t}_{обсл}$. Входящий поток простейший. Сколько должно быть касс, чтобы средняя очередь к каждой не превышала $\bar{r}$ пассажиров?

Параметры СМО	Единица измерений	Номера вариантов									
		В.1	**В.2**	**В.3**	**В.4**	**В.5**	**В.6**	**В.7**	**В.8**	**В.9**	**В.10**
λ	пасс/мин	5	3	3,2	6	6,5	5,5	4	7,6	8,5	8
$\bar{t}_{обсл}$	мин	1,6	2	2,4	1,7	1,2	1,6	1,7	1,2	1	2
$\bar{r}$	пасс	2	2	3	2	3	3	3	2	4	3

Критерии оценки:

- *посещение лекционных занятий* (0 – 10 баллов).
- *работа на практических занятиях* (0 – 10 баллов).
- *выполнение индивидуальных заданий* (0 – 20 баллов). Максимальное число баллов выставляется студенту, если он выполнил правильно все индивидуальные задания своего варианта и сдал в указанные сроки.

III. Вопросы к зачёту

по дисциплине **«ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»**

1. Предмет и задачи теории вероятностей. Понятие эксперимента, события и их классификация. Пространство элементарных событий.
2. Операции над событиями.
3. Классическое определение вероятности.
4. Элементы комбинаторики. Перестановки, размещения и сочетания с повторениями и без повторений.
5. Статистическое и геометрическое определения вероятности. Примеры.
6. Теоремы произведения вероятностей.
7. Теоремы суммы вероятностей.
8. Вероятность наступления хотя бы одного события. Формула полной вероятности.
9. Формула Байеса.
10. Независимые повторные испытания. Формула Бернулли.
11. Локальная формула Муавра-Лапласа.
12. Формула Пуассона.
13. Интегральная формула Муавра-Лапласа.
14. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.
15. Наивероятнейшее число наступлений события в независимых испытаниях.
16. Случайные величины (СВ). Дискретные и непрерывные случайные величины. Ряд распределения дискретных случайных величин.
17. Функция распределения СВ (или интегральный закон распределения) и её свойства.
18. Плотность вероятности (или дифференциальный закон распределения) и её свойства.
19. Математическое ожидание СВ (дискретной и непрерывной) и его свойства.
20. Дисперсия СВ и её свойства. Среднеквадратическое отклонение.
21. Классические законы распределения: биномиальный закон и его числовые характеристики.
22. Закон распределения Пуассона и его числовые характеристики.
23. Равномерное распределение на отрезке и его числовые характеристики.
24. Нормальное распределение и его числовые характеристики.
25. χ^2 распределение.
26. Распределение Стьюдента.
27. Распределение Фишера-Снедекора.
28. Нормальная кривая и влияние параметров нормального распределения на форму нормальной кривой.

29. Вероятность попадания в заданный интервал нормальной СВ.
30. Вычисление вероятности заданного отклонения.
31. Правило «трёх σ».
32. Начальные и центральные теоретические моменты. Асимметрия и эксцесс.
33. Закон больших чисел: неравенство Маркова, неравенство и теорема Чебышева. Сущность и значение теоремы Чебышева для практики.
34. Понятие о теореме Ляпунова. Центральная предельная теорема.
35. Определение случайного процесса и его характеристики. Понятие марковского случайного процесса.
36. Задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Статистическое распределение выборки, вариационный ряд.
37. Эмпирическая функция распределения.
38. Графическое изображение статистических рядов. Полигон и гистограмма.
39. Статистические оценки параметров распределения. Несмещённые, эффективные, состоятельные оценки.
40. Генеральная средняя и выборочная средняя.
41. Генеральная и выборочная дисперсии. Оценки генеральной дисперсии по исправленной выборочной.
42. Мода, медиана и другие характеристики вариационного ряда.
43. Точечные и интервальные оценки параметров генеральной совокупности. Точность оценки, доверительная вероятность (надёжность).
44. Доверительный интервал для оценки математического ожидания нормального распределения (при известном и неизвестном среднем квадратическом отклонении).
45. Метод моментов для точечной оценки параметров распределения.
46. Метод наибольшего правдоподобия.
47. Условные варианты. Метод произведений для вычисления выборочных средней и дисперсии.
48. Метод произведений. Сведение первоначальных вариант к равноотстоящим.
49. Обычные, начальные и центральные эмпирические моменты.
50. Условные эмпирические моменты. Отыскание центральных моментов по условным.
51. Метод произведений для вычисления условных моментов различных порядков вариационного ряда с равноотстоящими вариантами.
52. Статистическая гипотеза. Нулевая и конкурирующая, простая и сложная гипотезы.
53. Ошибки первого и второго рода при проверке статистических гипотез.

54. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы. Область принятия гипотезы. Критические точки. Уровень значимости.
55. Мощность критерия.
56. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух генеральных совокупностей. Критерий Фишера–Снедекора.
57. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Критерий согласия Пирсона.
58. Дисперсионный анализ (однофакторный).
59. Корреляционный анализ. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости.
60. Основные положения корреляционного анализа. Корреляционные таблицы.
61. Условные средние Выборочное уравнение регрессии. Коэффициент регрессии.
62. Выборочный коэффициент корреляции, его свойства.
63. Регрессионный анализ.
64. Линейные регрессионные модели финансового рынка.
65. Элементы теории массового обслуживания. Системы массового обслуживания с очередью и без очереди.

IV. Комплект задач для зачета

по дисциплине **««ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»**

1. Известно, что в школе с 900 учащимися имеется 60 учеников, которые по всем предметам имеют отличные оценки, 180 учеников только по одному предмету имеют хорошую или удовлетворительную оценку, а по остальным отличные, 150 учащихся не имеют ни одной отличной оценки, а 20 учащихся имеют отличные оценки по всем предметам кроме одного, по которому у них оценка неудовлетворительная. Чему равны вероятности встретить учащегося этой школы: А - увидеть отличника, В - учащегося, у которого хотя бы по одному предмету имеется отличная оценка, С - учащегося, у которого только по одному предмету нет отличной оценки?

2. Задумано двузначное число, цифры которого различны. Найти вероятность того, что окажется равным задуманному числу:
а) случайно названное двузначное число, б) случайно названное число, цифры которого различны.

3. Студент пришел на экзамен, зная 20 из 25 вопросов программы и получил 2 вопроса, наудачу выбранных из 25. Найти вероятность того, что студент: а) знает оба вопроса; б) знает один вопрос из двух предложенных; в) не знает оба эти вопроса.

4. В классе 40 учеников, из которых 10 отличников. Класс наудачу разделен на 2 равные части. Какова вероятность того, что в каждой части по 5 отличников?

5. В ящике имеются 10 белых и 5 черных шаров. Наудачу вынимаются 3 из них. Какой состав шаров по цвету извлечь наиболее вероятно?

6. На 5 одинаковых карточках написаны буквы Л, И, Л, И, Я. Найти вероятность того, что выкладывая эти карточки случайным образом получим слово «лилия».
7. Для некоторой местности среднее число пасмурных дней в июле равно 6. Найти вероятность того, что 1 и 2 июля будет ясная погода.
8. В цехе работает 7 мужчин и 3 женщины. По табельным номерам наудачу отобраны 3 человека. Найти вероятность того, что все отобранные лица окажутся мужчинами.
9. На приемник поступают кодовые комбинации, состоящие из двух знаков: 0 и 1. Появление 0 и 1 считается равновероятным. Какова вероятность того, что в первой кодовой комбинации хотя бы один 0?
10. В мастерской работают 3 станка. За смену 1-ый станок может потребовать наладки с вероятностью 0,15. Для 2-ого станка эта вероятность =0,1, и для 3-го - 0,12. Считая, что станки не ломаются одновременно, найти вероятность того, что за смену хотя бы один станок потребует наладки.
12. В урне 5 белых и 4 черных шара. Наудачу извлекают один шар, затем другой. Найти вероятность того, что во втором случае вынут белый шар (шары в урну не возвращаются).
13. В группе из 24 студентов 5 отличников. Вероятность того, что отличник получит хорошую оценку на экзамене, равна 0,9. Для остальных студентов эта вероятность равна 0,65. Вызванный наугад студент получил хорошую оценку. Какова вероятность того, что он отличник?
14. На трех дочерей Алису (А), Марину (М) и Елену (Е) в семье возложена обязанность мыть посуду. Поскольку А старшая, ей приходится выполнять 40% всей работы. Остальные 60% работы М и Е делят поровну . Когда А моет посуду, вероятность для нее разбить по крайней мере одну тарелку равна 0,02. Для М и Е эта вероятность равна 0,03 и 0,04. Родители не знают, кто мыл посуду вечером, но они слышали звон разбитой тарелки. Какова вероятность того, что посуду мыла А?
15. Батарея из трех орудий произвела залп, причем два снаряда попали в цель. Найти вероятность того, что 1-ое орудие дало попадание, если вероятность попадания в цель 1-ым, 2-ым и 3-им орудиями соответственно равны 0,4; 0,3; 0,5.
16. Вероятности правильного определения химического состава продукта для каждого из 3 контролеров равны 4/5, 3/4, 2/3 . При одновременном контроле 3 проб тремя контролерами химический состав оказался правильно определенным для 2 проб (что подтвердилось на окончательной проверке в лаборатории). Найти вероятность того, что ошибся третий контролер.
17. Бросается монета, и если она падает так, что сверху оказывается герб, вынимаем один шар из урны 1, в противном случае- из урны 2. Урна 1 содержит 3 красных и 1 белый шар. Урна 2 содержит 1 красный и 3 белых шара. а) Какова вероятность того, что вынутый шар красный? б) Какова вероятность того, что шар вынимался из 1-ой урны, если он оказался красным?
18. Проводятся последовательные независимые испытания пяти приборов на надежность. Каждый следующий прибор испытывается только в том случае, если предыдущий оказался надежным. Построить ряд распределения случайного числа испытанных приборов, если вероятность выдержать испытания для каждого из них равна 0,9.

19. вероятность того, что стрелок попадет в мишень при одном выстреле 0,8. Стрелку последовательно выдаются патроны до тех пор, пока он не промахнется. Требуется: а) составить закон распределения дискретной случайной величины X - числа патронов, выданных стрелку; б) Найти наивероятнейшее число K_0 выданных стрелку патронов.

X	*1*	*2*	*3*	…	*к*	…
P	*0,2*	*0,16*	*0,128*	…	$0{,}8^{k-1} \cdot 0{,}2$	

20. Истребитель выпускает по наземной цели 4 ракеты. Вероятность попадания ракеты в цель 0,8. Определить числовые характеристики числа попаданий.
21. В кармане имеется 4 монеты по 5 копеек, 2 монеты по 50 копеек. Пассажир извлекает из кармана по одной монете до появления 5 копеек без возвращения. Построить ряд распределения случайной величины X-число попыток. Найти математическое ожидание и дисперсию. Найти функции F(x) и f(x).
22. Случайная величина X подчинена закону распределения с плотностью

$$f(x) = \begin{cases} 0, x < 0 \\ A(3x - x^2), 0 \le x \le 3 \\ 0, x > 3 \end{cases}$$

Найти A , построить график f(x), функцию распределения F(x), P(1<X<2), моду, медиану.
23. Вероятность хотя бы одного появления события A при 4 независимых опытах равна 0,59. Какова вероятность появления события A при одном опыте?
24. В семье 10 детей. Считая, что вероятность рождения мальчика равна 0,5, найти вероятность того, что в семье 0,1,2, ... ,10 мальчиков.
25. Партия изделий содержит 1% брака. каков должен быть объём случайной выборки, чтобы вероятность встретить в ней хотя бы одно бракованное изделие была больше 0,95?
26. При установившемся технологическом процессе в среднем 0,5% шариков для шарикоподшипников оказываются бракованными. Найти вероятность того, что в партии из 1000 шариков бракованными окажутся 40 штук, 60 штук.
27. По линии связи передаётся 1000 телеграфных сигналов в минуту (“точек” и “тире”). Из-за помех 0,1% сигналов искажается. Какова вероятность того, что в течение 1 минуты будет не более 4 искажений.
28. Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $m_x = 0, \quad \sigma_x = 1$. Что больше $P(-0{,}5 \le X \le -0{,}1)$ или $P(1 \le X \le 2)$?
29. На полезный сигнал накладывается случайная нормально распределенная помеха с плотностью распределения $f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}}$, где u – напряжение в В. Найти вероятность того, что помеха не превысит по абсолютной величине 3В.
30. Производится взвешивание некоторого вещества без систематических ошибок. Случайные ошибки взвешивания подчинены нормальному закону со средним

квадратическим отклонением $\sigma = 20$. Найти вероятность того, что взвешивание будет произведено с ошибкой, не превосходящей по абсолютной величине 10 г.

31. На станке изготавливается некоторая деталь. Ее длина представляет собой случайную величину, распределенную по нормальному закону со средним значением 20 см и дисперсией 0,04 $см^2$. Найти вероятность того, что длина детали будет заключена между 19,7 см и 20,3 см. Какую точность длины изделия можно гарантировать с вероятностью 0,95.

32. Стрельба ведется из точки О вдоль прямой ОХ. Средняя дальность полета снаряда равна 1200 м. Предполагая, что дальность полета Н распределена по нормальному закону со средним квадратическим отклонением 40 м, найти, какой процент выпускаемых снарядов даст перелет от 60 до 80 м.

Критерии оценки:

- *задачи к зачёту* (0 – 30 баллов). Максимальное число баллов выставляется студенту, если он правильно решил, оформил и объяснил решение задач.

Оценка «отлично» выставляется студенту, если он набрал 86-100 баллов

- Оценка «хорошо»- 70-85 баллов,
- Оценка «удовлетворительно»- 55-69 баллов,
- Оценка «неудовлетворительно»- 0-54 баллов,