

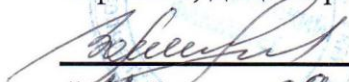
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко»

Физико-математический факультет
Кафедра Прикладной математики и информатики

УТВЕРЖДАЮ

Декан физмат факультета

к.ф.-м.н., доц. Коровай О.В.



«22»

09

2018 г

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

на 2018/2019 учебный год

(для набора 2016 года)

Учебной ДИСЦИПЛИНЫ

«ТЕОРИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ»

Направление подготовки:

01.03.04 Прикладная математика

профиль подготовки:

Математическое моделирование в экономике и технике

квалификация (степень) выпускника

Бакалавр

Форма обучения: **очная**

Тирасполь, 2018

Рабочая программа дисциплины «*Теория случайных процессов*» /сост.
Н.В.Косюк – Тирасполь: ГОУ ПГУ, 2018, 14с.

Рабочая программа предназначена для преподавания дисциплины Б1.Б.15 Теория случайных процессов базовой части студентам очной формы обучения по направлению подготовки **01.03.04 Прикладная математика** профиль подготовки **Математическое моделирование в экономике и технике** в 6 семестре.

Рабочая программа составлена с учетом Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки **01.03.04 Прикладная математика** профиль подготовки **Математическое моделирование в экономике и технике**, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 12.03.2015 пр. № 208.

Составитель  /Косюк Н.В., ст. преп./

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) Б1.Б.15 «Теория случайных процессов» являются: формирование математической культуры студентов в области теории случайных процессов, а также овладение аппаратом теории случайных процессов для дальнейшего использования в дисциплинах естественнонаучного и технического содержания.

Задачи:

- изучить основные понятия и методы теории случайных процессов;
- уметь применять полученные знания, умения и навыки при изучении других дисциплин и в профессиональной деятельности;
- получить представление о важности теории случайных процессов, как раздела математики и о ее роли в естественнонаучных, инженерно-технических и др. исследованиях;
- овладеть навыками самостоятельного изучения учебной литературы по теории случайных процессов;
- получить представление об истории становления и развития теории случайных процессов;
- получить навыки в доказательстве утверждений в курсе теории случайных процессов;
- уметь решать типовые задачи, соответствующие рассматриваемому материалу;
- использовать аппарат теории случайных процессов для решения прикладных задач.

2. Место дисциплины в структуре ООП ВО

Дисциплина Б1.Б.15 «Теория случайных процессов» относится к базовой части дисциплин основной образовательной программы по направлению подготовки 01.03.04 «Прикладная математика» профиль «Математическое моделирование в экономике и технике». Она базируется на курсах дисциплин, изучаемых в образовательных программах бакалавриата: Б1.Б.08 «Математический анализ», Б1.Б.12 «Дифференциальные уравнения», Б1.Б.14 «Теория вероятностей и математическая статистика».

Требования к результатам освоения дисциплины:

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ООП ВО по данному направлению подготовки: ОК-5, ОК-7, ОПК-1, ПК-10, ПК-12

Код компетенции	Формулировка компетенции
ОК-5	способностью к коммуникации устной и письменной формами на русском и на иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия
ОК-7	способностью к самоорганизации и самообразованию
ОПК-1	готовностью к самостоятельной работе
ПК-10	готовностью применять математический аппарат для решения поставленных задач, способностью применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решения на основе полученных результатов
ПК-12	способностью самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук

В результате освоения дисциплины студент должен:

3.1. Знать:

- основные понятия и аксиомы теории случайных процессов;
- основные виды случайных процессов: нормальный, стационарный, с независимыми приращениями, с некоррелированными приращениями, Марковский, винеровский, пуассоновский;
- вероятностные характеристики случайных процессов;
- основную особенность эргодических случайных процессов;
- спектральные характеристики стационарных случайных процессов, их связь с вероятностными характеристиками;
- некоторые характеристики цепей Маркова, Марковских процессов с дискретными состояниями и непрерывным временем, процессов «гибели и размножения»;
- некоторые модели теории массового обслуживания и их характеристики;
- потоки событий: ординарные, стационарные, без последствия, регулярные, простейшие
- потоки Пальма и Эрланга;
- предельные теоремы теории потоков.

3.2. Уметь:

- строить математические задачи с учетом профессиональной спецификации;
- строить и анализировать вероятностные модели различных экспериментов;
- использовать вероятностные методы для решения прикладных задач;
- вычислять основные вероятностные характеристики случайных процессов;
- проверять непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость случайных процессов;
- находить вероятностные характеристики производной, интеграла случайных процессов;
- вычислять передаточную функцию линейной динамической системы;
- исследовать случайный процесс на эргодичность;
- вычислять спектральную плотность по ковариационной функции и наоборот;
- вычислять спектральные и вероятностные характеристики линейных преобразований случайных процессов;
- строить и решать уравнения Колмогорова для Марковских случайных процессов;
- находить предельные вероятности состояний для Марковских процессов;
- вычислять основные характеристики некоторых систем массового обслуживания.

3.3. Владеть:

- основными математическими понятиями и утверждениями, применяемыми в теории случайных процессов.

4. Структура и содержание дисциплины (модуля)

4.1. Распределение трудоемкости в з.е./часах по видам аудиторной и самостоятельной работы студентов по семестрам:

Таблица 1

Семестр	Количество часов						Форма итогового контроля
	Трудоемкость, з.е./часы	В том числе					
		Аудиторных				Самост. работы	
		Всего	Лекций	Лаб. раб.	Практич. зан		
6	3/108	54	27		27	18	36 экзамен

4.2. Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Таблица 2

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеауд. работа (СР)
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Случайные процессы	23	10	8		5
2	Потоки событий	8	2	4		2
3	Марковские процессы	17	6	6		5
4	Стационарные случайные процессы	24	9	9		6
Итого:		72	27	27		18

4.3. Тематический план по видам учебной деятельности

Лекции

Таблица 3

№ п/п	Номер раздела дисциплины	Объем часов	Тема лекции	Учебно-наглядные пособия
1	1	2	Понятие о случайном процессе (СП). Основные задачи ТСП. Сечение СП. Реализация СП. Классификация СП. Примеры.	методич. пособия
2	1	2	Виды СП: нормальный, стационарный, с независимыми приращениями, с некоррелированными приращениями, Марковский с дискретным и непрерывным временем, винеровский, пуассоновский. Математическое ожидание СП, его свойства. Дисперсия СП, ее свойства.	методич. пособия
3	1	2	Корреляционная функция СП, ее свойства. Нормированная корреляционная функция, ее свойства. Взаимная корреляционная функция и взаимная нормированная корреляционная функция двух СП.	методич. пособия
4	1	2	Комплексные случайные величины и комплексные СП, их характеристики.	методич. пособия
5	1	2	Операции над случайными процессами (интегрирование, дифференцирование). Сложение СП.	методич. пособия
6	2	2	Поток событий, его свойства. Потоки Пальма и Эрланга, их свойства. Предельные теоремы теории потоков.	методич. пособия
7	3	2	Марковские случайные процессы. Цепь Маркова. Эргодическая теорема для цепи Маркова. Стационарный режим. Предельные вероятности	методич. пособия
8	3	2	Марковский процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем. Уравнения Колмогорова. Стационарный режим. Уравнения для предельных вероятностей.	методич. пособия
9	3	2	Процессы «гибели и размножения», числовые характеристики времени. Стационарный режим. Предельные вероятности. Система массового процесса, ее характеристики	методич. пособия
10	4	2	Стационарные случайные процессы (ССП). Свойства корреляционной и нормированной корреляционной функции ССП.	методич. пособия

11	4	2	Корреляционная функция производной и интеграла от ССП. Взаимная корреляционная функция ССП и его производной.	методич. пособия
12	4	2	Представление ССП в виде гармонических колебаний со случайными амплитудами и случайными фазами. Дискретный спектр ССП.	методич. пособия
13	4	2	Непрерывный спектр ССП. Спектральная плотность и нормированная спектральная плотность. Взаимная спектральная плотность ССП и стационарно связанного СП.	методич. пособия
14	4	1	Дельта-функция. Стационарный белый шум. Преобразование стационарного случайного процесса стационарной линейной динамической системой.	методич. пособия
Итого:		27		

Практические (семинарские) занятия

Таблица 4

№ п/п	Номер раздела дисциплины	Объем часов	Тема практического занятия	Учебно-наглядные пособия
1	1	2	Математическое ожидание и дисперсия случайного процесса, их свойства	методич. пособия
2	1	2	Корреляционная и нормированная корреляционная функции, их свойства	методич. пособия
3	1	4	Операции над случайными процессами (интегрирование, дифференцирование). Сложение случайных процессов	методич. пособия
4	2	2	Потоки Пальма и Эрланга, их свойства	карточки с заданиями
5	2	2	<i>Контрольная работа №1</i>	методич. пособия
6	3	2	Цепи Маркова. Вероятности состояний. Стационарный режим. Предельные вероятности	методич. пособия
7	3	2	Марковский процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем. Уравнения Колмогорова. Стационарный режим. Предельные вероятности	методич. пособия
8	3	2	Процессы гибели и размножения. Вероятности состояний. Стационарный режим. Предельные вероятности. Некоторые задачи СМО	методич. пособия
9	4	2	Нахождение характеристик стационарного случайного процесса, применение их свойств	методич. пособия
10	4	2	Корреляционная функция производной и интеграла от стационарного СП. Взаимная корреляционная функция стационарного СП и его производной	методич. пособия
11	4	1	Дискретный спектр стационарного случайного процесса	методич. пособия
12	4	2	Непрерывный спектр стационарного СП. Спектральная плотность и нормированная спектральная плотность, их свойства	методич. пособия
13	4	2	<i>Контрольная работа №2</i>	карточки с заданиями
Итого:		27		

Самостоятельная работа студента

Виды самостоятельной работы: домашнее задание (ДЗ), внеаудиторная письменная работа (ВПР), домашняя индивидуальная работа (ДИР), реферат, законспектировать (ЗК)

Таблица 5

Раздел дисциплины	№ п/п	Тема и вид СРС	Трудоемкость (в часах)
Раздел 1	1	Виды случайных процессов. Характеристики случайного процесса, его (ДЗ)	2
	2	Операции над случайными процессами (ДИР)	2
	3	Комплексные случайные величины и случайные процессы, их характеристики (ЗК)	1
Раздел 2	4	Потоки Пальма и Эрланга. Предельные теоремы о потоках	2
Раздел 3	5	Цепи Маркова (ДЗ)	1
	6	Марковские случайные процессы с дискретными состояниями и непрерывным временем (ДЗ), (ВПР)	2
	7	Марковские процессы гибели и размножения. СМО (ДИР)	2
Раздел 4	8	Характеристики стационарного случайного процесса. Представление стационарного случайного процесса в виде гармонических колебаний (ЗК), (ДИР)	2
	9	Дискретный и непрерывный спектры стационарного случайного процесса. Спектральная плотность (ДИР)	2
	10	Преобразование стационарного СП стационарной линейной динамической системой (реферат)	2
Итого:			18

5. **Примерная тематика курсовых проектов (работ):** не предусмотрены

6. **Образовательные технологии**

Образовательные технологии обучения:

- педагогические (обучающие);
- информационно-развивающие;
- развивающие;
- личностно ориентированные;
- модульные;
- задачная (поисково-исследовательская) технология;
- мультимедийные;
- технология коллективной мыслительной деятельности

Таблица 6

Семестр	Вид занятия (Л, ПР, ЛР)	Используемые интерактивные образовательные технологии	Количество часов
6	Л	компьютерные симуляции, разбор конкретных ситуаций	4
	ПР	компьютерные симуляции, разбор конкретных ситуаций, групповая работа, технология развивающейся кооперации, технология развития критического мышления	6
Итого:			10

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

7.1 Вопросы к экзамену по дисциплине:

1. Понятие случайного процесса.
2. Сечение случайного процесса.
3. Реализация случайного процесса.
4. Классификация случайных процессов.
5. Понятие элементарной функции.
6. n -мерный закон распределения случайного процесса, его свойства. Теорема Колмогорова.
7. Стохастически эквивалентные процессы. Эквивалентные процессы.
8. Математическое ожидание случайного процесса, его свойства.
9. Дисперсия случайного процесса, его свойства.
10. Среднеквадратическое отклонение случайного процесса, его свойства.
11. Корреляционная функция случайного процесса, ее свойства.
12. Нормированная корреляционная функция, ее свойства.
13. Взаимно корреляционная функция, ее свойства.
14. Нормированная взаимно корреляционная функция, ее свойства.
15. Поток событий и его свойства.
16. Ординарный поток.
17. Регулярный поток.
18. Поток без последствия.
19. Стационарный поток.
20. Простейший поток.
21. Интенсивность потока.
22. Понятие динамической системы. Оператор динамической системы.
23. Линейный однородный оператор. Линейная динамическая система.
24. Интеграл от случайной функции, его характеристики.
25. Производная от случайной функции, ее характеристики.
26. Сложение случайных функций, характеристики.
27. Процессы с независимыми приращениями.
28. Винеровский случайный процесс.
29. Гауссовский случайный процесс.
30. Операции над случайными процессами (сложение, производная, интеграл). Свойства.
31. Комплексные случайные величины, их характеристики.
32. Комплексные случайные процессы, их характеристики.
33. Изображение случайного процесса с дискретными состояниями. Граф состояний.
34. Классификация состояний.
35. Эргодическое множество состояний.
36. Цепь Маркова. Нахождение вероятностей состояний цепи Маркова.
37. Однородная цепь Маркова. Эргодическая теорема для цепи Маркова. Стационарный режим для цепи Маркова.
38. Предельные вероятности и их нахождение для цепи Маркова.
39. Марковский процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем. Уравнения Колмогорова.
40. Однородный Марковский процесс. Стационарный режим. Уравнения для предельных вероятностей.
41. Марковские процессы гибели и размножения.
42. Поток Пальма, его свойства.
43. Поток Эрланга, его свойства.

44. Предельные теоремы теории потоков.
45. Стационарные случайные процессы.
46. Свойства корреляционной и нормированной корреляционной функции стационарного случайного процесса.
47. Корреляционная функция производной и интеграла от стационарного случайного процесса.
48. Взаимная корреляционная функция стационарного случайного процесса и его производной.
49. Представление стационарного случайного процесса в виде гармонических колебаний со случайными амплитудами и случайными фазами.
50. Дискретный спектр стационарного случайного процесса.
51. Непрерывный спектр стационарного случайного процесса. Спектральная плотность и нормированная спектральная плотность.
52. Взаимная спектральная плотность стационарного случайного процесса и стационарно связанного случайного процесса.
53. Дельта-функция.
54. Стационарный белый шум.
55. Преобразование стационарного случайного процесса стационарной линейной динамической системой.

7.2 Образцы тестов для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины, а также для контроля самостоятельной работы обучающегося

Тест 1.

1. Дан случайный процесс $X(t) = (t^2 + t - 2)U + 4t$, где U - случайная величина, принимающая значения из интервала $(2;8)$. Тогда реализация процесса $X(t)$ в одном испытании, в котором величина U приняла значение 4, имеет вид:
 1) $4t^2 + 3t - 8$; 2) $4(t^2 + t - 2)$; 3) $4t^2 + 6t - 8$; 4) $4(t^2 + 2t - 2)$.
2. Случайный процесс $X(t) = (2t^2 \cos 3t + t)U - tg2t$, где U -случайная величина, у которой $M(U) = 3$, имеет математическое ожидание, равное:
 1) $6t^2 \cos 3t + t$; 2) $6t^2 \cos 3t + 3t$; 3) $6t^2 \cos 3t + 3t - tg2t$; 4) $2t^2 \cos 3t + 3t - tg2t$.
3. Случайный процесс $X(t) = t \cos 2tU - 3t$, где U -случайная величина, у которой $D(U) = 1$, имеет корреляционную функцию, равную:
 1) $tt' \cos 2t \cos 2t' - 9tt'$; 2) $tt' \cos 2t \cos 2t'$; 3) $t' \cos 2t - 9tt'$; 4) $t \cos 2t' - 3tt'$.
4. Если взаимная корреляционная функция $R_{XY}(t, t') = \cos(2t + 3t')$, то взаимная корреляционная функция $R_{YX}(t, t')$ имеет вид:
 1) $\cos(2t + 3t')$; 2) $\sin(2t + 3t')$; 3) $\cos(3t + 2t')$ 4) $\sin(3t + 2t')$.
5. Случайный процесс $X(t)$ имеет математическое ожидание $m_X(t) = 3t \cos^2 t + t$. Тогда математическое ожидание случайного процесса $X'(t)$ равно:
 1) $3t \cos^2 t + 1$; 2) $3 \cos^2 t + 3t \sin 2t + 1$; 3) $3 \cos^2 t - 3t \sin 2t + 1$; 4) $3t \cos^2 t + 3t \sin 2t + 1$.
6. Случайный процесс $X(t)$ имеет корреляционную функцию $k_X(t, t') = 2tt'e^t e^{t'}$. Тогда дисперсия случайного процесса $Y(t) = \int_0^t X(s)ds$ равна:
 1) $2e^t e^{t'}(t-1)(t'-1)$; 2) $2e^t e^{t'}(t-1)(t'-1)+1$;
 3) $2e^t e^{t'}((t-1)+1)((t'-1)+1)$; 4) $2(e^t(t-1)+1)(e^{t'}(t'-1)+1)$.

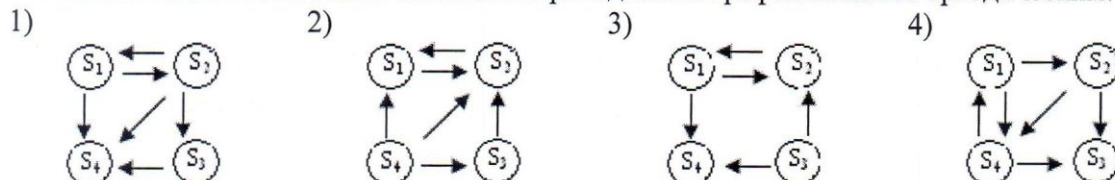
7. Случайные процессы $X(t)$ и $Y(t)$ некоррелированные, причем $k_X(t, t') = 2 \cos 3t \cos 3t'$ и $k_Y(t, t') = 2 \sin 3t \sin 3t'$. Тогда корреляционная функция суммы этих случайных величин равна:

- 1) $2 \sin 3(t + t')$; 2) $2 \cos 3(t + t')$; 3) $2 \sin 3(t - t')$ 4) $2 \cos 3(t - t')$.

8. Если корреляционная функция случайной функции $X(t)$ имеет вид $k_X(t, t') = tt'e^{t+t'}$, то взаимная корреляционная функция $R_{X\dot{X}}$ случайной функции $X(t)$ и ее производной равна:

- 1) $te^{t+t'}(1+t')$; 2) $(t+t')e^{t+t'}$; 3) $t'(1+t)e^{t+t'}$; 4) $(t-t')e^{t+t'}$.

9. Указать какое из множеств состояний приведенных графов является эргодическим:



10. Дана матрица переходных вероятностей цепи Маркова $p_{ij} = \begin{pmatrix} 0.6 & 0.2 & 0.2 \\ 0.4 & 0 & 0.6 \\ 0 & 0.5 & 0.5 \end{pmatrix}$. Считая,

что в начальный момент система находилась в состоянии s_2 , то вероятность состояния s_3 на втором шаге равна:

- 1) 0.24; 2) 0.38; 3) 0.12; 4) 0.64.

11. Дана матрица переходных вероятностей цепи Маркова $p_{ij} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.2 \\ 0.4 & 0.6 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Предельная вероятность второго состояния равна:

- 1) $\frac{25}{49}$; 2) $\frac{20}{25}$; 3) $\frac{16}{25}$; 4) $\frac{4}{49}$.

12. Дана матрица интенсивностей $\lambda_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ Марковского процесса. Считая, что в

начальный момент $t = 0$ система находится в состоянии s_1 , то вероятности состояний равны:

- 1) $\begin{cases} p_1(t) = 0.3 + 0.2e^{-3t} \\ p_2(t) = 0.2 - 0.2e^{-3t} \end{cases}$; 2) $\begin{cases} p_1(t) = 0.2 - 0.3e^{-2t} \\ p_2(t) = 0.3 + 0.3e^{-2t} \end{cases}$;
3) $\begin{cases} p_1(t) = 0.6 + 0.4e^{-5t} \\ p_2(t) = 0.4 - 0.4e^{-5t} \end{cases}$; 4) $\begin{cases} p_1(t) = 0.2 - 0.6e^{-4t} \\ p_2(t) = 0.6 + 0.4e^{-4t} \end{cases}$.

13. Дана система уравнений Колмогорова $\begin{cases} \frac{dp_1(t)}{dt} = 3p_2(t) - 2p_1(t) \\ \frac{dp_2(t)}{dt} = 2p_1(t) - 3p_2(t) \end{cases}$ Известно, что в

системе состояний установился стационарный режим, тогда предельная вероятность второго состояния равна:

- 1) 0.4; 2) 0.6; 3) 0.2; 4) 0.3.

14. Телефонная станция имеет 5 линий связи. Заявка, пришедшая в момент, когда все линии заняты, получает отказ; поток вызовов поступающих на станцию простейший. Среднее число вызовов поступивших в одну минуту равно 2; средняя продолжительность

разговора равна 1.5 минуты. Вероятность отказа равна 0.11, тогда коэффициент загрузки линий равен:

- 1) 0.57 2) 0.47; 3) 0.43 4) 0.53.

15. Если известна корреляционная функция $k_X(\tau) = e^{-\tau^2}$ стационарной функции $X(t)$, то корреляционная функция случайной функции $Y(t) = X(t) + X'(t)$ равна:

- 1) $(2 - 3\tau^2)e^{-\tau^2}$ 2) $(3 - 4\tau^2)e^{-\tau^2}$ 3) $(2 - \tau^2)e^{-\tau^2}$ 4) $(1 - 3\tau^2)e^{-\tau^2}$

16. Если спектральная плотность стационарной случайной функции имеет вид

$$s_X(\omega) = \frac{10}{\pi(1 + \omega^2)}, \text{ то ее дисперсия равна:}$$

- 1) 5; 2) 20; 3) 10; 4) 15.

17. Если корреляционная функция стационарной случайной функции $X(t)$ равна

$$k_X(\tau) = \begin{cases} 1 - |\tau|, & \text{при } |\tau| \leq 1 \\ 0, & \text{при } |\tau| \geq 1 \end{cases}, \text{ то ее спектральная плотность имеет вид:}$$

- 1) $\frac{\sin^2 \omega}{\pi \omega^2}$ 2) $2 \frac{\sin^2 \frac{\omega}{2}}{\pi \omega}$ 3) $\frac{\sin 2\omega}{\pi \omega^2}$ 4) $2 \frac{\sin^2 \frac{\omega}{2}}{\pi \omega^2}$.

18. Если в Марковском процессе с непрерывным временем установился стационарный режим, то вероятности состояний найдем по формуле (число состояний конечно):

$$1) \frac{dp_i(t)}{dt} = \sum_{j=1, i \neq j}^n \lambda_{ji} p_j(t) - \sum_{j=1, i \neq j}^n \lambda_{ij} p_i(t), i = 1, 2, \dots, n;$$

$$2) \sum_{j=1, i \neq j}^n p_{ji} p_j = p_i \cdot \sum_{j=1, i \neq j}^n p_{ij}, i = 1, 2, \dots, n;$$

$$3) \sum_{j=1, i \neq j}^n \lambda_{ji} p_j = p_i \cdot \sum_{j=1, i \neq j}^n \lambda_{ij}, i = 1, 2, \dots, n;$$

$$4) p_j(k) = \sum_{i=1}^n p_i(k-1) p_{ij}, j = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots$$

19. Корреляционная функция-это:

- 1) отношение ковариации двух сечений двух случайных процессов к произведению среднеквадратических отклонений этих сечений;
- 2) ковариация двух сечений двух случайных процессов;
- 3) отношение ковариации двух сечений одного случайного процесса к произведению среднеквадратических отклонений этих сечений;
- 4) ковариация двух сечений одного случайного процесса.

20. Реализация случайного процесса это:

- 1) случайная функция аргумента t при фиксированном элементарном событии ω ;
- 2) случайная функция аргумента ω при фиксированном времени t ;
- 3) неслучайная функция аргумента t при фиксированном элементарном событии ω ;
- 4) неслучайная функция аргумента ω при фиксированном времени t ;

7.4 Образцы заданий к контрольным работам.

Контрольная работа №1.

Вариант 1.

1. Найти математическое ожидание, корреляционную функцию и дисперсию случайной функции $X(t) = U \cos 2t + \sin 2t$, где U -случайная величина, заданная плотностью

$$\text{распределения: } f(u) = \begin{cases} 0, & u \notin (0;4) \\ \frac{1}{4}, & u \in (0;4) \end{cases}$$

2. Задана случайная функция $X(t) = Ute^{3t}$, где U – случайная величина, причем $M(U)=5$, $D(U)=1$. Найти корреляционную функцию и дисперсию интеграла $Y(t) = \int_0^t X(s)ds$.

3. Дана матрица переходных вероятностей: $(p_{ij})_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.3 & 0.4 \\ 0 & 0.2 & 0.8 \\ 0.6 & 0 & 0.4 \end{pmatrix}$.

Требуется: а) построить граф состояний для цепи Маркова;
б) найти вероятности состояний в момент времени $t=3$ ($k=3$), если в начальный момент $t=0$ система находилась в состоянии s_1 .

4. Дана матрица переходных вероятностей: $(p_{ij})_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.5 & 0.4 \\ 0.2 & 0.3 & 0.5 \\ 0 & 0.6 & 0.4 \end{pmatrix}$.

Требуется: а) построить граф состояний для цепи Маркова;
б) найти предельные вероятности состояний.

Контрольная работа №2.

Вариант 1.

1. Дана матрица интенсивностей: $(\lambda_{ij})_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$.

Требуется: а) построить граф состояний для Марковского процесса с непрерывным временем; б) найти вероятности состояний, считая, что в начальный момент времени система находится в состоянии s_1 .

2. Дана матрица интенсивностей: $(\lambda_{ij})_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

Требуется: а) построить граф состояний для Марковского процесса с непрерывным временем; б) найти предельные вероятности состояний.

3. Выяснить, является ли случайный процесс $X(t) = U \sin 2t$, где U – случайная величина, распределенная по равномерному закону на отрезке $[-3;3]$, стационарным?

4. Найти корреляционную функцию случайной функции $X'(t)$, если корреляционная функция стационарной случайной функции $X(t)$ равна $k(\tau) = \cos^2 \tau$.

5. Найти спектральную плотность стационарного случайного процесса $X(t)$, зная ее корреляционную функцию

$$k(\tau) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{5} |\tau| & \text{при } |\tau| \leq 5 \\ 0 & \text{при } |\tau| > 5 \end{cases}$$

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

8.1. Основная литература:

1. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие / В. Е. Гмурман. – 8-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2003. – 405 с.

2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика М.: – 4-е изд., дополн. – Высш. шк., 1972. – 368 с.

3. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и инженерные приложения, М.: Высшая школа, 2000. – 383 с.

4. Сборник задач по Теории вероятностей, математической статистике и теории случайных процессов. Под редакцией Свешникова А.А. М. 1970

5. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов. М 1991

8.2. Дополнительная литература:

1. Гихман И.И., Скороход А.В. Введение в теорию случайных процессов. М 1977
2. Миллер Б.М., Панков А.Р. Теория случайных процессов. М 2002

8.3. Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

1. <http://www.mathelp.spb.ru> - Лекции по высшей математике, учебники on-line, математические web-сервисы.
2. <http://teorver-online.narod.ru/> - Электронная версия нового учебника А.Д. Маниты (мех-мат МГУ) по теории вероятностей и математической статистике.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля):

аудиторный фонд, в том числе аудитории с интерактивными досками; технические и электронные средства обучения (калькуляторы, ЭВМ)

10. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины:

Для лучшего усвоения дисциплины, необходимо в дисциплине «Теория случайных процессов» усвоить классификацию случайных процессов, знать виды случайных процессов и характеристики случайного процесса. Уметь находить вероятности состояний в Марковских процессах. Уметь использовать аппарат случайных величин при решении задач. Все это позволит лучше усвоить другие дисциплины, использующие вероятностные методы.

В качестве особенности организации самостоятельной работы в процессе изучения дисциплины отметим то, что 18 часов отводится на самостоятельную работу и 36 часов на экзамен.

11. Технологическая карта дисциплины

Технологическая карта по дисциплине «Теория случайных процессов»

Курс 3

группа ФМ16ДР62ПМ (310)

семестр 6

2018-2019 учебный год

Преподаватель – лектор ст. преп. Косюк Н.В.

Преподаватель, ведущий практические занятия – ст. преп. Косюк Н.В.

Кафедра Прикладной математики и информатики

Таблица №7

Семестр	Трудоемкость, з.е./часы	Количество часов					Форма итогового контроля
		В том числе					
		Аудиторных				Самост. работы	
		Всего	Лекций	Лаб. раб.	Практич. зан		
6	3/108	54	27		27	18	36 экзамен

Таблица 8

Форма текущей аттестации	Расшифровка	Минимальное кол-во баллов	Максимальное кол-во баллов
Посещение лекционных занятий	Рассчитывается согласно таблице №9	0	10
Работа на практических занятиях		0	10
Контрольная работа №1 на тему «Случайные процессы, их характеристики. Операции над случайными процессами»		0	25

Контрольная работа №2 на тему «Марковские случайные процессы. Стационарные случайные процессы»		0	25
Итого количество баллов по текущей аттестации		45	70
Промежуточная аттестация	Экзамен	10	30
Итого по дисциплине		55	100

Начисление баллов по результатам посещения занятий*

Таблица №9

Процент посещенных занятий	Начисляемые баллы
0-49%	0 баллов
50-54%	1 балл
55-59%	2 балла
60-64%	3 балла
65-69%	4 балла
70-74%	5 баллов
75-79%	6 баллов
80-84%	7 баллов
85-89%	8 баллов
90-94%	9 баллов
95-100%	10 баллов

*В случае посещения студентом менее чем 85% лекций, предусмотренных учебной программой по дисциплине, для получения рейтингового балла, начисляемого по данному критерию, студент обязан предоставить преподавателю конспект пропущенных лекций. Пропущенные практические занятия отрабатываются в установленном порядке.

Рабочая учебная программа по дисциплине «Теория случайных процессов» составлена в соответствии с требованиями Федерального Государственного образовательного стандарта ВО по направлению **01.03.04 Прикладная математика** профиль подготовки **Математическое моделирование в экономике и технике**

Составитель _____ /Н.В. Косюк, ст. преп./

Зав. кафедрой ПМ и И _____ /А.В. Коровай, доц., к.ф.-м.н./

Согласовано:
Зав. кафедрой ПМ и И _____ / А.В. Коровай, доц., к.ф.-м.н./

Декан физ.-мат. факультета _____ /О.В. Коровай, доц., к.ф.-м.н./