

1. II, III сем
и за 10172

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко»

Филиал ПГУ им. Т.Г. Шевченко в г. Рыбница
Кафедра информатики и программной инженерии



Директор филиала ПГУ им. Т.Г. Шевченко в г. Рыбница
доцент Л.А. Тягульская
« » 2016 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

на 2016/2017 учебный год

УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

«МАТЕМАТИКА»

Направление подготовки:

15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств»

Профиль подготовки:

«Автоматизация технологических процессов и производств»

Квалификация (степень) выпускника
Бакалавр

Форма обучения:
заочная

Рыбница 2016

Рабочая программа дисциплины «*Математика*» /сост. Л.А. Тягульская – Рыбница: филиал ПГУ им. Т.Г. Шевченко в г. Рыбница, 2016 – 42 с.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ПРЕДНАЗНАЧЕНА ДЛЯ ПРЕПОДАВАНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ
БАЗОВОЙ ЧАСТИ БЛОКА ДИСЦИПЛИН (МОДУЛЕЙ) СТУДЕНТАМ ЗАОЧНОЙ ФОРМЫ
ОБУЧЕНИЯ ПО НАПРАВЛЕНИЮ ПОДГОТОВКИ 15.03.04 – «АВТОМАТИЗАЦИЯ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И ПРОИЗВОДСТВ».**

Рабочая программа составлена с учётом Федерального Государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 15.03.04 – «Автоматизация технологических процессов и производств», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 12 марта 2015 г. № 200.

Составитель:  Л.А. Тягульская, доцент

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Курс «Математика» относится к тем дисциплинам, которые закладывают основу «математического мировоззрения». Он должен по возможности облегчить дальнейшее применение математики к специальным дисциплинам.

Целями освоения дисциплины «Математика» являются:

- формирование у будущих специалистов основных представлений в области математического анализа, необходимых для использования в других математических дисциплинах;
- получение основных навыков решения задач математического анализа;
- формирование навыков использования методов математического анализа для решения прикладных и научных задач.

Задачей дисциплины является изучение основных разделов математики (интегральное исчисление, дифференциальное исчисление, функции нескольких переменных, ряды).

2. Место дисциплины в структуре ООП ВПО

Дисциплина «Математика» относится к базовой части блока дисциплин подготовки студентов по направлению 15.03.04 – «Автоматизация технологических процессов и производств».

Для освоения дисциплины «Математика» студенты используют знания, умения, навыки, способы деятельности и установки, полученные и сформированные в ходе изучения школьной дисциплины «Алгебра и начала анализа».

Изучение дисциплины «Математика» является базой для дальнейшего освоения студентами дисциплин «Инженерная и компьютерная графика», «Физика».

3. Требования к результатам освоения дисциплины

Изучение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код компетенции	Формулировка компетенции
ОК-3	Способностью к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия
ОК-5	Способностью к самоорганизации и самообразованию
ОПК-3	Способностью использовать современные информационные технологии, технику, прикладные программные средства при решении задач профессиональной деятельности
ОПК-4	Способностью участвовать в разработке обобщенных вариантов решения проблем, связанных с автоматизацией производств, выборе на основе анализа вариантов оптимального прогнозирования последствий решения
ОПК-5	Способностью участвовать в разработке технической документации, связанной с профессиональной деятельностью

В результате освоения дисциплины студент должен:

3.1. Знать: основные понятия и методы математического анализа, в частности:

- теорию пределов;
- основы интегрального и дифференциального исчисления;
- основные типы дифференциальных уравнений;
- элементы теории функций и функционального анализа;
- теорию рядов и гармонический анализ.

3.2. Уметь: применять методы математического анализа для решения прикладных задач, в частности:

- вычислять пределы, производные, интегралы;

- решать обыкновенные дифференциальные уравнения;
- применять основы интегрального и дифференциального исчисления;
- исследовать числовые и степенные ряды;
- применять теорию рядов в приближенных вычислениях;
- выполнять действия с комплексными числами.

3.3. Владеть:

- методами решения задач из основных разделов математического анализа;
- методами работы с приложениями основных разделов математического анализа.

4. Структура и содержание дисциплины (модуля)

4.1. Распределение трудоемкости в з.е./часах по видам аудиторной и самостоятельной работы студентов по семестрам:

Семестр	Трудоемк ость, з.е./часы	Количество часов					Форма итогового контроля
		В том числе					
		Аудиторных			Самост. работы		
		Всего	Лекций	Лаб.раб.		Практ. зан.	
I	4/144	34	14	—	20	74	Экзамен 36
II	4/144	16	8	—	8	128	Зачет
III	4/144	12	4	—	8	96	Экзамен 36
Итого:	12/432	62	26	—	36	298	

4.2. Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины:

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеауд. работа (СР)
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Введение в анализ	28	4	6	–	18
2	Производная и дифференциал	62	6	8	–	48
3	Неопределенный интеграл	14	6	8	–	–
4	Определенный интеграл	92	2	2	–	88
5	Функции нескольких переменных	32	4	4	–	24
6	Дифференциальные уравнения	32	4	8	–	20
7	Ряды	56	–	–	–	56
8	Двойные и криволинейные интегралы	44	–	–	–	44
Итого:		360	26	36	–	298

4.3. Тематический план по видам учебной деятельности

Лекции

№ п/п	Номер раздела дисциплины	Объем часов	Тема лекции		Учебно- наглядные пособия
I СЕМЕСТР					
1	1	2	Функции и их свойства. Композиция Обратная функция. Элементарные Последовательности. Основные последовательности. Предел последовательности.	функции. функции. свойства числовой	Методическое пособие, компьютерные слайды

2	1	2	Предел функции. Свойства пределов. Односторонние пределы. Неопределенности. Замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых функций. Непрерывность функций. Свойства непрерывных функций. Точки разрыва функций.	Методическое пособие
3	2	2	Приращение аргумента. Приращение функции. Производная функции, ее геометрический и физический смысл. Необходимое условие существования производной. Таблица производных основных элементарных функций.	Методическое пособие, компьютерные слайды
4	2	2	Производная сложной, обратной, неявной, параметрически заданной функции. Логарифмическое дифференцирование. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Правило Лопиталя.	Методическое пособие, компьютерные слайды
5	2	2	Исследование функции: возрастание и убывание; экстремумы функции; задачи о наибольших и наименьших значениях функции.	Методическое пособие, компьютерные слайды
6	3	2	Первообразная функции и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов основных элементарных функций.	Методическое пособие, компьютерные слайды
7	3	2	Основные методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования, метод замены переменной, метод интегрирования по частям.	Методическое пособие, компьютерные слайды
Итого:		14		
II СЕМЕСТР				
8	3	2	Разложение рациональных дробей на простейшие. Интегрирование простейших дробей. Рекуррентная формула. Интегрирование тригонометрических выражений. Универсальная и частные подстановки.	Методическое пособие, компьютерные слайды
9	4	2	Способы вычисления определенных интегралов. Геометрические и физические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы. Интегралы с бесконечными пределами. Интегралы от ограниченных функций.	Методическое пособие, компьютерные слайды
10	5	2	Функции нескольких переменных, их геометрический смысл, понятие предела и непрерывности. Частные производные и полный дифференциал функций двух переменных.	Методическое пособие, компьютерные слайды
11	5	2	Частные производные и дифференциалы высших порядков функций нескольких переменных. Производная по направлению. Градиент.	Методическое пособие
Итого:		8		
III СЕМЕСТР				
12	6	2	Обыкновенные дифференциальные уравнения: определение, задача Коши. Уравнения I порядка: уравнения с разделяющимися переменными, однородные дифференциальные уравнения. Линейные дифференциальные уравнения I порядка. Различные методы их решения.	Методическое пособие
13	6	2	Некоторые виды дифференциальных уравнений, допускающих понижение порядка. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков.	Методическое пособие, компьютерные слайды

		Общие сведения.	
Итого:	4		
Всего:	26		

Практические занятия

№ п/п	Номер раздела дисциплины	Объем часов	Тема практического занятия	Учебно- наглядные пособия
I СЕМЕСТР				
1	1	2	Функции и их свойства. Композиция функции. Обратная функция. Элементарные функции. Последовательности. Основные свойства последовательности. Предел числовой последовательности.	Методическое пособие, карточки с заданиями
2	1	2	Предел функции. Свойства пределов. Односторонние пределы. Неопределенности. Замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых функций.	Методическое пособие
3	1	2	Непрерывность функций. Свойства непрерывных функций. Точки разрыва функций.	Методическое пособие
4	2	2	Приращение аргумента. Приращение функции. Производная функции, ее геометрический и физический смысл.	Методическое пособие, карточки с заданиями
5	2	2	Производная сложной, обратной, неявной, параметрически заданной функции. Логарифмическое дифференцирование.	Методическое пособие, карточки с заданиями
6	2	2	Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Правило Лопиталя.	Методическое пособие
7	2	2	Исследование функции: возрастание и убывание; экстремумы функции; задачи о наибольших и наименьших значениях функции.	Методическое пособие
8	3	2	Первообразная функции и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов основных элементарных функций.	Методическое пособие, карточки с заданиями
9	3	2	Основные методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования, метод замены переменной.	Методическое пособие
10	3	2	Основные методы интегрирования: метод замены переменной, метод интегрирования по частям.	Методическое пособие, карточки с заданиями
Итого:		20		
II СЕМЕСТР				
11	3	2	Разложение рациональных дробей на простейшие. Интегрирование простейших дробей. Рекуррентная формула. Интегрирование тригонометрических выражений. Универсальная и частные подстановки.	Методическое пособие
12	4	2	Способы вычисления определенных интегралов. Геометрические и физические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы. Интегралы с бесконечными пределами. Интегралы от ограниченных функций.	Методическое пособие, карточки с заданиями
13	5	2	Частные производные и дифференциалы высших порядков функций нескольких переменных.	Методическое пособие

14	5	2	Производная по направлению. Градиент. Экстремум функции нескольких переменных.	Методическое пособие, карточки с заданиями
Итого:		8		
III СЕМЕСТР				
15	6	2	Обыкновенные дифференциальные уравнения: определение, задача Коши. Уравнения I порядка: уравнения с разделяющимися переменными, однородные дифференциальные уравнения	Методическое пособие
16	6	2	Линейные дифференциальные уравнения I порядка. Различные методы их решения.	Методическое пособие
17	6	2	Некоторые виды дифференциальных уравнений, допускающих понижение порядка.	Методическое пособие
18	6	2	Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Общие сведения.	Методическое пособие
Итого:		8		
Всего:		36		

Самостоятельная работа студента

Раздел дисциплины	№ п/п	Тема и вид СРС	Трудоемкость (в часах)
Раздел 1	1	Множество вещественных чисел. Функция. Область ее определения. Способы задания. Понятие кривой. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Сложные и обратные функции, их графики. Класс элементарных функций. <i>Работа с литературой.</i>	8
	2	Элементы математической логики. Необходимое и достаточное условия. Прямая и обратная теоремы. Символы математической логики, их использование. Бином Ньютона. Формулы сокращенного умножения. <i>Работа с литературой.</i>	10
Раздел 2	3	Производная функции, ее смысл в различных задачах. Уравнения касательной и нормали к кривой в данной точке. <i>Работа с литературой.</i>	6
	4	Исследование поведения функции и другие приложения дифференциального исчисления к геометрии в пространстве. <i>Работа с литературой.</i>	16
	5	Различные формы комплексных чисел. Основные действия с комплексными числами. <i>Работа с литературой.</i>	10
	6	Разложения многочлена на множители. Теорема Безу. Схема Горнера. <i>Реферат.</i>	8
	7	Интегрирование иррациональных функций. Различные виды подстановок. <i>Работа с литературой.</i>	8
Раздел 4	8	Различные подходы к задаче о криволинейной трапеции. Суммы Дарбу. <i>Реферат.</i>	6
	9	Несобственные интегралы (с бесконечными пределами и интегралы от разрывных функций). Признаки сходимости. <i>Работа с литературой.</i>	8
	10	Приближенное вычисление определенных интегралов: формулы треугольников и трапеций; параболическое интерполирование; формулы Симпсона. <i>Реферат.</i>	12
	11	Приложения определенного интеграла к физике: нахождение статических моментов и центра тяжести кривой; механическая	10

		работа; работа силы трения в плоской пята. <i>Реферат.</i>	
	12	Несобственные интегралы с бесконечными пределами: аналогия с рядами; признаки Абеля и Дирихле; приведение несобственных интегралов к бесконечному ряду. <i>Реферат.</i>	12
	13	Несобственные интегралы от неограниченных функций: условия и признаки существования интегралов; главные значения несобственных интегралов. <i>Работа с литературой.</i>	12
	14	Интегрирование по частям в случае несобственных интегралов. Замена переменных в несобственных интегралах. <i>Работа с литературой.</i>	8
	15	Вычисление несобственных интегралов с помощью интегральных сумм. Интегралы Фруллана. <i>Реферат.</i>	12
	16	Приближенное вычисление несобственных интегралов. Использование асимптотических разложений. <i>Реферат.</i>	8
Раздел 5	17	Арифметическое n-мерное пространство. Области в n-мерном пространстве: открытые и закрытые области. <i>Реферат.</i>	8
	18	Предел функции нескольких переменных. Непрерывность и разрывы функции нескольких переменных. <i>Работа с литературой.</i>	8
	19	Экстремумы функции нескольких переменных. Условные экстремумы. <i>Работа с литературой.</i>	8
Раздел 6	20	Дифференциальные уравнения I порядка. <i>Работа с литературой.</i>	10
	21	Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающих понижение порядка. <i>Работа с литературой.</i>	10
Раздел 7	22	Бесконечные ряды с постоянными членами: признак Гаусса, признак Рабе, признак Куммера, признак Ермакова. <i>Реферат.</i>	16
	23	Разложение в ряд показательной и основных тригонометрических функций. Логарифмический ряд. <i>Работа с литературой.</i>	20
	24	Приближенные вычисления с помощью рядов. <i>Работа с литературой.</i>	10
	25	Разложение функций в ряд Фурье. <i>Реферат.</i>	10
Раздел 8	26	Механические и геометрические приложения двойного интеграла. <i>Работа с литературой.</i>	10
	27	Вычисление площадей с помощью криволинейных интегралов. Их приложения к физическим задачам. <i>Работа с литературой.</i>	10
	28	Понятие тройного интеграла. <i>Работа с литературой.</i>	12
	29	Понятие поверхностного интеграла. <i>Работа с литературой.</i>	12
Итого:			298

5. Примерная тематика курсовых проектов (работ)

Курсовые проекты (работы) не предусмотрены.

6. Образовательные технологии

Семестр	Вид занятия (Л, ПР, ЛР)	Используемые интерактивные образовательные технологии	Количество часов
I	Л	Лекция-визуализация (темы 1, 3-10, 13-15, 17)	26
II	Л	Лекция-визуализация (темы 19, 20, 25, 27, 29-32)	16
Итого:			42

7. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Для оценки качества усвоения курса используются следующие формы контроля:

- **текущий** – контроль выполнения практических заданий;
- **рубежный** – коллоквиумы, контрольные работы по разделам;
- **итоговый** осуществляется посредством тестирования и экзамена.

Контроль самостоятельной работы студентов осуществляется с помощью ответов на практических занятиях, коллоквиумах, ответов на тестирование.

Пример билета к модульному контролю № 1 (I семестр)

1. Для функций $f(x) = \frac{3}{5-2x}$ и $g(x) = \frac{1}{x}$ найти:

- | | |
|------------------|----------------|
| а) $D(f)$; | г) $D(f^{-1})$ |
| б) $E(f)$; | д) $f(g(x))$; |
| в) $f^{-1}(x)$; | е) $g(f(x))$. |

Построить схематичные графики функций $f(x)$ и $f^{-1}(x)$.

2. Вычислить пределы:

- | | |
|---|--|
| а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^5 - x + 2}{2x^5 + 3x^2 + 1}$; | г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{3x \sin x}$; |
| б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{6x^2 - 16x - 6}$; | д) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\ln(2x-1) - \ln(2x-3))$. |
| в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{\sqrt{x+3} - \sqrt{3}}$; | |

3. Найти точки разрыва функции, если они существуют. Исследовать тип разрыва. Построить график функции:

а) $y = \begin{cases} -2, & x < 0 \\ -2 \cos x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ \pi + x, & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$;	б) $y = e^{\frac{1}{x+2}}$.
--	------------------------------

4. Пользуясь определением предела функции, доказать, что функция $f(x) = 2x + 3$ имеет в точке $x = 4$ предел, равный 11. Каково должно быть δ , чтобы из неравенства $|x - 4| < \delta$ следовало неравенство $|f(x) - 11| < 0.01$? Будет ли функция непрерывна в этой точке?

Пример билета к модульному контролю № 2 (I семестр)

1. Пользуясь определением производной, найти производную функции $y = x^3 + 3x^2 - 5x + 4$.

2. Найти производные следующих функций:

- | | |
|------------------------------------|--------------------------------------|
| а) $f(x) = 3x^3 + 4x^2 - 2x + 1$; | г) $y = e^{4x^2} \sin \frac{x}{2}$; |
| б) $y = x \cos 3x^2$; | д) $y = x^{\sqrt{x}}$. |
| в) $y = \ln t g^2 \frac{x}{3}$; | |

3. Найти $\frac{d^2y}{dx^2}$ функции: $\begin{cases} x = b \sin t \\ y = a \cos t \end{cases}$
4. Найти приращение Δy и дифференциал dy функции $y = x^3 + 3x^2$ в точке $x=1$ при $\Delta x = 1; 0,1; 0,01$.
5. Пользуясь правилом Лопиталя, найти следующие пределы:
- а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{x}{\ln x} \right)$; в) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{1 + \cos 4x}$.
6. Исследовать функцию и построить ее график: $f(x) = \frac{2x}{1-x^2}$.

Пример билета к модульному контролю № 3 (I семестр)

Найти неопределенные интегралы. Результат проверить дифференцированием

- а) $\int x \sin 4x dx$; б) $\int \frac{x^3 + 3}{x^2 + x - 6} dx$; в) $\int \frac{\cos^5 x}{\sin^7 x} dx$; г) $\int \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} dx$.

Пример билета к модульному контролю № 4 (II семестр)

1. Вычислить определенные интегралы:
- а) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sqrt{\cos^3 x \cdot \sin x}}$; б) $\int_1^{\sqrt{5}} (4 - x^2)^{\frac{3}{2}} dx$.
2. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость:
- а) $\int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}}$; б) $\int_1^{+\infty} \frac{x-5}{x^2-2x+2} dx$.
3. Доказать, используя признак сравнения, сходится или расходится несобственный интеграл $\int_1^{+\infty} \frac{2 + \cos x}{x^3} dx$.
4. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y = (x-2)^2$, $y = 2 - (x-2)^2$. Сделать рисунок.
5. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями: $y = \cos 3x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{6}$. Сделать рисунок.

Пример билета к модульному контролю № 5 (II семестр)

1. Найти экстремумы функции двух переменных.
 $z = 2x^3 + 6xy^2 - 30x - 24y$
2. Для функции $z = (x^2y + 1)^2$:

- а) найдите частные производные 1-го и 2-го порядков в общем виде и в точке (1, 1), убедившись в равенстве смешанных производных;
- б) найдите градиент функции в общем виде и в точке (2, 1);
- в) найдите дифференциал функции в общем виде и в точке (2, 1);
- г) найдите производную в точке (1, 2) по направлению вектора (1, 4);
- д) пусть $x = 2t$, $y = t^2 - 1$, найдите z'_t в общем виде и при $t = 1$, используя формулу вычисления производной сложной функции двух переменных.

Пример билета к модульному контролю № 6 (II семестр)

- $3^{x-y} dx - 4^{x+y} dy = 0$
- $(x^2 - xy + y^2)dx - x^2 dy = 0$
- $y' - 3\frac{y}{x} - x^3 = 0$
- $xy'' = y' \ln \frac{y'}{x}$
- $y'' - 2y' - 3y = (x + 2)e^{3x}$

Пример билета к модульному контролю № 7 (II семестр)

- Исследовать числовые ряды на сходимость. Для сходящихся знакопеременных рядов установить характер сходимости (абсолютная или условная).

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{n^3}{2^n}.$$

- Исследовать сходимость степенного ряда, указав область его сходимости.

$$\frac{(x+2)^2}{1 \cdot 3} + \frac{(x+2)^4}{4 \cdot 3^2} + \frac{(x+2)^6}{9 \cdot 3^3} + \dots$$

- Разложить функцию $y = \sin 2x$ в ряд Маклорена, определить область сходимости ряда

Образец теста для проведения итогового контроля по итогам освоения дисциплины, а также для контроля самостоятельной работы студента (1 семестр)

Указания: Напишите Вашу фамилию, номер группы и дату. Для ответа на вопрос с выбором варианта ответа достаточно написать номер вопроса и рядом букву, обозначающую правильный вариант из предложенных в тексте ответов на вопрос. Если Вы считаете правильными несколько вариантов ответов, то запишите через запятую соответствующие литеры букв.

Расчет количества тестовых заданий по дисциплине

№	Дидактические единицы	Всего часов	Лекции (час)	Лаб. р. (час)	Практ. з. (час)	Сам. р. (час)	Коэфф. информ.	Кол-во тестов. заданий
1	ДЕ 1	34	10	—	10	14	0,31	25
2	ДЕ 2	40	14	—	14	12	0,38	30
3	ДЕ 3	34	12	—	12	10	0,31	25
	ИТОГО	108	36		36	36	1	80

Номер

Наименование темы задания

задания	
ДЕ 1. Введение в анализ (критерий освоения ДЕ: не менее 13 правильно выполненных заданий)	
15-22	Функции и их свойства.
1-8, 10-14, 25	Предел функции. Свойства пределов. Неопределенности. Замечательные пределы.
9	Сравнение бесконечно малых функций.
ДЕ 2. Производная и дифференциал (критерий освоения ДЕ: не менее 16 правильно выполненных заданий)	
1-17	Производная функции, ее геометрический и физический смысл.
18-25	Дифференциал функции, его геометрический смысл.
26-30	Исследование функции.
ДЕ 3. Неопределенный интеграл (критерий освоения ДЕ: не менее 13 правильно выполненных заданий)	
4-9	Первообразная функции и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
1, 2, 10-20	Основные методы интегрирования.
21-24	Разложение рациональных дробей на простейшие. Интегрирование простейших дробей.
3	Интегрирование тригонометрических выражений. Универсальная и частные подстановки.
25	Интегрирование некоторых видов иррациональностей.

ДЕ 1. Введение в анализ – 25

- Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{x^2-25}$, не пользуясь правилом Лопиталя.
 - 0,3;
 - 0,1;
 - 0,4;
 - 0,7.
- Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{2x}$, не пользуясь правилом Лопиталя.
 - $\frac{5}{3}$;
 - $\frac{4}{3}$;
 - $\frac{5}{2}$;
 - $\frac{4}{5}$.
- Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{1+x} \right)^x$, не пользуясь правилом Лопиталя.
 - e^{-2} ;
 - e^{-1} ;
 - e ;
 - e^2 .
- Функция $y = x^2$ в окрестности бесконечности является:
 - бесконечно малой величиной;
 - бесконечно большой величиной;
 - ни тем, ни другим.

5. Функция $y = \frac{x^2 + 1}{x}$ в окрестности нуля является величиной:
- бесконечно малой;
 - бесконечно большой;
 - ни тем, ни другим.
6. По теореме о пределе частного $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{u(x)}{v(x)}$ равен:
- $\frac{(\lim_{x \rightarrow x_0} u(x))v(x_0) - u(x_0)(\lim_{x \rightarrow x_0} v(x))}{v^2(x_0)}$;
 - $\frac{\lim_{x \rightarrow 0} u(x)}{\lim_{x \rightarrow \infty} v(x)}$;
 - $\frac{A}{B}$, где $A = \lim_{x \rightarrow x_0} u(x)$ и $B = \lim_{x \rightarrow x_0} v(x)$ – конечные пределы и $B \neq 0$;
 - $\frac{u(x_0)}{v(x_0)}$.
7. Значение предела $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ равно:
- 0;
 - 1;
 - e ;
 - ∞ .
8. Значение предела $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$ равно:
- 0;
 - 1;
 - e ;
 - ∞ .
9. Значение предела $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\operatorname{tg}(x+1)}{\arcsin(x+1)}$ равно:
- 1;
 - $\pi/4$;
 - π ;
 - ∞ .
10. Значение предела $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^{3n}$ равно:
- 1;
 - ∞ ;
 - e^6 ;
 - $e^{2/3}$.
11. Значение предела $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x + 6}{x^2 + x + 2}$ равно:
- 0;
 - 1;
 - 2;
 - ∞ .
12. Значение предела $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 2n - 3}{n^2 - 4n - 1}$ равно:
- 0,5;
 - 1;
 - 3;

d) ∞ .

13. Значение предела $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x}$ равно:

- a) -1;
- b) 0;
- c) 0,5;
- d) 1.

14. Значение предела $\lim_{n \rightarrow -\infty} (\sqrt{n^2 + n} - n)$ равно:

- a) $-\infty$;
- b) 0;
- c) 0,5;
- d) $+\infty$.

15. Укажите область определения функции $y = \sqrt{x^2 - 9x - 22} + \frac{1}{\sqrt{x}}$:

- a) $[11; +\infty)$;
- b) $(-\infty; 11]$;
- c) $(-\infty; -11) \cup (11; +\infty)$;
- d) $(-\infty; +\infty)$.

16. Функция $y = f(x)$ называется возрастающей на промежутке X , если:

- a) большему значению аргумента из этого промежутка соответствует большее значение функции;
- b) большему значению аргумента из этого промежутка соответствует меньшее значение функции;
- c) возрастание функции не зависит от значения аргумента.

17. К трансцендентным функциям не относится _____ функция.

- a) дробно-рациональная;
- b) степенная;
- c) логарифмическая;
- d) тригонометрическая.

18. Относительно оси ординат симметричен график _____ функции.

- a) нечетной;
- b) четной;
- c) общего вида.

19. Укажите область определения функции $y = \frac{25}{3 - \sqrt[4]{x}}$.

- a) $[0; 81) \cup (81; +\infty)$;
- b) $(-\infty; 81]$;
- c) $(-\infty; -81) \cup (81; +\infty)$;
- d) $(-\infty; +\infty)$.

20. Функция называется четной, если для любых значений x из области определения:

- a) $f(-x) = f(x)$;
- b) $f(-x) = -f(x)$;
- c) $f(x) = f(-x)$.

21. Укажите область определения функции $y = \sqrt[3]{x^2 + 2x - 3}$.

- a) $[0; 1) \cup (1; +\infty)$;
- b) $(-\infty; 1]$;
- c) $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$;
- d) $(-\infty; +\infty)$.

22. Выберите функцию, не являющуюся непрерывной в точке $x = 2$ функции:
- $\sqrt{8 - x^3}$;
 - $\frac{x+5}{x^2+1}$;
 - $x^2 + 25$;
 - $\frac{5x^5 + x^2 + 1}{(2x-3)x^8}$.
23. Предел $\lim_{x \rightarrow 3} [(4x+13) \cdot (x^2+1)]$ равен:
- 300;
 - 160;
 - 120;
 - 250.
24. Выберите функцию, у которой не существует предела при $x \rightarrow 0$.
- $f(x) = x \sin x$;
 - $f(x) = \sin \frac{1}{x}$;
 - $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$;
 - $f(x) = \frac{x^2}{x^4+1}$.
25. Сумма конечного числа бесконечно малых функций является функцией:
- рациональной;
 - неограниченной;
 - бесконечно малой;
 - трансцендентной.

ДЕ 2. Производная и дифференциал – 30

1. Вычислить производную y'_x функции $y = \frac{x}{\sin x + \cos x}$.
- $\frac{\sin x + \cos x + x(\sin x - \cos x)}{1 + \sin 2x}$;
 - $\frac{\sin x + \cos x}{1 + \sin 2x}$;
 - $\frac{\sin x - \cos x + (\sin x + \cos x)}{1 + \sin 2x}$;
 - $\frac{\sin x - \cos x}{1 + \sin 2x}$.
2. Вычислить производную y'_x функции $y = x^{x^2}$.
- $x^{x^2} (2 \ln x + 1)$;
 - $x^{x^2+1} (2 \ln x + 1)$;
 - $2x^{x^2} \ln x$;
 - $x^{x^2+1} (2 \ln x - 1)$.
3. Вычислить производную y'_x функции $x = a \cos t, y = b \sin t$.
- $-\frac{b}{a} \operatorname{ctgt}$;

- b) $\frac{b}{a} \operatorname{ctgt}$;
- c) $-\frac{a}{b} \operatorname{ctgt}$;
- d) $\frac{a}{b} \operatorname{ctgt}$.

4. Если функция в точке a имеет конечную производную, то уравнение касательной имеет вид:

- a) $y = f(a) - f'(a)(x - a)$;
- b) $y = f(a) + f'(a)(x - a)$;
- c) $y = f(a) + f'(a)(x - a)$.

5. Найти производную функции $y = a^x$.

- a) $y' = \frac{1}{x \ln a}$;
- b) $y' = a^x \ln a$;
- c) нет правильного ответа.

6. Найти производную функции $y = \operatorname{tg} x$.

- a) $y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$;
- b) $y' = -\frac{1}{1+x^2}$;
- c) $y' = \frac{1}{\cos^2 x}$.

$$f(x) = \begin{cases} \arcsin\left(x \cos \frac{1}{5x}\right), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

7. Производная функции в точке $x = 0$ равна:

- a) 0;
- b) 1;
- c) 2;
- d) не существует.

8. Производная функции $y = x^2 \cdot e^x$ равна:

- a) $2x \cdot e^x + x^3 \cdot e^{x-1}$;
- b) $2x \cdot e^x$;
- c) $2x + e^x$;
- d) $2x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x$.

9. Производная функции $y = \sin 8x$ равна:

- a) $8 \sin 8x$;
- b) $8 \cos 8x$;
- c) $\cos 8x$;
- d) $\frac{1}{8} \cos 8x$.

10. Производная функции $y = \frac{\ln x}{x}$ равна:

- a) $\frac{1 + \ln x}{x^2}$;
- b) $\frac{1 + \ln x}{x}$;
- c) $\frac{1}{x}$;
- d) $\frac{1 - \ln x}{x^2}$.

11. Производная функции $y = x^{\arcsin x}$ равна:

a) $x^{\arcsin x} \cdot \left(\frac{\ln x}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{\arcsin x}{x} \right);$

b) $x^{\arcsin x} \cdot \ln x \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}};$

c) $\arcsin x \cdot x^{\arcsin x - 1} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}};$

d) $x^{\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}} \cdot \ln x.$

12. Вторая производная функции $y = e^x + x^2 - 1$ равна:

a) $e^x;$

b) $e^x + 1;$

c) $e^x + 2;$

d) $e^x + 2x.$

13. Найти производную функции $\begin{cases} x = \ln \operatorname{tg} t \\ y = 1/\sin t \end{cases};$

a) $-\frac{\cos^2 t}{\sin t};$

b) $\frac{\cos^2 t}{\sin t};$

c) $\frac{\sin t}{\cos^2 t};$

d) $-\frac{\sin t}{\cos^2 t}.$

14. Найти производную функции $\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases};$

a) $-\operatorname{tg} t;$

b) $\operatorname{tg} t;$

c) $-\operatorname{ctg} t;$

d) $\operatorname{ctg} t.$

15. Найти производную функции $\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases};$

a) $t - \sin t;$

b) $1 - \sin t;$

c) $t - \cos t;$

d) $\cos t.$

16. Производная периодической дифференцируемой функции – функция:

a) периодическая;

b) непериодическая;

c) четная;

d) нечетная.

17. Производная четной дифференцируемой функции – функция:

a) четная;

b) нечетная;

c) общего вида.

18. Непрерывность функции есть _____ условие для ее дифференцируемости.

a) необходимое;

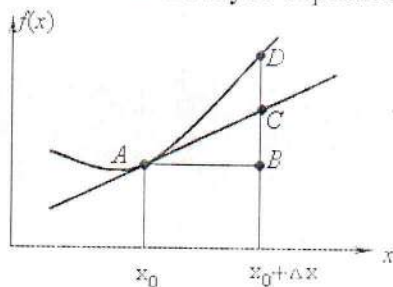
b) достаточное;

c) необходимое и достаточное.

19. Если $\Delta y = A \cdot \Delta x + \alpha(\Delta x) \cdot \Delta x$, то дифференциал – это:

- a) A ;
- b) $A \cdot \Delta x$;
- c) $\alpha(\Delta x)$;
- d) $\alpha(\Delta x) \cdot \Delta x$.

20. Дифференциалу функции $y=f(x)$ в точке $x=x_0$ на основании геометрического смысла соответствует отрезок:



- a) AB;
- b) AC;
- c) BC;
- d) BD.

21. Если приращение функции заменить ее дифференциалом, то $\sin(29^\circ)$ приближенно равен:

- a) $\frac{1}{2} + \frac{\pi\sqrt{3}}{360}$;
- b) $1/2 + \sqrt{3}/2$;
- c) $1/2 - \sqrt{3}/2$;
- d) $\frac{1}{2} - \frac{\pi\sqrt{3}}{360}$.

22. Если функция дифференцируема в точке x_0 , то в точке x_0 функция будет:

- a) иметь разрыв;
- b) иметь экстремум;
- c) непрерывна;
- d) иметь производную.

23. Дифференциал функции $y = x^2 - 1$ равен:

- a) $(2x - 1)dx$;
- b) $x dx$;
- c) $2x dx$;
- d) $(x^2 - 1)dx$.

24. Выберите правильный порядок понятий:

- a) непрерывность $\Rightarrow$ дифференцируемость $\Rightarrow$ интегрируемость $\Rightarrow$ ограниченность;
- b) непрерывность $\Rightarrow$ ограниченность $\Rightarrow$ интегрируемость $\Rightarrow$ дифференцируемость;
- c) дифференцируемость $\Rightarrow$ ограниченность $\Rightarrow$ интегрируемость $\Rightarrow$ непрерывность;
- d) дифференцируемость $\Rightarrow$ непрерывность $\Rightarrow$ интегрируемость $\Rightarrow$ ограниченность.

25. Найти $d^3(x^4)$ (при ответе выбрать числовой множитель):

- a) 3;
- b) 4;
- c) 12;
- d) 24.

26. Функция $y = 1/x$ в точке $x=0$:

- a) непрерывна;
- b) имеет устранимый разрыв;
- c) имеет конечный скачек;
- d) имеет разрыв второго рода.

27. Определите, сколько точек разрыва имеет функция $f(x) = \frac{(x+2)(x-3)^2}{x^4(x-3)(x-1)^3}$;
- 0;
 - 1;
 - 2;
 - 3.
28. Найдите количество экстремумов функции $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$;
- 0;
 - 1;
 - 2;
 - 3.
29. Найдите наибольшее значение функции $y = \log_{\sqrt{5}}(-x^2 - 10x)$;
- 4;
 - 0;
 - 4;
 - 10.
30. Наклонная асимптота графика функции $f(x) = \frac{2x^3}{x^2 - 1}$ имеет уравнение:
- $y = 2x$;
 - $y = 2x - 1$;
 - $y = 2x + 1$;
 - $y = 3x + 1$.

ДЕ 3. Неопределенный интеграл – 25

- Вычислить неопределенный интеграл $\int x \sin 3x dx$.
 - $-\frac{x}{3} \cos 3x + \frac{1}{9} \sin 3x + C$;
 - $\frac{x}{3} \cos 3x + \frac{1}{9} \sin 3x + C$;
 - $-\frac{x}{3} \sin 3x + \frac{1}{9} \cos 3x + C$;
 - $\frac{x}{3} \sin 3x + \frac{1}{9} \cos 3x + C$.
- Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{x-1}{x^2+2x} dx$.
 - $C + \frac{1}{2} \ln|x| + \frac{3}{2} \ln|x+2|$;
 - $C - \frac{1}{2} \ln|x| + \frac{3}{2} \ln|x+2|$;
 - $C + \frac{1}{2} \ln|x| - \frac{3}{2} \ln|x+2|$;
 - $C - \frac{1}{2} \ln|x| - \frac{3}{2} \ln|x+2|$.
- Вычислить неопределенный интеграл $\int \sin^3 x \cdot \cos^2 x dx$.
 - $\frac{1}{15} \cos^2 x (3 \cos^3 x - 5) + C$;
 - $\frac{1}{15} \cos^3 x (3 \cos^2 x + 5) + C$;

c) $\frac{1}{15} \cos^3 x (3 \cos^2 x - 5) + C;$

d) $\frac{1}{15} \cos^2 x (3 \cos^3 x + 5) + C.$

4. Функция $F(x)$ называется первообразной функции $f(x)$ на некотором промежутке, если в каждой точке этого промежутка справедливо равенство:

a) $f'(x) = F(x);$

b) $\int F(x) dx = f(x) + c;$

c) $F'(x) = f(x);$

d) $\int dF(x) = F(x).$

5. Неверными являются следующие свойства неопределённого интеграла:

a) $\int (kf(x)) dx = k \int f(x) dx \quad (k = \text{const});$

b) $\int (f(x)g(x)) dx = (\int f(x) dx)(\int g(x) dx);$

c) $\int (f(x) \pm g(x)) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx;$

d) $\int \frac{f(x)}{g(x)} dx = \frac{\int f(x) dx}{\int g(x) dx}; g(x) \neq 0$

6. Если функция $y=f(x)$ непрерывна на некотором промежутке, то она имеет на этом промежутке:

a) производную;

b) первообразную;

c) неопределённый интеграл;

d) экстремум.

7. Найти интеграл $\int \frac{dx}{x^2};$

a) $-3x^{-4} + c;$

b) $-\frac{1}{2x^2} + c;$

c) $\frac{x^2}{2} + c;$

d) $\frac{1}{2x^2} + c.$

8. Найти интеграл $\int \frac{dx}{7x-5};$

a) $-\frac{7}{(7x-5)^2} + c;$

b) $\ln|7x-5| + c;$

c) $\frac{1}{7} \ln(7x-5) + c;$

d) $\frac{1}{7} \ln|7x-5| + c.$

9. Найдите число k , при котором данное равенство верно $\int \frac{dx}{4+25x^2} = \frac{1}{k} \arctg \frac{5x}{2} + c;$

a) 2;

b) 4;

c) 10;

d) 25.

10. Выберите замену в интеграле $\int (7-3x)^{21} dx;$

a) $t = 3x;$

b) $t = 7-3x;$

c) $t = (7-3x)^{21};$

d) $t = \frac{1}{3}x$.

11. Введите коэффициент k в первообразной $\int (7-3x)^{23} dx = \frac{1}{k} (7-3x)^{24} + c$ целым числом:

- a) 23;
- b) 24;
- c) 72;
- d) 168.

12. Найти интеграл $\int \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} dx$, проводя подстановку $f(x)=t$:

- a) $2\sqrt{f(x)} + c$;
- b) $\frac{1}{2}\sqrt{f(x)} + c$;
- c) $\ln\sqrt{f(x)} + c$;
- d) $\frac{2}{\sqrt{f(x)}} + c$.

13. Найти интеграл $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$ с помощью подстановки $\sqrt{x}=t$.

- a) $2\ln(1+\sqrt{x}) + c$;
- b) $\frac{x^2}{2} \cdot \ln|1+x| + c$;
- c) $\sqrt{x}\ln(1+\sqrt{x}) + c$;
- d) $2\sqrt{x} - 2\ln(1+\sqrt{x}) + c$.

14. В интеграле $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{2-x^2}}$ выполнена подстановка $\sqrt{2-x^2}=t$. Укажите правильную замену выражения $x^3 dx$:

- a) $t(t^2-2)dt$;
- b) $2t\sqrt{2-t^2} dt$;
- c) $(2-t^2)\sqrt{2-t^2} dt$;
- d) $3t^2 dt$.

15. Выберите замену в интеграле $\int \frac{dx}{(\sqrt[3]{x}+7)\sqrt{x}}$.

- a) $\sqrt[3]{x}=t; dx=3t^2 dt$;
- b) $\sqrt{x}=t; dx=2t dt$;
- c) $\sqrt[6]{x}=t; dx=6t^5 dt$;
- d) $\sqrt[6]{x}=t; dx=t dt$.

16. Если $u=f(x)$ и $v=\varphi(x)$ _____ функции, то справедливо равенство $\int u dv = uv - \int v du$, называемое формулой интегрирования по частям.

- a) непрерывно дифференцируемые;
- b) непрерывные;
- c) монотонные;
- d) элементарные.

17. Из предложенных интегралов выбрать те, в которых следует обозначить $u=P_n(x)$ при интегрировании по частям:

- a) $\int P_n(x) \ln(x) dx$;
- b) $\int P_n(x) e^{ax} dx$;
- c) $\int P_n(x) \sin bx dx$;
- d) $\int P_n(x) \arcsin x dx$.

18. Интегралы вида $\int a^{\pm} \sin bx dx$, $\int a^{\pm} \cos bx dx$, $\int \sin(\ln x) dx$, $\int \cos(\ln x) dx$, где a, b, k – некоторые числа ($a > 0$), находят интегрированием по частям. Укажите сколько раз необходимо выполнить эту операцию.
- 0;
 - 1;
 - 2;
 - 3.
19. Интеграл вида $\int (x^5 - 3x^3 + 7x) \sin 4x dx$ находят интегрированием по частям. Укажите сколько раз надо повторить эту операцию.
- 1;
 - 3;
 - 5;
 - 7.
20. Выберите верно найденные du и v по формуле интегрирования по частям для интеграла $\int \arctg \sqrt{x} dx$:
- $du = \frac{dx}{2(1+x)\sqrt{x}}$; $v = x$;
 - $du = \frac{dx}{1+x}$; $v = \sqrt{x}$;
 - $\frac{2\sqrt{x}}{1+x} dx$; $v = x$;
 - $du = \frac{1}{1+x^2} dx$; $v = \sqrt{x}$.
21. Дробно-рациональной функций (или рациональной дробью) называется выражение вида $\frac{P_n(x)}{Q_m(x)}$, где $P_n(x)$ и $Q_m(x)$ – это:
- рациональные функции;
 - элементарные функции;
 - неприводимые многочлены по x степени n и m соответственно;
 - многочлены по x степени n и m соответственно.
22. Рациональная дробь вида $\frac{P_n(x)}{Q_m(x)}$ называется правильной, если выполняется условие:
- $n \leq m$;
 - $n < m$;
 - $n > m$;
 - $n = m$.
23. На множестве действительных чисел определяют ____ типов простейших дробей.
- 1;
 - 2;
 - 3;
 - 4.
24. Выберите правильную первообразную при интегрировании дроби I типа $\int \frac{A}{x-a} dx =$, где A и a – действительные числа.
- $A \ln |x-a| + c$;
 - $\frac{A}{2} (x-a)^{-2} + c$;
 - $A \ln(x-a) + c$;
 - $A \ln|x| - \frac{A}{a} x + c$.

25. Выберите замену и первообразную для интеграла $\int \sqrt{16-x^2} dx$
 $x=4\sin t; 8 \ln|16-x^2| + \sqrt{16-x^2} + c$;
 $x=4\operatorname{tg} t; 8 \arcsin \frac{x}{4} + \frac{1}{2}x\sqrt{16-x^2} + c$;
 $x = \frac{4}{\cos t}; 8 \operatorname{arctg} 4x + x\sqrt{16-x^2} + c$;
 $x=4 \sin t; 8 \arcsin \frac{x}{4} + \frac{1}{2}x\sqrt{16-x^2} + c$.

Бланк ответов к тестовым заданиям

Номер задания	ДЕ 1	ДЕ 2	ДЕ 3
1	b	a	a
2	c	b	c
3	b	a	c
4	b	c	c
5	b	b	b, d
6	c	c	b, c
7	b	d	b
8	c	d	d
9	a	b	c
10	c	d	b
11	c	a	c
12	d	c	a
13	d	a	d
14	c	a	a
15	a	a	c
16	a	a	a
17	a	b	b, c
18	b	a	c
19	a	b	c
20	a	c	a
21	d	d	d
22	a	c, d	b
23	d	c	d
24	b	d	a
25	c	d	d
26	—	d	—
27	—	d	—
28	—	c	—
29	—	c	—
30	—	a	—

**Образец теста для проведения итогового контроля
по итогам освоения дисциплины, а также для контроля самостоятельной работы студента
(2 семестр)**

Указания: Напишите Вашу фамилию, номер группы и дату. Для ответа на вопрос с выбором варианта ответа достаточно написать номер вопроса и рядом букву, обозначающую правильный вариант из предложенных в тексте ответов на вопрос. Если Вы считаете правильными несколько вариантов ответов, то запишите через запятую соответствующие литеры букв.

Расчет количества тестовых заданий по дисциплине

№	Дидактические единицы	Всего часов	Лекции (час)	Лаб. р. (час)	Практ. з. (час)	Сам. р. (час)	Коэфф. информ.	Кол-во тестов. заданий
1	ДЕ 1	28	6	—	6	16	0,26	21
2	ДЕ 2	18	6	—	6	6	0,17	14
3	ДЕ 3	20	8	—	8	4	0,18	14
4	ДЕ 4	18	8	—	8	2	0,17	14
5	ДЕ 5	24	8	—	8	8	0,22	17
	ИТОГО	108	36	—	36	36	1	80

Номер задания	Наименование темы задания
ДЕ 1. Определенный интеграл (критерий освоения ДЕ: не менее 11 правильно выполненных заданий)	
2-4, 6	Определенный интеграл, его свойства.
5, 7-9	Способы вычисления определенных интегралов.
1, 10-15	Приложения определенных интегралов.
16-21	Несобственные интегралы.
ДЕ 2. Функции нескольких переменных (критерий освоения ДЕ: не менее 8 правильно выполненных заданий)	
2	Функции нескольких переменных, их геометрический смысл, понятие предела и непрерывности.
3-13	Частные производные и полный дифференциал функций двух переменных.
14	Производные и дифференциалы высших порядков.
1	Экстремум функции нескольких переменных. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.
ДЕ 3. Дифференциальные уравнения (критерий освоения ДЕ: не менее 8 правильно выполненных заданий)	
1, 3-5	Обыкновенные дифференциальные уравнения: определение, задача Коши.
6-9	Уравнения I порядка: уравнения с разделяющимися переменными, однородные дифференциальные уравнения.
10, 11	Линейные дифференциальные уравнения I порядка. Различные методы их решения.
12, 13	Дифференциальные уравнения высших порядков.
2, 14	Линейные дифференциальные уравнения высших порядков.
ДЕ 4. Ряды (критерий освоения ДЕ: не менее 8 правильно выполненных заданий)	
3-8	Числовые последовательности и ряды. Свойства числовых рядов.
9-12	Признаки сходимости числовых рядов.
13, 14	Знакопеременные ряды. Признак Лейбница.
1	Степенные ряды. Радиус сходимости. Свойства степенных рядов.
2	Приложение рядов.
ДЕ 5. Двойные и криволинейные интегралы (критерий освоения ДЕ: не менее 9 правильно выполненных заданий)	
1-6	Понятие двойного интеграла. Основные свойства двойного интеграла.
7-11	Вычисление двойного интеграла путем сведения его к повторному.
12-14	Переход к полярным координатам. Замена переменных под знаком двойного интеграла.
15, 16	Определение криволинейного интеграла первого рода, его физический смысл, свойства. Вычисление криволинейных интегралов первого рода.
17	Определение криволинейного интеграла второго рода, его физический смысл, свойства. Вычисление криволинейных интегралов второго рода.

ДЕ 1. Определенный интеграл – 21

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 2x + 1$ и $x - y - 1 = 0$.
 - a) $\frac{16}{3}$;
 - b) $\frac{17}{3}$;
 - c) $\frac{16}{5}$;
 - d) $\frac{17}{4}$.
 2. Если существует конечный предел I интегральной суммы _____, составленной для функции $f(x)$ на _____ при условии _____, и этот предел не зависит ни от способа разбиения $[a; b]$ на части, ни от выбора в них промежуточных точек ξ_k , то функция $f(x)$ называется интегрируемой на $[a; b]$; число I называется определенным интегралом от $f(x)$ на $[a; b]$ и обозначается символом _____. (Вставьте номер пропущенного выражения, так чтобы получилось верное определение.)
 - 1) $\max_{k=1, n} \Delta x_k \rightarrow 0$;
 - 2) $[a; b]$;
 - 3) $\sum_{k=1}^n f(\xi_k) \Delta x_k$;
 - 4) $\sum_{k=1}^n f(x) dx$;
 - 5) $\int_a^b f(x) dx$;
 - 6) $(a; b)$.
- Выберите правильную последовательность пропущенных выражений:
- a) 3, 2, 1, 5;
 - b) 2, 3, 6, 5;
 - c) 3, 2, 6, 5;
 - d) 4, 2, 1, 5.
3. Выберите среди приведенных выражений верно написанные свойства определенного интеграла, если $f(x)$ и $g(x)$ – интегрируемы на $[a; b]$, $[a; c]$, $[c; b]$, $k = \text{const}$.
 - a) $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a \frac{1}{f(x)} dx$;
 - b) $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$;
 - c) $\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$;
 - d) $\int_a^b f(x) g(x) dx = \int_a^b f(x) dx \int_a^b g(x) dx$.
 4. Теорема о среднем значении определенного интеграла: если функция $y=f(x)$ непрерывна на $[a; b]$, то найдется хотя бы одна точка $c \in [a; b]$, в которой выполняется равенство:
 - a) $\int_a^b f(x) dx = f(c)(b-a)$;
 - b) $\int_a^b f(x) dx = f'(c)(b-a)$;

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{f(c)}{b-a};$$

$$\int_a^b f(x) dx = c(f(b) - f(a))$$

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

5. Формула Ньютона-Лейбница справедлива, если:

$$a) F'(x) = f(x);$$

$$b) F(x) - \text{непрерывна на } [a; b]; F'(x) = f(x);$$

$$c) f(x) - \text{непрерывна на } [a; b]; F'(x) = f(x);$$

$$d) F(x) = \int_a^x f(t) dt$$

6. Выберите верные утверждения

$$a) \int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx, \text{ если } f(x) - \text{четная};$$

$$b) \int_{-a}^a f(x) dx = 0, \text{ если } f(x) - \text{нечетная};$$

$$c) \int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx, \text{ если } f(x) - \text{нечетная};$$

$$d) \int_{-a}^a f(x) dx = 0, \text{ если } f(x) - \text{нечетная};$$

7. Выберите верную запись формул интегрирования по частям в определенном интеграле:

$$a) \int_a^b u(x) dv(x) = u(x)v(x) - \int_a^b v(x) du(x);$$

$$b) \int_a^b u(x) dv(x) = u(x)v(x) \Big|_a^b - \int_a^b v(x) du(x);$$

$$c) \int_a^b u(x) dv(x) = u(x)v(x) \Big|_\alpha^\beta - \int_\alpha^\beta v(x) du(x);$$

$$d) \int_a^b u(x) dv(x) = u(x)v(x) \Big|_a^b - \int_a^b v(x) u(x) dx$$

$$8. \text{ Вычислить } \int_1^e \ln x dx.$$

$$a) 0;$$

$$b) 1;$$

$$c) e;$$

$$d) 3.$$

$$9. \text{ Вычислить } \int_0^\pi x \cos x dx.$$

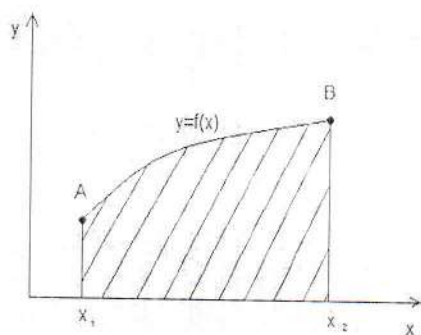
$$a) -2;$$

$$b) 0;$$

$$c) \pi;$$

$$d) 2.$$

10. Укажите верное соответствие между представленной на рисунке плоской фигурой и формулой для нахождения ее площади.



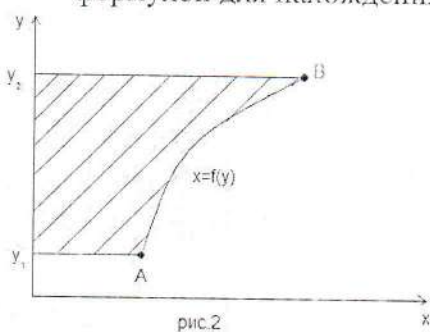
a) $S = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx ;$

b) $S = \int_{y_1}^{y_2} f(y) dy ;$

c) $S = \int_{x_1}^{x_2} f(y) dy ;$

d) $S = \int_{y_1}^{y_2} f(x) dx .$

11. Укажите верное соответствие между представленной на рисунке плоской фигурой и формулой для нахождения ее площади.



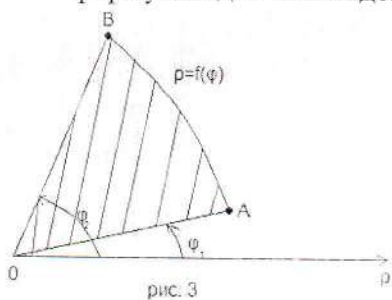
a) $S = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx ;$

b) $S = \int_{y_1}^{y_2} f(y) dy ;$

c) $S = \int_{x_1}^{x_2} f(y) dy ;$

d) $S = \int_{y_1}^{y_2} f(x) dx .$

12. Укажите верное соответствие между представленной на рисунке плоской фигурой и формулой для нахождения ее площади.



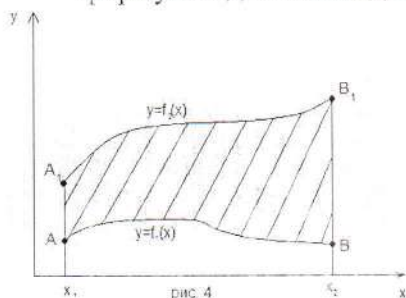
a) $S = \frac{1}{2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \rho^2 d\varphi ;$

b) $S = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \rho d\varphi;$

c) $S = \int_{y_1}^{y_2} f(y) dy;$

d) $S = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx.$

13. Укажите верное соответствие между представленной на рисунке плоской фигурой и формулой для нахождения ее площади.



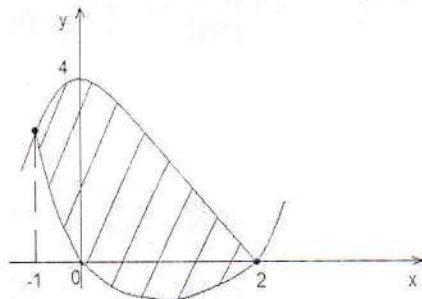
a) $S = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx;$

b) $S = \int_{y_1}^{y_2} f(y) dy;$

c) $S = \int_{x_1}^{x_2} (f_2(x) - f_1(x)) dx;$

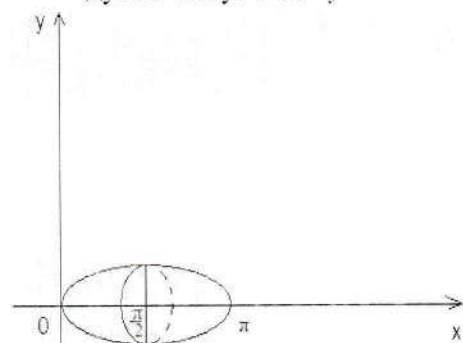
d) $S = \int_{x_1}^{x_2} (f_1(x) - f_2(x)) dx.$

14. Вычислить площадь, ограниченную параболой $y = 4 - x^2$ и $y = x^2 - 2x$:



- a) 0;
b) 5;
c) 10;
d) 15.

15. Вычислить объем тела вращения вокруг оси Ox криволинейной трапеции, ограниченной дугой синусоиды $y = \sin x$ и отрезком $[0; \pi]$.



- a) $\pi^2 - 1;$

b) $\frac{1}{3}\pi^2$;

c) $\frac{1}{2}\pi^2$;

d) $\frac{1}{2}\pi$.

16. К несобственным интегралам первого рода относятся:

a) $\int_0^{\infty} x^2 dx$;

b) $\int_0^1 \frac{\sin x}{x^2} dx$;

c) $\int_0^1 \frac{1}{x^2} dx$;

d) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\infty} \frac{\sin x}{x^2} dx$.

17. Вычислите несобственный интеграл первого рода $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^{\frac{2}{3}} dx$.

a) $\frac{1}{2}$;

b) 1;

c) 2;

d) интеграл расходится;

18. Вычислите несобственный интеграл первого рода $\int_1^{16} x^{\frac{4}{3}} dx$.

a) 2

b) 5;

c) 6;

d) интеграл расходится.

19. К несобственным интегралам второго рода относятся:

a) $\int_0^{\infty} x^2 dx$;

b) $\int_0^1 \frac{1}{x^2} dx$;

c) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\infty} \frac{\sin x}{x^2} dx$;

d) $\int_0^1 \frac{\sin x}{x^2} dx$.

20. Вычислите несобственный интеграл второго рода $\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$.

a) $\frac{1}{6}$;

b) 1;

c) 2;

d) интеграл расходится.

21. Вычислите несобственный интеграл второго рода $\int_0^3 \frac{1}{x} dx$.

a) $\frac{1}{6}$;

b) 1;

- c) 2;
d) интеграл расходится.

ДЕ 2. Функции нескольких переменных – 14

1. Найти экстремумы функции $z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y$.

- a) $z_{\max} = 9$;
b) $z_{\min} = -9$;
c) $z_{\min} = -7$;
d) $z_{\max} = 5$.

2. Найдите $\lim_{\substack{x \rightarrow +\infty \\ y \rightarrow +\infty}} \left[(x^2 + 3y^2) \sin \frac{1}{x^2 + 3y^2} \right]$.

- a) -1;
b) 0;
c) 1;
d) ∞ .

3. Укажите полный дифференциал dz функции $z = \frac{1}{x^2 + y^2}$.

- a) $dz = \frac{2x}{x^2 + y^2} dx + \frac{2y}{x^2 + y^2} dy$;
b) $dz = -\frac{2x}{(x^2 + y^2)^2} dx - \frac{2y}{(x^2 + y^2)^2} dy$;
c) $dz = -\frac{2x}{(x^2 + y^2)^2} dx - \frac{2y}{(x^2 + y^2)^2} dy$;
d) $dz = -\frac{1}{(x^2 + y^2)^2} dx dy$.

4. Укажите частную производную по x первого порядка z'_x функции $z = e^{xy}$.

- a) $y \cdot e^{xy}$;
b) $-y \cdot e^{xy}$;
c) $x \cdot e^{xy}$;
d) $-x \cdot e^{xy}$.

5. Укажите частную производную по y первого порядка z'_y функции $z = \cos \frac{x}{y}$.

- a) $-\sin \frac{x}{y} \cdot \frac{1}{y}$;
b) $\cos \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y^2}$;
c) $-\sin \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y^2}$;
d) $\sin \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y^2}$.

6. Укажите верную комбинацию частных производных для функции $w = \ln(xyz)$.

- a) $w'_x = \frac{1}{xyz}, w'_y = \frac{1}{xyz}, w'_z = \frac{1}{xyz}$;
b) $w'_x = \frac{1}{x}, w'_y = \frac{1}{y}, w'_z = \frac{1}{z}$;
c) $w'_x = \frac{1}{yz}, w'_y = \frac{1}{xz}, w'_z = \frac{1}{xy}$.

- d) верный ответ отсутствует.
7. Найдите сумму частных производных функции $z = x^{2y}$ в точке $(1,1)$.
- a) 0;
b) 1;
c) 2;
d) 3.
8. Выражение $P(x, y)dx + Q(x, y)dy$ называется полным дифференциалом функции $f(x, y)$ в точке (x_0, y_0) , если:
- a) $\frac{\partial P}{\partial y} = -\frac{\partial Q}{\partial x}$;
b) $P = \frac{\partial f(x_0, y_0)}{\partial y}, Q = \frac{\partial f(x_0, y_0)}{\partial x}$;
c) $\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}$;
d) $P = \frac{\partial f(x_0, y_0)}{\partial x}, Q = \frac{\partial f(x_0, y_0)}{\partial y}$.
9. Укажите частную производную по y первого порядка $\frac{\partial f}{\partial y}$, если $f = (xy^3)^z$.
- a) $(xy^3)^z \cdot \ln|xy^3|$;
b) $(xy^3)^z \cdot \ln|x|$;
c) $3z \cdot x^z y^{3z-1}$;
d) $z \cdot x^{z-1} y^{3z}$.
10. Укажите верные выражения для полного дифференциала dz функции $z = f(x, y)$.
- a) $dz = \frac{df}{dx} dx + \frac{df}{dy} dy$;
b) $dz = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy$;
c) $dz = \frac{dz}{dx} dx + \frac{dz}{dy} dy$;
d) $dz = f'_x dx + f'_y dy$.
11. Укажите, какое из соотношений справедливо для функции $u = \ln(e^x + e^y)$.
- a) $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = 0$;
b) $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial y}$;
c) $\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 1$;
d) $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = 1$.
12. Для функции $z = xy^2 \cdot \operatorname{tg} y$ укажите $\frac{\partial z}{\partial x} \Big|_{M_0}$, где $M_0(1; \frac{\pi}{4})$.
- a) π ;
b) $\frac{\pi^2}{4}$;
c) $\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$;
d) верный ответ отсутствует.

13. Найдите значение выражения $z'_y - 2 \cdot z'_x$ в точке (1,1), где $z = x\sqrt{y}$
- 0;
 - 2;
 - 2;
 - 3.
14. Укажите частную производную по y второго порядка z''_{yy} функции $z = x \cdot \ln \frac{y}{x}$
- $-\frac{x}{y^2}$;
 - $\frac{x}{y^2}$;
 - $\frac{x}{y}$;
 - $-\frac{x^2}{y^2}$.

ДЕ 3. Дифференциальные уравнения – 14

- Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка $y' = \frac{y^2}{x^2} - 2$.
 - $y + 2x = Cx^3 \cdot (y + x)$;
 - $y - 2x = Cx^3 \cdot (y - x)$;
 - $y - 2x = Cx^3 \cdot (y + x)$;
 - $y - 2x = Cx^3 \cdot (y - x)$.
- Найти частное решение дифференциального уравнения второго порядка $4y'' + 16y' + 15y = 4 \cdot e^{-\frac{3}{2}x}$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 3$; $y'(0) = -5,5$.
 - $y = (1+x)e^{-\frac{5}{2}x} + 2e^{-\frac{3}{2}x}$;
 - $y = (1-x)e^{-\frac{5}{2}x} + 2e^{-\frac{3}{2}x}$;
 - $y = (1+x)e^{-\frac{3}{2}x} + 2e^{-\frac{5}{2}x}$;
 - $y = (1-x)e^{-\frac{3}{2}x} + 2e^{-\frac{5}{2}x}$.
- Дифференциальным уравнением называется уравнение, в которое неизвестная функция входит:
 - под знаком интеграла;
 - под знаком производной или дифференциала;
 - под знаком логарифма;
 - в неявном виде.
- Решением дифференциального уравнения $F(x, y, y', \dots, y^n) = 0$ называется функция $y = y(x)$, если она:
 - удовлетворяет начальным условиям;
 - n раз дифференцируема на промежутке I ;
 - монотонна на промежутке I ;
 - обращает при подстановке уравнение в тождество.
- Задачу Коши для дифференциального уравнения первого порядка $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$, формулируют следующим образом (укажите правильные варианты ответа):
 - Найти решение $y(x)$ такое, что $y(x_0) = y_0$;
 - Найти решение $y(x)$ такое, что $y'(x_0) = f(x_0, y_0)$;
 - Найти интегральную кривую, проходящую через заданную точку (x_0, y_0) ;

- d) Найти семейство интегральных кривых вида $y = \varphi(x, c)$.
6. Уравнениями с разделяющимися переменными являются уравнения вида:
- $f(y) dy = g(x) dx$;
 - $y' = f(x, y)$;
 - $y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$;
 - $y' = g(x)p(y)$.
7. Найдите общий интеграл уравнения $x(y^2 - 4) dx + y dy = 0$.
- $\frac{y^2}{2} - 4 \ln y = \frac{x^2}{2} + c$;
 - $y^2 - 4 = ce^{-x^2}$;
 - $y^2 - 4 = ce^{x^2}$;
 - $\sqrt{y^2 - 4} = ce^{x^2}$.
8. Однородным дифференциальным уравнением первого порядка называется уравнение вида:
- $y' = f(x, y)$;
 - $f(x)dx = g(y)dy$;
 - $ay' + by + c = 0$;
 - $y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$.
9. Выберите правильную замену для решения однородного дифференциального уравнения:
- $y = Ux, y' = U'x + U$;
 - $y = UV, y' = U'V + UV'$;
 - $y = \frac{U}{V}, y' = \frac{U'V - V'U}{V^2}$;
 - $y' = yz$.
10. Линейным дифференциальным уравнением первого порядка называется уравнение вида:
- $y' + p(x)y = f(x)y^2$;
 - $y' + p(x)y = f(x)$;
 - $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$;
 - $f(x)fx = g(y)dy$.
11. Интегрировать линейное неоднородное дифференциальное уравнение можно методами:
- вариаций постоянной;
 - Коши;
 - Бернулли;
 - подбора.
12. Указать верную замену для решения уравнения $y \cdot y'' = y^2 \cdot y' + (y')^2$.
- $y' = p(x), y'' = p'(x)$;
 - $y' = p(y), y'' = p'_y \cdot p(y)$;
 - $p = \frac{y}{x}$;
 - $p = y \cdot y'$.
13. Общим решением уравнения $y'' = e^x$ является функция:
- $y = e^x$;
 - $y = e^x + C_1$;
 - $y = C_1 e^x + C_2$;
 - $y = e^x + C_1 x + C_2$.
14. Линейное однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка имеет вид:
- $y'' + a_2(x)y'' + a_1(x)y' + a_0(x)y = 0$;
 - $y'' + a_1(x)y' + a_0(x)y = f(x)$;
 - $a_2(x)y' + a_1(x)y = 0$;
 - $y'' + a_1(x)y' + a_0(x)y = 0$.

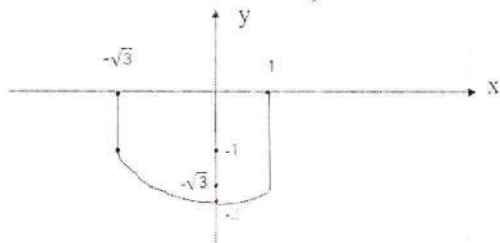
1. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot x^n$.
 - a) $(-1; 1)$;
 - b) $[-1; 1]$;
 - c) $[-1; 1)$;
 - d) $(-1; 1]$.
2. Вычислить с помощью рядов $\frac{1}{\sqrt[5]{e}}$ с точностью до 0,0001.
 - a) 0,8186;
 - b) 0,8187;
 - c) 0,8286;
 - d) 0,8287.
3. Закончить утверждение: «Ряд называется сходящимся, если ... ».
 - a) последовательность его частичных сумм имеет конечный или бесконечный предел;
 - b) предел общего члена ряда равен нулю;
 - c) последовательность его частичных сумм имеет конечный предел;
 - d) предел модуля общего члена равен нулю.
4. Дан сходящийся ряд. При отбрасывании нескольких его ненулевых членов ряд:
 - a) останется сходящимся и его сумма обязательно не изменится;
 - b) останется сходящимся, и его сумма изменится, если сумма отброшенных элементов не равна 0;
 - c) станет расходящимся;
 - d) останется сходящимся и его сумма обязательно уменьшится.
5. Если $U_1, U_2, \dots, U_n$ – числовая последовательность, то $\sum_{k=1}^n U_k, \sum_{k=1}^{\infty} U_k, \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n U_k$ называются соответственно:
 - a) рядом, суммой ряда, частичной суммой;
 - b) суммой ряда, частичной суммой, рядом;
 - c) частичной суммой ряда, суммой ряда, рядом;
 - d) частичной суммой ряда, рядом, суммой ряда.
6. Найдите четвертый член a_4 числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot (n+2)}{2^{n-1}}$.
 - a) 1;
 - b) 2;
 - c) 3;
 - d) 4.
7. Укажите вид общего члена числового ряда $\left(-\frac{6}{3}\right) + \frac{11}{9} + \left(-\frac{16}{27}\right) + \frac{21}{81} + \dots$
 - a) $(-1)^n \frac{(5n-4)}{3^n}$;
 - b) $(-1)^n \frac{(5n+1)}{3^n}$;
 - c) $(-1)^n \frac{(5n-4)}{3^n}$;
 - d) $(-1)^n \frac{(5n+1)}{3^n}$.
8. Укажите верные утверждения, относящиеся к поведению ряда Дирихле $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^a}$:
 - a) при $a < 1$ указанный ряд расходится;
 - b) при $a > 1$ указанный ряд сходится;
 - c) при $a < 1$ указанный ряд сходится;

- d) при $\alpha = 1$ указанный ряд расходится.
9. Необходимым признаком сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} U_n$ является:
- $\lim_{n \rightarrow \infty} U_n = 0$;
 - $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n U_k = 0$;
 - $\lim_{n \rightarrow \infty} U_n = C = \text{const}$;
 - $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{U_n} = 0$.
10. Если для рядов с положительными членами $\sum_{k=1}^{\infty} P_k$ и $\sum_{k=1}^{\infty} P'_k$ выполняется $P_k \leq P'_k$, то (укажите **неверное** утверждение):
- из сходимости ряда $\sum_{k=1}^{\infty} P_k$ следует сходимость $\sum_{k=1}^{\infty} P'_k$;
 - из расходимости ряда $\sum_{k=1}^{\infty} P_k$ следует расходимость $\sum_{k=1}^{\infty} P'_k$;
 - из сходимости ряда $\sum_{k=1}^{\infty} P'_k$ следует сходимость $\sum_{k=1}^{\infty} P_k$.
11. Признак Даламбера сходимости числового ряда $\sum_{k=1}^{\infty} P_k$ с положительными членами P_k заключается в том, что если существует:
- $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{P_{k+1}}{P_k} = q$, то при $q < 1$ ряд расходится, а при $q > 1$ ряд сходится;
 - $\lim_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{P_k} = q$, то при $q < 1$ ряд расходится, а при $q > 1$ ряд сходится;
 - $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{P_{k+1}}{P_k} = q$, то при $q > 1$ ряд расходится, а при $q < 1$ ряд сходится;
 - $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{P_{k+1}}{P_k} = q$, то при $q > 1$ ряд расходится, а при $q \leq 1$ ряд сходится.
12. Признак Коши сходимости числового ряда $\sum_{k=1}^{\infty} P_k$ с положительными членами P_k заключается в том, что если существует:
- $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{P_{k+1}}{P_k} = q$, то при $q < 1$ ряд сходится, а при $q > 1$ ряд расходится;
 - $\lim_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{P_k} = q$, то при $q > 1$ ряд сходится, а при $q < 1$ ряд расходится;
 - $\lim_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{P_k} = q$, то при $q \geq 1$ ряд сходится, а при $q < 1$ ряд расходится;
 - $\lim_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{P_k} = q$, то при $q < 1$ ряд сходится, а при $q > 1$ ряд расходится.
13. Укажите верную формулировку признака абсолютной сходимости знакопеременного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$.
- если сходится ряд $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ сходится абсолютно;
 - если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{u_{n+1}}{u_n} \right|$ сходится, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ сходится абсолютно;
 - если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{|u_n|}$ сходится, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ сходится абсолютно;
 - если $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ сходится абсолютно.

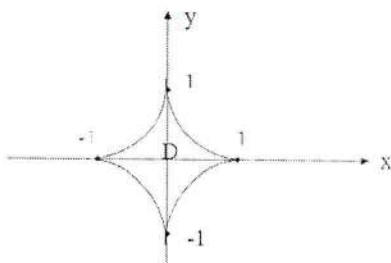
14. Знакопередающий ряд $P_1 - P_2 + P_3 - P_4 + \dots + (-1)^{n+1} P_n + \dots$ ($P_i > 0$) сходится (признак Лейбница), если:
- $P_1 < P_2 < P_3 < P_4 < \dots < P_n < \dots$ и $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n = 0$;
 - $P_1 > P_2 > P_3 > P_4 > \dots > P_n > \dots$ и $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n = 0$;
 - $P_1 > P_2 > P_3 > P_4 > \dots > P_n > \dots$ и $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{P_{n+1}}{P_n} = 0$;
 - $P_1 > P_2 > P_3 > P_4 > \dots > P_n > \dots$ и $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{P_n} = 0$.

ДЕ 5. Двойные и криволинейные интегралы – 17

- По определению двойной интеграл – это предел двойной интегральной суммы $\iint_D f(x, y) dx dy = \lim_{\delta \rightarrow 0} \delta(P_k, \Delta S_k)$, если:
 - предел не зависит от способа разбиения области D на части;
 - предел не зависит от выбора точек $P_k \in \Delta S_k$;
 - предел существует;
 - диаметр разбиения области на части стремится к нулю.
- Укажите геометрический смысл двойного интеграла вида $\iint_D f(x, y) dx dy$, если $f(x, y) \geq 0$ для любых $(x, y) \in D$, $D \subset (oxy)$.
 - площадь поверхности цилиндрического тела;
 - объем цилиндрического тела;
 - площадь области D ;
 - объем цилиндра.
- Площадь плоской области D вычисляется по формуле:
 - $S_D = \iint_D f(x, y) dx dy$;
 - $S_D = \int_C P dx + Q dy$;
 - $S_D = \iint_D dx dy$;
 - $S_D = \iint_D x f(x, y) dx dy$.
- Двойной интеграл обладает следующими свойствами:
 - $\iint_D f(x, y) dx dy = \iint_{D_1} f(x, y) dx dy + \iint_{D_2} f(x, y) dx dy$, где $D_1 \cup D_2 = D$;
 - $\iint_D k f(x, y) dx dy = k \iint_D f(x, y) dx dy$;
 - $\iint_D (f(x, y) + g(x, y)) dx dy = \iint_D f(x, y) dx dy + \iint_D g(x, y) dx dy$;
 - $\iint_D f(x, y) \cdot g(x, y) dx dy = \iint_D f(x, y) dx dy \cdot \iint_D g(x, y) dx dy$.
- Укажите на сколько правильных в направлении оси ox областей надо разбить область D :

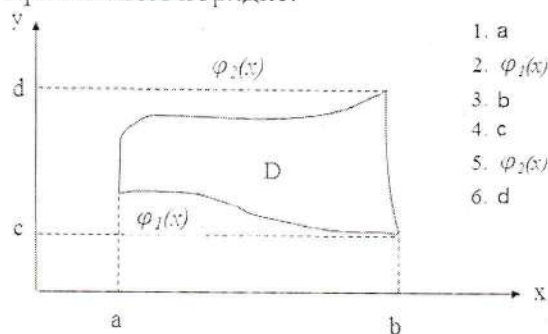


- 1;
 - 2;
 - 3;
 - 4.
6. Укажите на сколько правильных в направлении оси oy областей надо разбить область D :



- a) 1;
b) 2;
c) 3;
d) 4.

7. При сведении двойного интеграла по области D к повторному интегралу используется формула $\iint_D f(x, y) dx dy = \int_1^2 dx \int_3^4 f(x, y) dy$. Укажите границы интегрирования в правильном порядке.



1. a
2. $\phi_1(x)$
3. b
4. c
5. $\phi_2(x)$
6. d

- a) 1, 3, 2, 5;
b) 3, 1, 5, 2;
c) 4, 6, 2, 5;
d) 2, 5, 1, 3.

8. Границами внутреннего и внешнего интегралов в повторном интеграле будут постоянные величины, если областью интегрирования D являются:

- a) прямоугольник со сторонами параллельными осям координат;
b) прямоугольник;
c) окружность;
d) эллипс с центром в точке $(0;0)$.

9. Вычислить повторный интеграл $\int_0^1 dx \int_x^{2x} 3(x-y+1) dy$

- a) 0;
b) 1;
c) 2;
d) 4.

10. Вычислить повторный интеграл $\iint_D xy dx dy$, если область D – эллипс $4x^2 + y^2 \leq 4$.

- a) 0;
b) 1;
c) 2;
d) 4.

11. Вычислить площадь области, ограниченной линиями: $y = x$, $y + x = 4$, $x = 4$.

- a) 0;
b) 1;
c) 2;
d) 4.

12. Формула замены переменной в двойном интеграле имеет вид

$$\iint_D f(x(U, V), y(U, V)) * |L(U, V)| dU dV =;$$

a) $\begin{vmatrix} U'_x & U'_y \\ V'_x & V'_y \end{vmatrix};$
 b) $\begin{vmatrix} f'_x & f'_y \\ f'_U & f'_V \end{vmatrix};$

c) $\begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial U} & \frac{\partial x}{\partial V} \\ \frac{\partial y}{\partial U} & \frac{\partial y}{\partial V} \end{vmatrix};$
 d) $\begin{vmatrix} f''_{UU} & f''_{UV} \\ f''_{VU} & f''_{VV} \end{vmatrix}.$

13. Если область D является правильной в полярной системе координат $D = \{\alpha \leq \varphi \leq \beta; r_1(\varphi) \leq \rho \leq r_2(\varphi)\}$, то справедливо равенство

$$\iint_D f(\rho, \varphi) \rho d\rho d\varphi = \int_{\langle 1 \rangle}^{\langle 2 \rangle} d\varphi \int_{\langle 3 \rangle}^{\langle 4 \rangle} f(\rho, \varphi) d\rho$$

. Выберите границы в повторном интеграле в правильном порядке.

- 1) $r_1(\varphi)$;
 2) α ;
 3) β ;
 4) $r_2(\varphi)$.
 a) 2, 3, 1, 4;
 b) 3, 2, 4, 1;
 c) 1, 4, 2, 3;
 d) 4, 1, 3, 2.

14. Вычислите двойной интеграл $I = \iint_D \sin \varphi \rho d\rho d\varphi$, если область D – круговой сектор, ограниченный линиями $\rho = 2$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$ и $\varphi = \pi$

- a) -2 ;
 b) -1 ;
 c) 0 ;
 d) 2 .

15. При перемене направления на кривой интегрирования криволинейный интеграл по координатам:

- a) не изменяется;
 b) требует перемены местами x и y ;
 c) становится равным нулю;
 d) изменяет свой знак.

16. Формулой Грина является:

- a) $\oint_L P dx - Q dy = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy$, где контур L обходится против часовой стрелки;
 b) $\oint_L P dx + Q dy = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy$, где контур L обходится против часовой стрелки;
 c) $\oint_L P dx + Q dy = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy$, где контур L обходится по часовой стрелке;
 d) $\oint_L P dx - Q dy = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy$, где контур L обходится против часовой стрелки.

17. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L 2xy dx + x^2 dy$ от точки $M(0;0)$ до точки $N(1;1)$.

- a) 0 ;
 b) 1 ;
 c) 2 ;
 d) 4 .

Бланк ответов к тестовым заданиям

Номер задания	ДЕ 1	ДЕ 2	ДЕ 3	ДЕ 4	ДЕ 5
1	b	b	c	c	a, b, c, d
2	a	c	d	b	b
3	b, c	c	b	c	c
4	a	a	b, d	b	a, b, c
5	c	d	a, c	d	c
6	a, d	b	a, d	c	b
7	b	c	b	b	a
8	b	d	d	a, b, d	a
9	a	c	a	a	b
10	a	b, d	b	a	a
11	b	d	a, c	c	c
12	a	d	b	d	c
13	c	b	d	a	a
14	d	a	d	b	d
15	c	—	—	—	d
16	a, d	—	—	—	b
17	b	—	—	—	b
18	d	—	—	—	—
19	b, d	—	—	—	—
20	c	—	—	—	—
21	d	—	—	—	—

Вопросы сессионного контроля (I семестр)

1. Функция. Область ее определения. Способы задания.
2. Основные элементарные функции, их свойства и графики.
3. Сложные и обратные функции, их графики.
4. Неявная функция. Элементарные и трансцендентные функции.
5. Последовательности. Основные свойства последовательности.
6. Предел числовой последовательности. Неперовое число e .
7. Предел функции. Свойства пределов.
8. Теорема о промежуточной функции. Односторонние пределы
9. Неопределенности. Раскрытие неопределенностей.
10. Замечательные пределы.
11. Сравнение бесконечно малых функций.
12. Эквивалентные бесконечно малые функции. Основные теоремы об эквивалентных.
13. Непрерывность функций. Свойства непрерывных функций.
14. Точки разрыва функций. Их классификация.
15. Приращение аргумента. Приращение функции. Производная функции, ее геометрический и физический смысл.
16. Необходимое условие существования производной. Таблица производных основных элементарных функций.
17. Производная сложной, обратной функций.
18. Производная неявной, параметрически заданной функции.
19. Логарифмическое дифференцирование. Вывод производной показательной функции.
20. Дифференциал функции, его геометрический смысл.
21. Дифференциал сложной функции. Свойства дифференциала.
22. Приближенное вычисление с помощью дифференциала.
23. Производные и дифференциалы высших порядков.
24. Формула Лейбница. Правило Лопиталя.
25. Исследование функции: возрастание и убывание; вогнутость и выпуклость.

26. Экстремумы функции; задачи о наибольших и наименьших значениях функции.
27. Асимптоты плоских кривых. Схема исследования функции.
28. Первообразная функции и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
29. Таблица интегралов основных элементарных функций.
30. Основные методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования, метод замены переменной, метод интегрирования по частям.
31. Основные сведения о комплексных числах. Арифметические операции над ними.
32. Разложение рациональных дробей на простейшие.
33. Интегрирование простейших дробей. Рекуррентная формула.
34. Интегрирование тригонометрических выражений. Универсальная и частные подстановки.
35. Интегрирование некоторых видов иррациональностей.
36. Общие приемы интегрирования.

Вопросы сессионного контроля (II семестр)

1. Задача о площади криволинейной трапеции.
2. Определенный интеграл, его свойства.
3. Способы вычисления определенных интегралов.
4. Геометрические и физические приложения определенного интеграла.
5. Интегралы с бесконечными пределами.
6. Интегралы от ограниченных функций.
7. Признаки сходимости несобственных интегралов.
8. Интегрирование по частям в случае несобственных интегралов. Замена переменных в несобственных интегралах.
9. Функции нескольких переменных, их геометрический смысл, понятие предела и непрерывности.
10. Частные производные и полный дифференциал функций двух переменных.
11. Частные производные и дифференциалы высших порядков функций нескольких переменных.
12. Производная по направлению. Градиент.
13. Экстремум функции нескольких переменных.
14. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.
15. Обыкновенные дифференциальные уравнения: определение, задача Коши.
16. Уравнения I порядка: уравнения с разделяющимися переменными, однородные дифференциальные уравнения.
17. Линейные дифференциальные уравнения I порядка. Различные методы их решения.
18. Некоторые виды дифференциальных уравнений, допускающих понижение порядка.
19. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Общие сведения.
20. Линейные дифференциальные уравнения высшего порядка и их решение с помощью характеристического уравнения. ЛНДУ со специальной правой частью.
21. Числовые последовательности и ряды.
22. Свойства числовых рядов. Ряды с положительными членами.
23. Признаки сходимости рядов: признак сравнения, признак Даламбера, признак Коши. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница.
24. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость.
25. Понятие о функциональном ряде. Степенные ряды. Теорема Абеля.
26. Радиус сходимости. Свойства степенных рядов.
27. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора.
28. Применение степенных рядов в приближенных вычислениях.
29. Понятие двойного интеграла.
30. Условия существования двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла путем сведения его к повторному.
31. Основные свойства двойного интеграла.
32. Переход к полярным координатам.
33. Замена переменных под знаком двойного интеграла.
34. Механические и геометрические приложения двойного интеграла.

35. Определение криволинейного интеграла первого рода, его физический смысл, свойства.
36. Вычисление криволинейных интегралов первого рода.
37. Определение криволинейного интеграла второго рода, его физический смысл, свойства.
38. Вычисление криволинейных интегралов второго рода.

8. *Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)*

8.1. *Основная литература*

1. Мамугин В.А. Математический анализ. Учебное пособие. – М.: ЭКСМО, 2010. – 592 с.
2. Тягульская Л.А. Математический анализ Ч.1. Методическое пособие. – Рыбница: РФ ПГУ им. Т.Г. Шевченко, 2009. – 39 с.
3. Тягульская Л.А. Математический анализ Ч.2. Методическое пособие. – Рыбница: РФ ПГУ им. Т.Г. Шевченко, 2010. – 104 с.
4. Тягульская Л.А. Математический анализ Ч.3. Методическое пособие. – Рыбница: РФ ПГУ им. Т.Г. Шевченко, 2010. – 190 с.

8.2. *Дополнительная литература*

1. Высшая математика для экономистов./Под ред. проф. Н.Ш. Кремера – М.: ЮНИТИ, 2007. – 479 с.
2. Ермаков В.И. Сборник задач по высшей математике для экономистов. – М.: Инфра-М, 2007. – 576 с.
3. Кастрица О.А. Высшая математика: примеры, задачи, упражнения. Учебное пособие для ВУЗОВ. М.: ЮНИТИ-Дана, 2003. – 254 с.
4. Кремер Н.Ш., Тришин И.М., Путко Б.А. и др. Практикум по высшей математике для экономистов. – М.: ЮНИТИ, 2004. – 474 с.
5. Тягульская Л.А. Сборник задач по математическому анализу. – Рыбница: РФ ПГУ им. Т.Г. Шевченко, 2003. – 155 с.
6. Таха, Хемди А. Введение в исследование операций. – М.: Вильямс, 2007. – 912 с.

8.3. *Программное обеспечение и Интернет-ресурсы*

Программное обеспечение, необходимое для проведения лекций-визуализаций:

Пакет Microsoft Office – офисное приложение.

Интернет-ресурсы:

1. Образовательные ресурсы Интернета – Математика. [Электронный ресурс]/ Режим доступа: <http://www.alleng.ru/d/math/math169.htm>.
2. Кабинет математики онлайн. [Электронный ресурс]/ Режим доступа: <http://www.matcabi.net/theory.php>.

8.4. *Методические указания и материалы по видам занятий*

Методические указания по решению задач предоставляются студентам в виде теоретических предпосылок (в электронном и печатном виде) к практическим работам.

9. *Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)*

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине «Математический анализ» необходима лекционная аудитория, оборудованная мультимедийными средствами для проведения лекций-визуализаций.

Методические пособия, используемые на лекционных и практических занятиях:

1. Тягульская Л.А. Математический анализ Ч.1. Методическое пособие. – Рыбница: РФ ПГУ им. Т.Г. Шевченко, 2009. – 39 с.
2. Тягульская Л.А. Математический анализ Ч.2. Методическое пособие. – Рыбница: РФ ПГУ им. Т.Г. Шевченко, 2010. – 104 с.
3. Тягульская Л.А. Математический анализ Ч.3. Методическое пособие. – Рыбница: РФ ПГУ им. Т.Г. Шевченко, 2010. – 190 с.

10. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины

Рабочая учебная программа по дисциплине «Математический анализ» составлена в соответствии с требованиями Федерального Государственного образовательного стандарта ВПО по направлению 050100 «Педагогическое образование» и учебного плана по профилю подготовки: основной профиль «Информатика», дополнительный профиль «Иностранный язык».

Изучение дисциплины «Математический анализ» включает лекционные и практические занятия. Во время выполнения заданий практической работы в учебной аудитории студент может консультироваться с преподавателем, определять наиболее эффективные методы решения поставленных задач. Если какая-то часть задания остается не выполненной, студент может продолжить её выполнение во время внеаудиторной самостоятельной работы.

Работа с информационными источниками считается одним из основных видов самостоятельной работы.

Текущий контроль усвоения знаний по дисциплине предполагает использование разных форм контроля, в том числе проверка практических заданий. Итоговый контроль может осуществляться в форме экзамена, теста. Вопросы к экзамену и образец тестовых заданий приведены. Выполнение практических заданий, сдача коллоквиумов и модульных контрольных являются необходимым условием для допуска к экзамену.

11. Технологическая карта дисциплины

Курс: I, II группа: РФ16ВРАТ1 семестр: I, II, III

Преподаватель-лектор: Тягульская Л.А.

Преподаватель, ведущий практические занятия: Тягульская Л.А.

Кафедра информатики и программной инженерии

Наименование дисциплины / курса	Уровень/ступень образования (бакалавриат, специалитет, магистратура)	Статус дисциплины в рабочем учебном плане (А, Б, В, Г)	Количество зачетных единиц / кредитов	
Математика	бакалавриат		12	
Смежные дисциплины по учебному плану:				
«Физика», «Инженерная и компьютерная графика»				
ВВОДНЫЙ МОДУЛЬ				
(входной рейтинг-контроль, проверка «остаточных» знаний по смежным дисциплинам)				
Тема, задание или мероприятие входного контроля	Виды текущей аттестации	Аудиторная или внеаудиторная	Минимальное количество баллов	Максимальное количество баллов
Итого:				
БАЗОВЫЙ МОДУЛЬ				
(проверка знаний и умений по дисциплине)				
Тема, задание или мероприятие текущего контроля	Виды текущей аттестации	Аудиторная или внеаудиторная	Минимальное количество баллов	Максимальное количество баллов
Итого:				
ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ МОДУЛЬ				
Тема, задание или мероприятие дополнительного контроля	Виды текущей аттестации	Аудиторная или внеаудиторная	Минимальное количество баллов	Максимальное количество баллов
Итого максимум:				

Составитель: Л.А. Тягульская, доцент

Зав. кафедрой информатики и программной инженерии

Л.А. Тягульская, доцент

Согласовано:

Зав. кафедрой автоматизации

технологических процессов и производств

В.Е. Федоров, доцент