Государственное образовательное учреждение высшего образования

«Приднестровский государственный университет
имени Т.Г. Шевченко»

Филиал ПГУ им. Т.Г. Шевченко в г. Рыбница

Кафедра информатики и программной инженерии

УТВЕРЖДАЮ
Директор филиала ПГУ им. Т.Г. Шевченко
в г. Рыбница
профессор ___ И.А. Павлинов
«20» 09 2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

на 2018/2019 учебный год

Учебной ДИСЦИПЛИНЫ

«ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА»

Направление подготовки:

2.15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств»

Профиль подготовки:

«Автоматизация технологических процессов и производств»

Квалификация (степень) выпускника:

бакалавр

Форма обучения:

очная

Рыбница 2018

Рабочая программа дисциплины «***Прикладная математика***»/составитель Л.А. Тягульская. – Рыбница: филиал ПГУ им. Т.Г. Шевченко в г. Рыбница, 2018. – 45 с.

Рабочая программа предназначена для преподавания дисциплины базовой части блока Б.1 «Дисциплины (модули)» ФГОС ВО по направлению подготовки 2.15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств.

Рабочая программа составлена с учетом Федерального Государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 2.15.03.04 – «Автоматизация технологических процессов и производств», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 12.03.2015 №200.

Составитель ________________________ Л.А. Тягульская, доцент

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Курс «Прикладная математика» относится к тем дисциплинам, которые закладывают основу «математического мировоззрения». Он должен по возможности облегчить дальнейшее применение математики к специальным дисциплинам.

Целями освоения дисциплины (модуля) «Прикладная математика» являются:

– формирование у будущих специалистов основных представлений в области математического анализа, необходимых для использования в других математических дисциплинах;

– получение основных навыков решения задач математического анализа;

– формирование навыков использования методов математического анализа для решения прикладных и научных задач.

Задачей дисциплины является изучение основных разделов математики (интегральное исчисление, дифференциальное исчисление, функции нескольких переменных, ряды).

2. Место дисциплины в структуре ООП ВО

Дисциплина относится к базовой части блока Б.1 «Дисциплины (модули)» ФГОС ВО по направлению подготовки 2.15.03.04 АВТОМАТИЗАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И ПРОИЗВОДСТВ.

Для освоения дисциплины «Прикладная математика» студенты используют знания, умения, навыки, способы деятельности и установки, полученные и сформированные в ходе изучения школьной дисциплины «Алгебра и начала анализа».

3. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ООП ВО по данному направлению подготовки (специальности):

Код компетенции	Формулировка компетенции
Общекультурные компетенциями (ОК)	
ОК-3	Способностью к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия
ОК-5	Способностью к самоорганизации и самообразованию
ОПК-3	Способностью использовать современные информационные технологии, технику, прикладные программные средства при решении задач профессиональной деятельности
Общепрофессиональные компстенциями (ОПК)	
ОПК-3	Способностью использовать современные информационные технологии, технику, прикладные программные средства при решении задач профессиональной деятельности
ОПК-5	Способностью участвовать в разработке технической документации, связанной с профессиональной деятельностью

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

– основные понятия и методы математического анализа, в частности:

– теорию пределов;

– основы интегрального и дифференциального исчисления;

– основные типы дифференциальных уравнений;

- элементы теории функций и функционального анализа;
- теорию рядов и гармонический анализ.

Уметь:

- применять методы математического анализа для решения прикладных задач, в частности:
- вычислять пределы, производные, интегралы;
- решать обыкновенные дифференциальные уравнения;
- применять основы интегрального и дифференциального исчисления;
- исследовать числовые и степенные ряды;
- применять теорию рядов в приближенных вычислениях;
- выполнять действия с комплексными числами.

Владеть:

- методами решения задач из основных разделов математического анализа;
- методами работы с приложениями основных разделов математического анализа

4. *Структура и содержание дисциплины*

Рабочая программа учебной дисциплины рассчитана на 2 семестра. Трудоемкость дисциплины на 2 семестра составляет 7 зачетных единиц, 252 часа. В том числе 36 часов отводится на лекционные занятия, 54 часа – на практические занятия, 126 часов – на самостоятельную работу.

4.1. Распределение трудоемкости в з.е./часах по видам аудиторной и самостоятельной работы студентов по семестрам:

Семестр	Количество часов						Форма итогового контроля
	Трудоем-кость, з.е./часы	В том числе					
		Аудиторных				Самост. работы	
		Всего	Лекций	Лаб.раб.	Практ. зан.		
II	3/108	36	18	–	18	72	зачет
III	4/144	54	18	–	36	54	экзамен 36
Итого:	**7/252**	90	36	–	**54**	**126**	**36**

4.2. Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины:

№ раз-дела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеауд. работа (СР)
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Введение в анализ. Производная и дифференциал	32	12	12	–	8
2	Неопределенный и определенный интеграл	34	6	6	–	22
3	Функции нескольких переменных	64	4	8	–	52
4	Дифференциальные уравнения	32	8	16	–	8
5	Ряды	32	4	8	–	20
6	Двойные и криволинейные интегралы	22	2	4	–	16
Итого:		**216**	**36**	**54**	**–**	**126**

4.3. *Тематический план по видам учебной деятельности*

Лекции

№ п/п	Номер раздела дисциплины	Объем часов	Тема лекции	Учебно-наглядные пособия
II СЕМЕСТР				
1	1	2	Функции и их свойства. Обратная функция. Последовательности. Основные свойства последовательности. Предел числовой последовательности. Предел функции. Свойства пределов. Односторонние пределы. Неопределенности. Замечательные пределы.	Методическое пособие, компьютерные слайды
2	1	2	Непрерывность функций. Приращение аргумента. Приращение функции. Производная функции, ее геометрический и физический смысл. Необходимое условие существования производной. Производная сложной, обратной, неявной, параметрически заданной функции.	Методическое пособие
3	1	2	Приращение аргумента. Приращение функции. Производная функции, ее геометрический и физический смысл. Необходимое условие существования производной.	Методическое пособие, компьютерные слайды
4	1	2	Таблица производных основных элементарных функций. Производная сложной, обратной, неявной, параметрически заданной функции. Логарифмическое дифференцирование.	Методическое пособие, компьютерные слайды
5	1	2	Дифференциал функции, его геометрический смысл. Дифференциал сложной функции. Свойства дифференциала. Приближенное вычисление с помощью дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Правило Лопиталя.	Методическое пособие, компьютерные слайды
6	1	2	Исследование функции: возрастание и убывание; экстремумы функции; задачи о наибольших и наименьших значениях функции. Применение второй производной к исследованию функции. Асимптоты плоских кривых. Схема исследования функции. Построение графиков функции.	Методическое пособие
7	2	2	Первообразная функции и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов основных элементарных функций. Основные методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования, метод замены переменной, метод интегрирования по частям.	Методическое пособие, компьютерные слайды
8	2	2	Основные сведения о комплексных числах, арифметические операции над ними. Разложение рациональных дробей на простейшие. Интегрирование простейших дробей. Рекуррентная формула	Методическое пособие, компьютерные слайды
9	2	2	Интегрирование тригонометрических выражений. Универсальная и частные подстановки. Интегрирование некоторых видов	Методическое пособие, компьютерные

			иррациональностей. Общие приемы интегрирования.	слайды
Итого:		**18**		
			III СЕМЕСТР	
10	3	2	Функции нескольких переменных, их геометрический смысл, понятие предела и непрерывности. Частные производные и полный дифференциал функций двух переменных.	Методическое пособие
11	3	2	Частные производные и дифференциалы высших порядков функций нескольких переменных. Производная по направлению. Градиент.	Методическое пособие
12	4	2	Экстремум функции нескольких переменных. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.	Методическое пособие
13	4	2	Обыкновенные дифференциальные уравнения: определение, задача Коши. Уравнения I порядка: уравнения с разделяющимися переменными, однородные дифференциальные уравнения. Линейные дифференциальные уравнения I порядка. Различные методы их решения.	Методическое пособие, компьютерные слайды
14	4	2	Некоторые виды дифференциальных уравнений, допускающих понижение порядка. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Общие сведения.	Методическое пособие, компьютерные слайды
15	4	2	Линейные дифференциальные уравнения высшего порядка и их решение с помощью характеристического уравнения. ЛНДУ со специальной правой частью.	Методическое пособие
16	5	2	Бесконечные ряды с постоянными членами: признак Гаусса, признак Рабе, признак Куммера, признак Ермакова.	Методическое пособие
17	5	2	Разложение в ряд показательной и основных тригонометрических функций. Логарифмический ряд. Приближенные вычисления с помощью рядов. Разложение функций в ряд Фурье.	Методическое пособие
18	6	2	Механические и геометрические приложения двойного интеграла. Вычисление площадей с помощью криволинейных интегралов. Их приложения к физическим задачам. Понятие тройного интеграла. Понятие поверхностного интеграла.	Методическое пособие
Итого:		**18**		
Всего:		**36**		

Практические занятия

№ п/п	**Номер раздела дисциплины**	**Объем часов**	**Тема лекции**	**Учебно-наглядные пособия**
			II СЕМЕСТР	
1	1	2	Функции и их свойства. Обратная функция. Последовательности. Основные свойства последовательности. Предел числовой последовательности. Предел функции. Свойства пределов. Односторонние пределы. Неопределенности. Замечательные пределы.	Методическое пособие, компьютерные слайды

2	1	2	Непрерывность функций. Приращение аргумента. Приращение функции. Производная функции, ее геометрический и физический смысл. Необходимое условие существования производной. Производная сложной. обратной, неявной, параметрически заданной функции.	Методическое пособие
3	1	2	Приращение аргумента. Приращение функции. Производная функции, ее геометрический и физический смысл. Необходимое условие существования производной.	Методическое пособие, компьютерные слайды
4	1	2	Таблица производных основных элементарных функций. Производная сложной, обратной, неявной, параметрически заданной функции. Логарифмическое дифференцирование.	Методическое пособие, компьютерные слайды
5	1	2	Дифференциал функции, его геометрический смысл. Дифференциал сложной функции. Свойства дифференциала. Приближенное вычисление с помощью дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Правило Лопиталя.	Методическое пособие, компьютерные слайды
6	1	2	Исследование функции: возрастание и убывание; экстремумы функции; задачи о наибольших и наименьших значениях функции. Применение второй производной к исследованию функции. Асимптоты плоских кривых. Схема исследования функции. Построение графиков функции.	Методическое пособие
7	2	2	Первообразная функции и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов основных элементарных функций. Основные методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования, метод замены переменной, метод интегрирования по частям.	Методическое пособие, компьютерные слайды
8	2	2	Основные сведения о комплексных числах, арифметические операции над ними. Разложение рациональных дробей на простейшие. Интегрирование простейших дробей. Рекуррентная формула.	Методическое пособие, компьютерные слайды
9	2	2	Интегрирование тригонометрических выражений. Универсальная и частные подстановки. Интегрирование некоторых видов иррациональностей. Общие приемы интегрирования.	Методическое пособие, компьютерные слайды
Итого:		18		
III СЕМЕСТР				
10	3	4	Функции нескольких переменных, их геометрический смысл, понятие предела и непрерывности. Частные производные и полный дифференциал функций двух переменных.	Методическое пособие
11	3	4	Частные производные и дифференциалы высших порядков функций нескольких переменных. Производная по направлению. Градиент.	Методическое пособие
12	4	4	Экстремум функции нескольких переменных. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.	Методическое пособие
13	4	4	Обыкновенные дифференциальные уравнения:	Методическое

			определение, задача Коши. Уравнения I порядка: уравнения с разделяющимися переменными, однородные дифференциальные уравнения. Линейные дифференциальные уравнения I порядка. Различные методы их решения.	пособие, компьютерные слайды
14	4	4	Некоторые виды дифференциальных уравнений, допускающих понижение порядка. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Общие сведения.	Методическое пособие, компьютерные слайды
15	4	4	Линейные дифференциальные уравнения высшего порядка и их решение с помощью характеристического уравнения. ЛНДУ со специальной правой частью.	Методическое пособие
16	5	4	Бесконечные ряды с постоянными членами: признак Гаусса, признак Рабе, признак Куммера, признак Ермакова.	Методическое пособие
17	5	4	Разложение в ряд показательной и основных тригонометрических функций. Логарифмический ряд. Приближенные вычисления с помощью рядов. Разложение функций в ряд Фурье.	Методическое пособие
18	6	4	Механические и геометрические приложения двойного интеграла. Вычисление площадей с помощью криволинейных интегралов. Их приложения к физическим задачам. Понятие тройного интеграла. Понятие поверхностного интеграла.	Методическое пособие
Итого:		**36**		
Всего:		**54**		

Самостоятельная работа студента

Раздел дисциплины	**№ п/п**	**Тема и вид СРС**	**Трудоемкость (в часах)**
		II СЕМЕСТР	
Раздел 1	1	Множество вещественных чисел. Функция. Область ее определения. Способы задания. Понятие кривой. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Сложные и обратные функции, их графики. Класс элементарных функций. *Работа с литературой.*	4
	2	Элементы математической логики. Необходимое и достаточное условия. Прямая и обратная теоремы. Символы математической логики, их использование. Бином Ньютона. Формулы сокращенного умножения. *Работа с литературой.*	4
Раздел 2	3	Производная функции, ее смысл в различных задачах. Уравнения касательной и нормали к кривой в данной точке. *Работа с литературой.*	4
	4	Исследование поведения функции и другие приложения дифференциального исчисления к геометрии в пространстве. *Работа с литературой.*	4
	5	Различные формы комплексных чисел. Основные действия с комплексными числами. *Работа с литературой.*	4
	6	Разложения многочлена на множители. Теорема Безу. Схема Горнера. *Реферат.*	6
	7	Интегрирование иррациональных функций. Различные виды подстановок. *Работа с литературой.*	4

III СЕМЕСТР			
Раздел 3	8	Различные подходы к задаче о криволинейной трапеции. Суммы Дарбу. *Реферат.*	4
	9	Несобственные интегралы (с бесконечными пределами и интегралы от разрывных функций). Признаки сходимости. *Работа с литературой.*	4
	10	Приближенное вычисление определенных интегралов: формулы треугольников и трапеций; параболическое интерполирование; формулы Симпсона. *Реферат.*	4
	11	Приложения определенного интеграла к физике: нахождение статических моментов и центра тяжести кривой; механическая работа; работа силы трения в плоской пяте. *Реферат.*	6
	12	Несобственные интегралы с бесконечными пределами: аналогия с рядами; признаки Абеля и Дирихле; приведение несобственных интегралов к бесконечному ряду. *Реферат.*	4
	13	Несобственные интегралы от неограниченных функций: условия и признаки существования интегралов; главные значения несобственных интегралов. *Работа с литературой.*	4
	14	Интегрирование по частям в случае несобственных интегралов. Замена переменных в несобственных интегралах. *Работа с литературой.*	4
	15	Вычисление несобственных интегралов с помощью интегральных сумм. Интегралы Фруллане. *Реферат.*	4
	16	Приближенное вычисление несобственных интегралов. Использование асимптотических разложений. *Реферат.*	4
	17	Арифметическое n-мерное пространство. Области в n-мерном пространстве: открытые и закрытые области. *Реферат.*	6
	18	Предел функции нескольких переменных. Непрерывность и разрывы функции нескольких переменных. *Работа с литературой.*	4
	19	Экстремумы функции нескольких переменных. Условные экстремумы. *Работа с литературой.*	4
Раздел 4	20	Дифференциальные уравнения I порядка. *Работа с литературой.*	4
	21	Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающих понижение порядка. *Работа с литературой.*	4
Раздел 5	22	Бесконечные ряды с постоянными членами: признак Гаусса, признак Рабе, признак Куммера, признак Ермакова. *Реферат.*	6
	23	Разложение в ряд показательной и основных тригонометрических функций. Логарифмический ряд. *Работа с литературой.*	4
	24	Приближенные вычисления с помощью рядов. *Работа с литературой.*	4
	25	Разложение функций в ряд Фурье. *Реферат.*	6
Раздел 6	26	Механические и геометрические приложения двойного интеграла. *Работа с литературой.*	4
	27	Вычисление площадей с помощью криволинейных интегралов. Их приложения к физическим задачам. *Работа с литературой.*	4
	28	Понятие тройного интеграла. *Работа с литературой.*	4
	29	Понятие поверхностного интеграла. *Работа с литературой.*	4
ИТОГО:			**126**

5. *Примерная тематика курсовых проектов (работ)*

Курсовые проекты (работы) не предусмотрены.

6. *Образовательные технологии*

Семестр	*Вид занятия (Л, ПР, ЛР)*	*Используемые интерактивные образовательные технологии*	*Количество часов*
I	Л	Лекция-визуализация (темы 1, 3-10, 13-15, 17)	26
II	Л	Лекция-визуализация (темы 19, 20, 25, 27, 29-32)	16
Итого:			**42**

7. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Для оценки качества усвоения курса используются следующие формы контроля:

– **текущий** – контроль выполнения практических заданий;
– **рубежный** – коллоквиумы, контрольные работы по разделам;
– **итоговый** осуществляется посредством тестирования и экзамена.

Контроль самостоятельной работы студентов осуществляется с помощью ответов на практических занятиях, коллоквиумах, ответов на тестирование.

Пример билета к модульному контролю № 1

1. Для функций $f(x)=\dfrac{3}{5-2x}$ и $g(x)=\dfrac{1}{x}$ найти:

а) Д (f); г) Д (f^{-1})
б) Е (f); д) f (g(x));
в) $f^{-1}(x)$; е) g (f(x)).

Построить схематичные графики функций f(x) и $f^{-1}(x)$.

2. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^5-x+2}{2x^5+3x^2+1}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 2x}{3x\sin x}$;

б) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{6x^2-16x-6}$; д) $\lim\limits_{x\to+\infty}x(\ln(2x-1)-\ln(2x-3))$.

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}{\sqrt{x+3}-\sqrt{3}}$;

3. Найти точки разрыва функции, если они существуют. Исследовать тип разрыва. Построить график функции:

а) $y=\begin{cases}-2, x<0\\ -2\cos x, 0\le x\le\dfrac{\pi}{2};\\ \pi+x, x>\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$ б) $y=e^{\frac{1}{x+2}}$.

4. Пользуясь определением предела функции, доказать, что функция $f(x)=2x+3$ имеет в точке $x=4$ предел, равный 11. Каково должно быть δ, чтобы из неравенства $|x-4|<\delta$ следовало неравенство $|f(x)-11|<0.01$? Будет ли функция непрерывна в этой точке?

Пример билета к модульному контролю № 2

1. Пользуясь определением производной, найти производную функции $y = x^3 + 3x^2 - 5x + 4$.

2. Найти производные следующих функций:

а) $f(x) = 3x^3 + 4x^2 - 2x + 1$;

б) $y = x\cos 3x^2$;

в) $y = \ln \mathrm{tg}^2 \frac{x}{3}$;

г) $y = e^{4x^2} \sin \frac{x}{2}$;

д) $y = x^{\sqrt{x}}$.

3. Найти $\frac{d^2y}{dx^2}$ функции: $\begin{cases} x = b\sin t \\ y = a\cos t \end{cases}$

4. Найти приращение Δy и дифференциал dy функции $y = x^3 + 3x^2$ в точке $x=1$ при $\Delta x = 1$; 0,1; 0,01.

5. Пользуясь правилом Лопиталя, найти следующие пределы:

а) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$; б) $\lim\limits_{x \to 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{x}{\ln x} \right)$; в) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{1 + \cos 4x}$.

6. Исследовать функцию и построить ее график: $f(x) = \frac{2x}{1 - x^2}$.

Пример билета к модульному контролю № 3

Найти неопределенные интегралы. Результат проверить дифференцированием

а) $\int x \sin 4x dx$; б) $\int \frac{x^3 + 3}{x^2 + x - 6} dx$; в) $\int \frac{\cos^5 x}{\sin^7 x} dx$; г) $\int \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} dx$.

Пример билета к модульному контролю № 4

1. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sqrt{\cos^3 x \cdot \sin x}}$; б) $\int\limits_{1}^{\sqrt{3}} (4 - x^2)^{\frac{3}{2}} dx$.

2. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость:

а) $\int\limits_{0}^{1} \frac{xdx}{\sqrt{1 - x^2}}$; б) $\int\limits_{1}^{+\infty} \frac{x - 5}{x^2 - 2x + 2} dx$.

3. Доказать, используя признак сравнения, сходится или расходится несобственный интеграл

$$\int\limits_{1}^{+\infty} \frac{2 + \cos x}{x^3} dx.$$

4. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y = (x-2)^2$, $y = 2 - (x-2)^2$. Сделать рисунок.

5. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями: $y=\cos 3x$, $y=0$, $x=0$, $x=\dfrac{\pi}{6}$. Сделать рисунок.

Пример билета к модульному контролю № 5

1. Найти экстремумы функции двух переменных.

$z=2x^3+6xy^2-30x-24y$

2. Для функции $z=(x^2y+1)^2$:

а) найдите частные производные 1-го и 2-го порядков в общем виде и в точке (1, 1), убедившись в равенстве смешанных производных;

б) найдите градиент функции в общем виде и в точке (2, 1);

в) найдите дифференциал функции в общем виде и в точке (2, 1);

г) найдите производную в точке (1, 2) по направлению вектора (1, 4);

д) пусть $x=2t, y=t^2-1$, найдите z'_t в общем виде и при $t=1$, используя формулу вычисления производной сложной функции двух переменных.

Пример билета к модульному контролю № 6

1. $3^{x-y}dx-4^{x+y}dy=0$

2. $(x^2-xy+y^2)dx-x^2dy=0$

3. $y'-3\dfrac{y}{x}-x^3=0$

4. $xy''=y'\ln\dfrac{y'}{x}$

5. $y''-2y'-3y=(x+2)e^{3x}$

Пример билета к модульному контролю № 7

1. Исследовать числовые ряды на сходимость. Для сходящихся знакопеременных рядов установить характер сходимости (абсолютная или условная).

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\cdot\frac{n^3}{2^n}.$$

2. Исследовать сходимость степенного ряда, указав область его сходимости.

$$\frac{(x+2)^2}{1\cdot 3}+\frac{(x+2)^4}{4\cdot 3^2}+\frac{(x+2)^6}{9\cdot 3^3}+\dots$$

3. Разложить функцию $y = \sin 2x$ в ряд Маклорена, определить область сходимости ряда

Образец теста для проведения итогового контроля по итогам освоения дисциплины, а также для контроля самостоятельной работы студента (2 семестр)

Указания: *Напишите Вашу фамилию, номер группы и дату. Для ответа на вопрос с выбором варианта ответа достаточно написать номер вопроса и рядом букву, обозначающую правильный вариант из предложенных в тексте ответов на вопрос. Если Вы считаете правильными несколько вариантов ответов, то запишите через запятую соответствующие литеры букв.*

Расчет количества тестовых заданий по дисциплине

№	Дидактические единицы	Всего часов	Лекции (час)	Лаб. р. (час)	Практ. з. (час)	Сам. р. (час)	Коэфф. информ.	Кол-во тестов. заданий
1	ДЕ 1	34	10	–	10	14	0,31	25
2	ДЕ 2	40	14	–	14	12	0,38	30
3	ДЕ 3	34	12	–	12	10	0,31	25
	ИТОГО	**108**	**36**		**36**	**36**	**1**	**80**

Номер задания	Наименование темы задания
ДЕ 1. Введение в анализ (критерий освоения ДЕ: не менее 13 правильно выполненных заданий)	
15-22	Функции и их свойства.
1-8, 10-14, 25	Предел функции. Свойства пределов. Неопределенности. Замечательные пределы.
9	Сравнение бесконечно малых функций.
ДЕ 2. Производная и дифференциал (критерий освоения ДЕ: не менее 16 правильно выполненных заданий)	
1-17	Производная функции, ее геометрический и физический смысл.
18-25	Дифференциал функции, его геометрический смысл.
26-30	Исследование функции.
ДЕ 3. Неопределенный интеграл (критерий освоения ДЕ: не менее 13 правильно выполненных заданий)	
4-9	Первообразная функции и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
1, 2, 10-20	Основные методы интегрирования.
21-24	Разложение рациональных дробей на простейшие. Интегрирование простейших дробей.
3	Интегрирование тригонометрических выражений. Универсальная и частные подстановки.
25	Интегрирование некоторых видов иррациональностей.

ДЕ 1. Введение в анализ – 25

1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x-5}{x^2-25}$, не пользуясь правилом Лопиталя.

a) $0,3$;
b) $0,1$;
c) $0,4$;
d) $0,7$.

2. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{2x}$, не пользуясь правилом Лопиталя.

a) $\dfrac{5}{3}$;
b) $\dfrac{4}{3}$;
c) $\dfrac{5}{2}$;
d) $\dfrac{4}{5}$.

3. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{1+x}\right)^n$, не пользуясь правилом Лопиталя.

a) e^{-2};
b) e^{-1};
c) e;

d) e^{2}.

4. Функция $y = x^2$ в окрестности бесконечности является:
a) бесконечно малой величиной;
b) бесконечно большой величиной;
c) ни тем, ни другим.

5. Функция $y=\dfrac{x^2+1}{x}$ в окрестности нуля является величиной:
a) бесконечно малой;
b) бесконечно большой;
c) ни тем, ни другим.

6. По теореме о пределе частного $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{u(x)}{v(x)}$ равен:

a) $\dfrac{(\lim\limits_{x\to x_0} u(x))v(x_0)-u(x_0)(\lim\limits_{x\to x_0} v(x))}{v^2(x_0)}$;

b) $\dfrac{\lim\limits_{x\to 0} u(x)}{\lim\limits_{x\to\infty} v(x)}$;

c) $\dfrac{A}{B}$, где $A=\lim\limits_{x\to x_0} u(x)$ и $B=\lim\limits_{x\to x_0} v(x)$ – конечные пределы и $B\neq 0$;

d) $\dfrac{u(x_0)}{v(x_0)}$.

7. Значение предела $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}$ равно:
a) 0;
b) 1;
c) e;
d) ∞.

8. Значение предела $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}$ равно:
a) 0;
b) 1;
c) e;
d) ∞.

9. Значение предела $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\mathrm{tg}(x+1)}{\arcsin(x+1)}$ равно:
a) 1;
b) $\pi/4$;
c) π;
d) ∞.

10. Значение предела $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{2}{n}\right)^{3n}$ равно:
a) 1;
b) ∞;
c) e^6;
d) $e^{2/3}$.

11. Значение предела $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+3x+6}{x^2+x-2}$ равно:
a) 0;
b) 1;
c) 2;
d) ∞.

12. Значение предела $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^3-2n-3}{n^3-4n-1}$ равно:
a) -0,5;
b) 1;
c) 3;
d) ∞.

13. Значение предела $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$ равно:
a) -1;
b) 0;
c) 0,5;
d) 1.

14. Значение предела $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+n}-n\right)$ равно:
a) -∞;
b) 0;
c) 0,5;
d) +∞.

15. Укажите область определения функции $y=\sqrt{x^2-9x-22}+\frac{1}{\sqrt{x}}$:
a) [11; +∞);
b) (-∞; 11];
c) (-∞; -11) U (11; +∞);
d) (-∞; +∞).

16. Функция y = f(x) называется возрастающей на промежутке X, если:
a) большему значению аргумента из этого промежутка соответствует большее значение функции;
b) большему значению аргумента из этого промежутка соответствует меньшее значение функции;
c) возрастание функции не зависит от значения аргумента.

17. К трансцендентным функциям не относится _____ функция.
a) дробно-рациональная;
b) степенная;
c) логарифмическая;
d) тригонометрическая.

18. Относительно оси ординат симметричен график _____ функции.
a) нечетной;
b) четной;
c) общего вида.

19. Укажите область определения функции $y=\frac{25}{3-\sqrt[4]{x}}$.
a) [0;81) U (81; +∞);
b) (-∞; 81];
c) (-∞; -81) U (81; +∞);
d) (-∞; +∞).

20. Функция называется четной, если для любых значений x из области определения:
a) $f(-x) = f(x)$;
b) $f(-x) = -f(x)$;
c) $f(x) = f(-x)$.

21. Укажите область определения функции $y=\sqrt[3]{x^2+2x-3}$.
a) [0;1) U (1; +∞);
b) (-∞;1];
c) (-∞; -1) U (1; +∞);
d) (-∞; +∞).

22. Выберите функцию, не являющуюся непрерывной в точке $x = 2$ функции:
a) $\sqrt{8-x^3}$;
b) $\frac{x+5}{x^2+1}$;
c) x^2+25;
d) $\frac{5x^5+x^2+1}{(2x-3)x^8}$.

23. Предел $\lim\limits_{x\to 3}\left[(4x+13)\cdot(x^2+1)\right]$ равен:
a) 300;
b) 160;
c) 120;
d) 250.

24. Выберите функцию, у которой не существует предела при $x \to 0$.
a) $f(x)=x\sin x$;
b) $f(x)=\sin\frac{1}{x}$;
c) $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$;
d) $f(x)=\frac{x^2}{x^4+1}$.

25. Сумма конечного числа бесконечно малых функций является функцией:
a) рациональной;
b) неограниченной;
c) бесконечно малой;
d) трансцендентной.

ДЕ 2. Производная и дифференциал – 30

1. Вычислить производную y_x' функции $y=\frac{x}{\sin x+\cos x}$.
a) $\frac{\sin x+\cos x+x(\sin x-\cos x)}{1+\sin 2x}$;
b) $\frac{\sin x+\cos x}{1+\sin 2x}$;
c) $\frac{\sin x-\cos x+(\sin x+\cos x)}{1+\sin 2x}$;
d) $\frac{\sin x-\cos x}{1+\sin 2x}$.

2. Вычислить производную y_x' функции $y=x^{x^2}$.

a) $x^{x^2}\left(2\ln x+1\right)$;

b) $x^{x^2+1}\left(2\ln x+1\right)$;

c) $2x^{x^2}\ln x$;

d) $x^{x^2+1}\left(2\ln x-1\right)$.

3. Вычислить производную y_x' функции $x=a\cos t,\ y=b\sin t$.

a) $-\dfrac{b}{a}ctgt$;

b) $\dfrac{b}{a}ctgt$;

c) $-\dfrac{a}{b}ctgt$;

d) $\dfrac{a}{b}ctgt$.

4. Если функция в точке a имеет конечную производную, то уравнение касательной имеет вид:

a) $y=f(a)-f'(a)(x-a)$;

b) $y=f(a)+f'(a)(x+a)$;

c) $y=f(a)+f'(a)(x-a)$.

5. Найти производную функции $y=a^x$.

a) $y'=\dfrac{1}{x\ln a}$;

b) $y'=a^x\ln a$;

c) нет правильного ответа.

6. Найти производную функции $y=tg\,x$.

a) $y'=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$;

b) $y'=-\dfrac{1}{1-x^2}$;

c) $y'=\dfrac{1}{\cos^2 x}$.

7. Производная функции $f(x)=\begin{cases}\arcsin\left(x\cos\dfrac{1}{5x}\right), & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}$ в точке $x=0$ равна:

a) 0;

b) 1;

c) 2;

d) не существует.

8. Производная функции $y=x^2\cdot e^x$ равна:

a) $2x\cdot e^x+x^3\cdot e^{x-1}$;

b) $2x\cdot e^x$;

c) $2x+e^x$;

d) $2x\cdot e^x+x^2\cdot e^x$.

9. Производная функции $y=\sin 8x$ равна:

a) $8\sin 8x$;

b) $8\cos 8x$;

c) $\cos 8x$;

d) $\frac{1}{8}\cos 8x$.

10. Производная функции $y=\frac{\ln x}{x}$ равна:

a) $\frac{1+\ln x}{x^2}$;

b) $\frac{1-\ln x}{x}$;

c) $\frac{1}{x}$;

d) $\frac{1-\ln x}{x^2}$.

11. Производная функции $y=x^{\arcsin x}$ равна:

a) $x^{\arcsin x}\cdot\left(\frac{\ln x}{\sqrt{1-x^2}}+\frac{\arcsin x}{x}\right)$;

b) $x^{\arcsin x}\cdot\ln x\cdot\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$;

c) $\arcsin x\cdot x^{\arcsin x-1}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$;

d) $x^{\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}\cdot\ln x$.

12. Вторая производная функции $y = e^x + x^2 - 1$ равна:

a) e^x;

b) $e^x + 1$;

c) $e^x + 2$;

d) $e^x + 2x$.

13. Найти производную функции $\begin{cases} x=\ln \operatorname{tg} t \\ y=1/\sin t \end{cases}$:

a) $-\frac{\cos^2 t}{\sin t}$;

b) $\frac{\cos^2 t}{\sin t}$;

c) $\frac{\sin t}{\cos^2 t}$;

d) $-\frac{\sin t}{\cos^2 t}$.

14. Найти производную функции $\begin{cases} x=\cos^3 t \\ y=\sin^3 t \end{cases}$:

a) $-tgt$;

b) tgt;

c) $-ctgt$;

d) $ctgt$.

15. Найти производную функции $\begin{cases} x=t-\sin t \\ y=1-\cos t \end{cases}$:

a) $t-\sin t$;

b) $1-\sin t$;

c) $t-\cos t$;

d) $\cos t$.

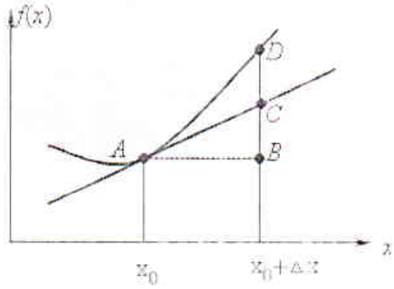
16. Производная периодической дифференцируемой функции – функция:
a) периодическая;
b) непериодическая;
c) четная;
d) нечетная.

17. Производная четной дифференцируемой функции – функция:
a) четная;
b) нечетная;
c) общего вида.

18. Непрерывность функции есть ______ условие для ее дифференцируемости.
a) необходимое;
b) достаточное;
c) необходимое и достаточное.

19. Если $\Delta y = A \cdot \Delta x + \alpha(\Delta x) \cdot \Delta x$, то дифференциал – это:
a) A;
b) $A \cdot \Delta x$;
c) $\alpha(\Delta x)$;
d) $\alpha(\Delta x) \cdot \Delta x$.

20. Дифференциалу функции $y=f(x)$ в точке $x=x_0$ на основании геометрического смысла соответствует отрезок:



a) AB;
b) AC;
c) BC;
d) BD.

21. Если приращение функции заменить ее дифференциалом, то $sin(29^o)$ приближенно равен:
a) $\frac{1}{2} + \frac{\pi\sqrt{3}}{360}$;
b) $1/2 + \sqrt{3}/2$;
c) $1/2 - \sqrt{3}/2$;
d) $\frac{1}{2} - \frac{\pi\sqrt{3}}{360}$.

22. Если функция дифференцируема в точке x_0, то в точке x_0 функция будет:
a) иметь разрыв;
b) иметь экстремум;
c) непрерывна;
d) иметь производную.

23. Дифференциал функции $y = x^2 - 1$ равен:

a) $(2x-1)dx$;

b) xdx;

c) $2xdx$;

d) $(x^2-1)dx$.

24. Выберите правильный порядок понятий:

a) непрерывность $\Rightarrow$ дифференцируемость $\Rightarrow$ интегрируемость $\Rightarrow$ ограниченность;

b) непрерывность $\Rightarrow$ ограниченность $\Rightarrow$ интегрируемость $\Rightarrow$ дифференцируемость;

c) дифференцируемость $\Rightarrow$ ограниченность $\Rightarrow$ интегрируемость $\Rightarrow$ непрерывность;

d) дифференцируемость $\Rightarrow$ непрерывность $\Rightarrow$ интегрируемость $\Rightarrow$ ограниченность.

25. Найти $d^3(x^4)$ (при ответе выбрать числовой множитель):

a) 3;

b) 4;

c) 12;

d) 24.

26. Функция $y = 1/x$ в точке $x=0$:

a) непрерывна;

b) имеет устранимый разрыв;

c) имеет конечный скачек:

d) имеет разрыв второго рода.

27. Определите, сколько точек разрыва имеет функция $f(x)=\dfrac{(x+2)(x-3)^2}{x^4(x-3)(x-1)^3}$:

1. 0;
2. 1;
3. 2;
4. 3.

28. Найдите количество экстремумов функции $f(x)=\dfrac{x^2-2x+2}{x-1}$:

a) 0;

b) 1;

c) 2;

d) 3.

29. Найдите наибольшее значение функции $y=\log_{\sqrt{5}}(-x^2-10x)$:

a) – 4;

b) 0;

c) 4;

d) 10.

30. Наклонная асимптота графика функции $f(x)=\dfrac{2x^3}{x^2-1}$ имеет уравнение:

a) $y=2x$;

b) $y=2x-1$;

c) $y=2x+1$;

d) $y=3x+1$.

ДЕ 3. Неопределенный интеграл – 25

1. Вычислить неопределенный интеграл $\int x\sin 3x dx$.

a) $-\dfrac{x}{3}\cos 3x+\dfrac{1}{9}\sin 3x+C$;

b) $\frac{x}{3}\cos 3x+\frac{1}{9}\sin 3x+C$;

c) $-\frac{x}{3}\sin 3x+\frac{1}{9}\cos 3x+C$;

d) $\frac{x}{3}\sin 3x+\frac{1}{9}\cos 3x+C$.

2. Вычислить неопределенный интеграл $\int\frac{x-1}{x^2+2x}dx$.

a) $C+\frac{1}{2}\ln|x|+\frac{3}{2}\ln|x+2|$;

b) $C-\frac{1}{2}\ln|x|+\frac{3}{2}\ln|x+2|$;

c) $C+\frac{1}{2}\ln|x|-\frac{3}{2}\ln|x+2|$;

d) $C-\frac{1}{2}\ln|x|-\frac{3}{2}\ln|x+2|$.

3. Вычислить неопределенный интеграл $\int\sin^3 x\cdot\cos^2 xdx$.

a) $\frac{1}{15}\cos^2 x\left(3\cos^3 x-5\right)+C$;

b) $\frac{1}{15}\cos^3 x\left(3\cos^2 x+5\right)+C$;

c) $\frac{1}{15}\cos^3 x\left(3\cos^2 x-5\right)+C$;

d) $\frac{1}{15}\cos^2 x\left(3\cos^3 x+5\right)+C$.

4. Функция *F(x)* называется первообразной функции *f(x)* на некотором промежутке, если в каждой точке этого промежутка справедливо равенство:

a) $f'(x)=F(x)$;
b) $\int F(x)dx=f(x)+c$;
c) $F'(x)=f(x)$;
d) $\int dF(x)=F(x)$.

5. Неверными являются следующие свойства неопределённого интеграла:
a) $\int(kf(x))\,dx=k\int f(x)dx$ (k=const);
b) $\int(f(x)g(x))dx=(\int f(x)dx)(\int g(x)dx)$;
c) $\int(f(x)\pm g(x))dx=\int f(x)dx\pm\int g(x)dx$;
d) $\int\frac{f(x)}{g(x)}dx=\frac{\int f(x)dx}{\int g(x)dx}$; $g(x)\neq0$.

6. Если функция *y=f(x)* непрерывна на некотором промежутке, то она имеет на этом промежутке:
a) производную;
b) первообразную;
c) неопределённый интеграл;
d) экстремум.

7. Найти интеграл $\int \frac{dx}{x^3}$:

a) $-3x^{-4}+c$;

b) $-\frac{1}{2x^2}+c$;

c) $\frac{x^2}{2}+c$;

d) $\frac{1}{2x^2}+c$.

8. Найти интеграл $\int \frac{dx}{7x-5}$:

a) $-\frac{7}{(7x-5)^2}+c$;

b) $\ln|7x-5|+c$;

c) $\frac{1}{7}\ln(7x-5)+c$;

d) $\frac{1}{7}\ln|7x-5|+c$.

9. Найдите число k, при котором данное равенство верно $\int \frac{dx}{4+25x^2} = \frac{1}{k} arctg\frac{5x}{2}+c$:

a) 2;

b) 4;

c) 10;

d) 25.

10. Выберите замену в интеграле $\int(7-3x)^{21}dx$:

a) t = 3x;

b) t = 7-3x;

c) $t = (7-3x)^{21}$;

d) $t=\frac{1}{3}x$.

11. Введите коэффициент k в первообразной $\int(7-3x)^{23}dx = \frac{1}{k}(7-3x)^{24} + c$ целым числом:

a) 23;

b) 24;

c) 72;

d) 168.

12. Найти интеграл $\int \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}dx$, проведя подстановку $f(x)= t$:

a) $2\sqrt{f(x)}+c$;

b) $\frac{1}{2}\sqrt{f(x)}+c$;

c) $\ln\sqrt{f(x)}+c$;

d) $\frac{2}{\sqrt{f(x)}}+c$.

13. Найти интеграл $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$ с помощью подстановки $\sqrt{x}=t$.

a) $2\ln(1+\sqrt{x})+c$;

b) $\frac{x^2}{2}-\ln|1+x|+c$;

c) $\sqrt{x}\ln(1+\sqrt{x})+c$;

d) $2\sqrt{x}-2\ln(1+\sqrt{x})+c$.

14. В интеграле $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{2-x^2}}$ выполнена подстановка $\sqrt{2-x^2}=t$. Укажите правильную замену выражения x^3dx:

a) $t(t^2-2)dt$;

b) $2t\sqrt{2-t^2}\,dt$;

c) $(2-t^2)\cdot\sqrt{2-t^2}\,dt$;

d) $3t^2dt$.

15. Выберите замену в интеграле $\int\frac{dx}{(\sqrt[3]{x}+7)\sqrt{x}}$:

a) $\sqrt[3]{x}=t$; $dx=3t^2dt$;

b) $\sqrt{x}=t$; $dx=2tdt$;

c) $\sqrt[6]{x}=t$; $dx=6t^5dt$;

d) $\sqrt[6]{x}=t$; $dx=tdt$.

16. Если $u=f(x)$ и $v=\varphi(x)$ _____ функции, то справедливо равенство $\int udv=uv-\int vdu$, называемое формулой интегрирования по частям.

a) непрерывно дифференцируемые;

b) непрерывные;

c) монотонные;

d) элементарные.

17. Из предложенных интегралов выбрать те, в которых следует обозначить $u=P_n(x)$ при интегрировании по частям:

a) $\int P_n(x)\ln(x)dx$;

b) $\int P_n(x)e^{kx}dx$;

c) $\int P_n(x)\sin bxdx$;

d) $\int P_n(x)\arcsin xdx$.

18. Интегралы вида $\int a^{kx}\sin bxdx$, $\int a^{kx}\cos bxdx$, $\int\sin(\ln x)dx$, $\int\cos(\ln x)dx$, где a, b, k – некоторые числа (a>0), находят интегрированием по частям. Укажите сколько раз необходимо выполнить эту операцию.

a) 0;

b) 1;

c) 2;

d) 3.

19. Интеграл вида $\int(x^5-3x^3+7x)\sin 4xdx$ находят интегрированием по частям. Укажите сколько раз надо повторить эту операцию.

a) 1;

b) 3;

c) 5;

d) 7.

20. Выберите верно найденные du и v по формуле интегрирования по частям для интеграла $\int arctg\sqrt{x}\,dx$:

a) $du=\frac{dx}{2(1+x)\sqrt{x}}$; $v=x$;

b) $du=\frac{dx}{1+x}$; $v=\sqrt{x}$;

c) $\frac{2\sqrt{x}}{1+x}dx$; $v=x$;

d) $du=\frac{1}{1+x^2}dx$; $v=\sqrt{x}$.

21. Дробно-рациональной функций (или рациональной дробью) называется выражение вида $\frac{P_n(x)}{Q_m(x)}$, где $P_n(x)$ и $Q_m(x)$ – это:
a) рациональные функции;
b) элементарные функции;
c) неприводимые многочлены по x степени n и m соответственно;
d) многочлены по x степени n и m соответственно.

22. Рациональная дробь вида $\frac{P_n(x)}{Q_m(x)}$ называется правильной, если выполняется условие:
a) $n \leq m$;
b) $n < m$;
c) $n > m$;
d) $n = m$.

23. На множестве действительных чисел определяют ___ типов простейших дробей.
a) 1;
b) 2;
c) 3;
d) 4.

24. Выберите правильную первообразную при интегрировании дроби I типа $\int \frac{A}{x-a}dx =$, где A и a – действительные числа.
a) $A \ln|x-a| + c$;
b) $\frac{A}{2}(x-a)^2 + c$;
c) $A\ln(x-a) + c$;
d) $A\ln|x| - \frac{A}{a}x + c$.

25. Выберите замену и первообразную для интеграла $\int \sqrt{16-x^2}\,dx$.
$x = 4\sin t$; $8\ln|16-x^2| + \sqrt{16-x^2} + c$;
$x = 4\operatorname{tg} t$; $8\arcsin\frac{x}{4} + \frac{1}{2}x\sqrt{16-x^2} + c$;
$x = \frac{4}{\cos t}$; $8\operatorname{arctg} 4x + x\sqrt{16-x^2} + c$;
$x = 4\sin t$; $8\arcsin\frac{x}{4} + \frac{1}{2}x\sqrt{16-x^2} + c$.

Бланк ответов к тестовым заданиям

Номер задания	ДЕ 1	ДЕ 2	ДЕ 3
1	b	a	a
2	c	b	c
3	b	a	c
4	b	c	c
5	b	b	b, d
6	c	c	b, c
7	b	d	b
8	c	d	d
9	a	b	c
10	c	d	b
11	c	a	c
12	d	c	a
13	d	a	d

14	c	a	a
15	a	a	c
16	a	a	a
17	a	b	b, c
18	b	a	c
19	a	b	c
20	a	c	a
21	d	d	d
22	a	c, d	b
23	d	c	d
24	b	d	a
25	c	d	d
26	–	d	–
27	–	d	–
28	–	c	–
29	–	c	–
30	–	a	–

Образец теста для проведения итогового контроля
по итогам освоения дисциплины, а также для контроля самостоятельной работы студента
(3 семестр)

Указания: *Напишите Вашу фамилию, номер группы и дату. Для ответа на вопрос с выбором варианта ответа достаточно написать номер вопроса и рядом букву, обозначающую правильный вариант из предложенных в тексте ответов на вопрос. Если Вы считаете правильными несколько вариантов ответов, то запишите через запятую соответствующие литеры букв.*

Расчет количества тестовых заданий по дисциплине

№	Дидактические единицы	Всего часов	Лекции (час)	Лаб. р. (час)	Практ. з. (час)	Сам. р. (час)	Коэфф. информ.	Кол-во тестов. заданий
1	ДЕ 1	28	6	–	6	16	0,26	21
2	ДЕ 2	18	6	–	6	6	0,17	14
3	ДЕ 3	20	8	–	8	4	0,18	14
4	ДЕ 4	18	8	–	8	2	0,17	14
5	ДЕ 5	24	8	–	8	8	0,22	17
	ИТОГО	**108**	**36**	–	**36**	**36**	**1**	**80**

Номер задания	Наименование темы задания
ДЕ 1. Определенный интеграл (критерий освоения ДЕ: не менее 11 правильно выполненных заданий)	
2-4, 6	Определенный интеграл, его свойства.
5, 7-9	Способы вычисления определенных интегралов.
1, 10-15	Приложения определенных интегралов.
16-21	Несобственные интегралы.
ДЕ 2. Функции нескольких переменных (критерий освоения ДЕ: не менее 8 правильно выполненных заданий)	
2	Функции нескольких переменных, их геометрический смысл, понятие предела и непрерывности.
3-13	Частные производные и полный дифференциал функций двух переменных.
14	Производные и дифференциалы высших порядков.
1	Экстремум функции нескольких переменных. Наибольшее и наименьшее значения функции

	в замкнутой области.
ДЕ 3. Дифференциальные уравнения (критерий освоения ДЕ: не менее 8 правильно выполненных заданий)	
1, 3-5	Обыкновенные дифференциальные уравнения: определение, задача Коши.
6-9	Уравнения I порядка: уравнения с разделяющимися переменными, однородные дифференциальные уравнения.
10, 11	Линейные дифференциальные уравнения I порядка. Различные методы их решения.
12, 13	Дифференциальные уравнения высших порядков.
2, 14	Линейные дифференциальные уравнения высших порядков.
ДЕ 4. Ряды (критерий освоения ДЕ: не менее 8 правильно выполненных заданий)	
3-8	Числовые последовательности и ряды. Свойства числовых рядов.
9-12	Признаки сходимости числовых рядов.
13, 14	Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница.
1	Степенные ряды. Радиус сходимости. Свойства степенных рядов.
2	Приложение рядов.
ДЕ 5. Двойные и криволинейные интегралы (критерий освоения ДЕ: не менее 9 правильно выполненных заданий)	
1-6	Понятие двойного интеграла. Основные свойства двойного интеграла.
7-11	Вычисление двойного интеграла путем сведения его к повторному.
12-14	Переход к полярным координатам. Замена переменных под знаком двойного интеграла.
15, 16	Определение криволинейного интеграла первого рода, его физический смысл, свойства. Вычисление криволинейных интегралов первого рода.
17	Определение криволинейного интеграла второго рода, его физический смысл, свойства. Вычисление криволинейных интегралов второго рода.

ДЕ 1. Определенный интеграл – 21

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 2x+1$ и $x-y-1=0$.

a) $\frac{16}{3}$;

b) $\frac{17}{3}$;

c) $\frac{16}{5}$;

d) $\frac{17}{4}$.

2. Если существует конечный предел I интегральной суммы _____, составленной для функции $f(x)$ на _____ при условии _____ , и этот предел не зависит ни от способа разбиения $[a; b]$ на части, ни от выбора в них промежуточных точек ξ_k,то функция $f(x)$ называется интегрируемой на $[a; b]$; число I называется определенным интегралом от $f(x)$ на $[a; b]$ и обозначается символом _____ . (Вставьте номер пропущенного выражения, так чтобы получилось верное определение.)

1) $\max\limits_{k=1,n} \Delta x_k \to 0$;

2) $[a; b]$;

3) $\sum\limits_{k=1}^{n} f(\xi_k)\Delta x_k$;

4) $\sum\limits_{k=1}^{n} f(x)dx$;

5) $\int_a^b f(x)dx$;

6) $(a;\, b)$.

Выберите правильную последовательность пропущенных выражений:

a) 3, 2, 1, 5;
b) 2, 3, 6, 5;
c) 3, 2, 6, 5;
d) 4, 2, 1, 5.

3. Выберите среди приведенных выражений верно написанные свойства определенного интеграла, если *f(x)* и *g(x)* – интегрируемы на [*a; b*], [*a; c*], [*c;b*], *k*=const.

a) $\int_a^b f(x)dx = \int_b^a \frac{1}{f(x)}dx$;

b) $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$;

c) $\int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$;

d) $\int_a^b f(x)g(x)dx = \int_a^b f(x)dx\int_a^b g(x)dx$.

4. Теорема о среднем значении определенного интеграла: если функция *y=f(x)*непрерывна на [*a; b*], то найдется хотя бы одна точка $c \in [a;\, b]$, в которой выполняется равенство:

a) $\int_a^b f(x)dx = f(c)(b-a)$;

b) $\int_a^b f(x)dx = f'(c)(b-a)$;

c) $\int_a^b f(x)dx = \frac{f(c)}{b-a}$;

d) $\int_a^b f(x)dx = c(f(b)-f(a))$.

5. Формула Ньютона-Лейбница $\int_a^b f(x)dx = F(b)-F(a)$ справедлива, если:

a) $F'(x) = f(x)$;

b) $F(x)$ – непрерывна на $[a;b]$; $F'(x) = f(x)$;

c) $f(x)$ – непрерывна на $[a;b]$; $F'(x) = f(x)$;

d) $F(x) = \int_a^x f(t)dt$.

6. Выберите верные утверждения

a) $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 2\int_0^a f(x)dx$, если *f(x)* -четная;

b) $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 0$, если *f(x)*-четная;

c) $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 2\int_0^a f(x)dx$, если *f(x)*-нечетная;

d) $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 0$, если *f(x)* нечетная.

7. Выберите верную запись формул интегрирования по частям в определенном интеграле:

a) $\int\limits_a^b u(x)du(x) = u(x)v(x) - \int\limits_a^b v(x)du(x)$;

b) $\int\limits_a^b u(x)dv(x) = u(x)v(x)\Big|_a^b - \int\limits_a^b v(x)du(x)$;

c) $\int\limits_a^b u(x)dv(x) = u(x)v(x)\Big|_\alpha^\beta - \int\limits_\alpha^\beta v(x)du(x)$;

d) $\int\limits_a^b u(x)dv(x) = u(x)v(x)\Big|_a^b - \int\limits_a^b v(x)u(x)dx$.

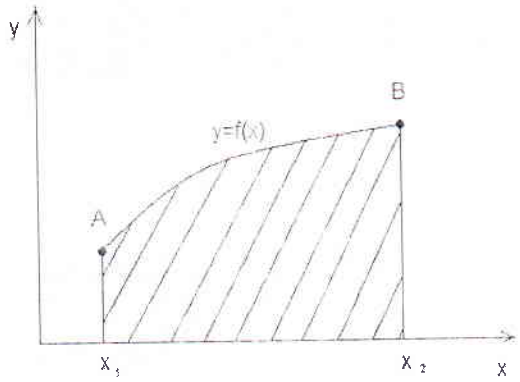
8. Вычислить $\int\limits_1^e \ln x dx$.

a) 0;
b) 1;
c) e;
d) 3.

9. Вычислить $\int\limits_0^\pi x\cos x dx$.

a) -2;
b) 0;
c) π;
d) 2.

10. Укажите верное соответствие между представленной на рисунке плоской фигурой и формулой для нахождения ее площади.



a) $S = \int\limits_{x_1}^{x_2} f(x)dx$;

b) $S = \int\limits_{y_1}^{y_2} f(y)dy$;

c) $S = \int\limits_{x_1}^{x_2} f(y)dy$;

d) $S = \int\limits_{y_1}^{y_2} f(x)dx$.

11. Укажите верное соответствие между представленной на рисунке плоской фигурой и формулой для нахождения ее площади.

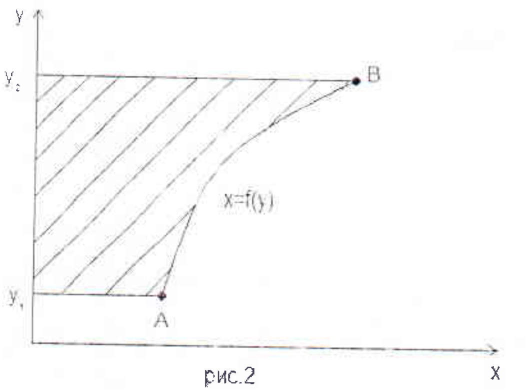


рис.2

a) $S = \int\limits_{x_1}^{x_2} f(x)dx$;

b) $S = \int\limits_{y_1}^{y_2} f(y)dy$;

c) $S = \int\limits_{x_1}^{x_2} f(y)dy$;

d) $S = \int\limits_{y_1}^{y_2} f(x)dx$.

12. Укажите верное соответствие между представленной на рисунке плоской фигурой и формулой для нахождения ее площади.

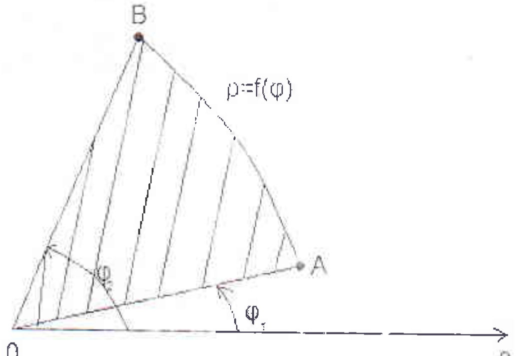


рис. 3

a) $S = \frac{1}{2}\int\limits_{\varphi_1}^{\varphi_2} \rho^2 d\varphi$;

b) $S = \int\limits_{\varphi_1}^{\varphi_2} \rho d\varphi$;

c) $S = \int\limits_{y_1}^{y_2} f(y)dy$;

d) $S = \int\limits_{x_1}^{x_2} f(x)dx$.

13. Укажите верное соответствие между представленной на рисунке плоской фигурой и формулой для нахождения ее площади.

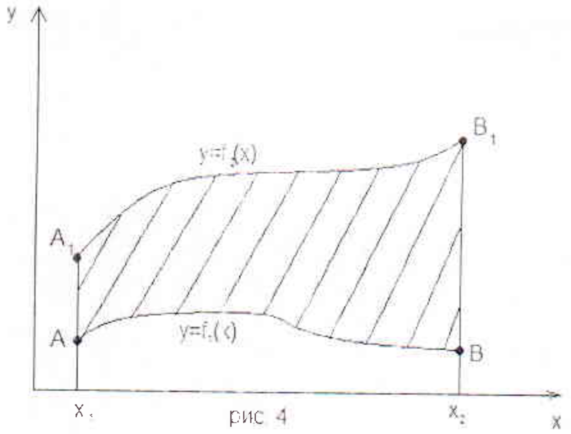


рис 4

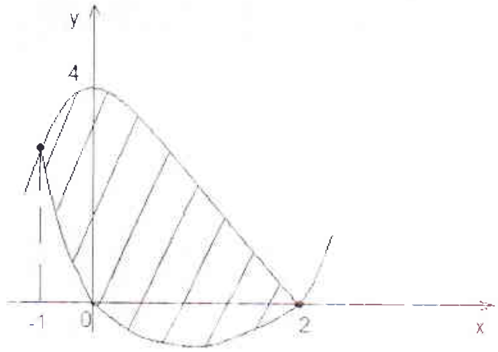
a) $S = \int\limits_{x_1}^{x_2} f(x)dx$;

b) $S = \int\limits_{y_1}^{y_2} f(y)dy$;

c) $S = \int\limits_{x_1}^{x_2} (f_2(x) - f_1(x))dx$;

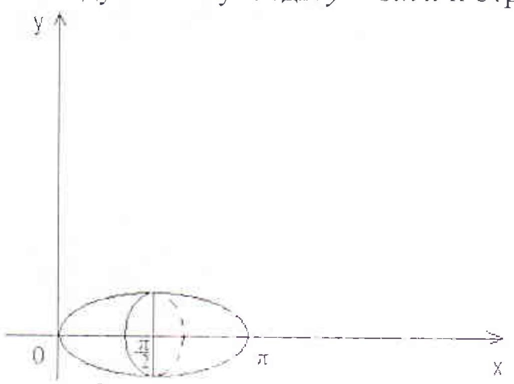
d) $S = \int\limits_{x_1}^{x_2} (f_1(x) - f_2(x))dx$.

14. Вычислить площадь, ограниченную параболами $y = 4 - x^2$ и $y = x^2 - 2x$:



a) 0;
b) 5;
c) 10;
d) 15.

15. Вычислить объем тела вращения вокруг оси Ox криволинейной трапеции, ограниченной дугой синусоиды $y = \sin x$ и отрезком $[0; \pi]$.



a) $\pi^2 - 1$;

b) $\frac{1}{3}\pi^2$;

c) $\frac{1}{2}\pi^2$;

d) $\frac{1}{2}\pi$.

16. К несобственным интегралам первого рода относятся:

a) $\int\limits_0^{\infty} x^2 dx$;

b) $\int\limits_0^{1} \frac{\sin x}{x^2} dx$;

c) $\int\limits_0^{1} \frac{1}{x^2} dx$;

d) $\int\limits_3^{\infty} \frac{\sin x}{x^2} dx$.

17. Вычислите несобственный интеграл первого рода $\int\limits_0^{27} x^{-2/3} dx$.

a) $\frac{1}{2}$;

b) 1;

c) 2;

d) интеграл расходится;

18. Вычислите несобственный интеграл первого рода $\int\limits_0^{16} x^{4/3} dx$.

a) 2

b) 5;

c) 6;

d) интеграл расходится.

19. К несобственным интегралам второго рода относятся:

a) $\int\limits_0^{\infty} x^2 dx$;

b) $\int\limits_0^{1} \frac{1}{x^2} dx$;

c) $\int\limits_3^{\infty} \frac{\sin x}{x^2} dx$;

d) $\int\limits_0^{1} \frac{\sin x}{x^2} dx$.

20. Вычислите несобственный интеграл второго рода $\int\limits_1^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$.

a) $\frac{1}{6}$;

b) 1;

c) 2;

d) интеграл расходится.

21. Вычислите несобственный интеграл второго рода $\int\limits_0^{3} \frac{1}{x} dx$.

a) $\frac{1}{6}$;

b) 1;
c) 2;
d) интеграл расходится.

ДЕ 2. Функции нескольких переменных – 14

1. Найти экстремумы функции $z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y$.
a) $z_{\max} = 9$;
b) $z_{\min} = -9$;
c) $z_{\min} = -7$;
d) $z_{\max} = 5$.

2. Найдите $\lim\limits_{\substack{x \to +\infty \\ y \to +\infty}} \left[\left(x^2 + 3y^2\right) \sin \frac{1}{x^2 + 3y^2} \right]$
a) -1;
b) 0;
c) 1;
d) ∞.

3. Укажите полный дифференциал dz функции $z = \frac{1}{x^2 + y^2}$.
a) $dz = \frac{2x}{x^2 + y^2} dx + \frac{2y}{x^2 + y^2} dy$
b) $dz = -\frac{2x}{\left(x^2 + y^2\right)^2} \partial x - \frac{2y}{\left(x^2 + y^2\right)^2} \partial y$;
c) $dz = -\frac{2x}{\left(x^2 + y^2\right)^2} dx - \frac{2y}{\left(x^2 + y^2\right)^2} dy$;
d) $dz = -\frac{1}{\left(x^2 + y^2\right)^2} dxdy$

4. Укажите частную производную по x первого порядка z'_x функции $z = e^{xy}$.
a) $y \cdot e^{xy}$;
b) $-y \cdot e^{xy}$;
c) $x \cdot e^{xy}$;
d) $-x \cdot e^{xy}$.

5. Укажите частную производную по y первого порядка z'_y функции $z = \cos \frac{x}{y}$.
a) $-\sin \frac{x}{y} \cdot \frac{1}{y}$;
b) $\cos \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y^2}$;
c) $-\sin \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y^2}$;
d) $\sin \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y^2}$.

6. Укажите верную комбинацию частных производных для функции $w = \ln(xyz)$.
a) $w'_x = \frac{1}{xyz}$; $w'_y = \frac{1}{xyz}$; $w'_z = \frac{1}{xyz}$

b) $w'_x = \frac{1}{x},\ w'_y = \frac{1}{y},\ w'_z = \frac{1}{z}$;

c) $w'_x = \frac{1}{yz},\ w'_y = \frac{1}{xz},\ w'_z = \frac{1}{xy}$;

d) верный ответ отсутствует.

7. Найдите сумму частных производных функции $z = x^{2y}$ в точке (1,1).

a) 0;

b) 1;

c) 2;

d) 3.

8. Выражение $P(x,y)dx + Q(x,y)dy$ называется полным дифференциалом функции $f(x, y)$ в точке (x_0, y_0), если:

a) $\frac{\partial P}{\partial y} = -\frac{\partial Q}{\partial x}$;

b) $P = \frac{\partial f(x_0;y_0)}{\partial y},\ Q = \frac{\partial f(x_0;y_0)}{\partial x}$;

c) $\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}$;

d) $P = \frac{\partial f(x_0;y_0)}{\partial x},\ Q = \frac{\partial f(x_0;y_0)}{\partial y}$.

9. Укажите частную производную по y первого порядка $\frac{\partial f}{\partial y}$, если $f = (xy^3)^z$

a) $(xy^3)^z \cdot \ln|xy^3|$;

b) $(xy^3)^z \cdot \ln|x|$;

c) $3z \cdot x^z y^{3z-1}$;

d) $z \cdot x^{z-1} y^{3z}$.

10. Укажите верные выражения для полного дифференциала dz функции $z = f(x, y)$.

a) $dz = \frac{df}{dx}dx - \frac{df}{dy}dy$;

b) $dz = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy$;

c) $dz = \frac{dz}{dx}dx + \frac{dz}{dy}dy$;

d) $dz = f'_x dx + f'_y dy$

11. Укажите, какое из соотношений справедливо для функции $u = \ln(e^x + e^y)$

a) $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = 0$;

b) $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial y}$;

c) $\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 1$;

d) $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = 1$

12. Для функции $z = xy^2 \cdot tgy$ укажите $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{M_0}$, где $M_0(1;\frac{\pi}{4})$

a) π;
b) $\frac{\pi^2}{4}$;
c) $\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$;
d) верный ответ отсутствует.

13. Найдите значение выражения $z'_y - 2\cdot z'_x$ в точке (1,1), где $z = x^{\sqrt{y}}$
a) 0;
b) -2;
c) 2;
d) 3.

14. Укажите частную производную по y второго порядка z''_{yy} функции $z = x\cdot\ln\frac{y}{x}$
a) $-\frac{x}{y^2}$;
b) $\frac{x}{y^2}$;
c) $\frac{x}{y}$;
d) $-\frac{x^2}{y^2}$.

ДЕ 3. Дифференциальные уравнения – 14

1. Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка $y' = \frac{y^2}{x^2} - 2$.
a) $y+2x = Cx^3\cdot(y+x)$;
b) $y-2x = Cx^3\cdot(y-x)$;
c) $y-2x = Cx^3\cdot(y+x)$;
d) $y-2x = Cx^3\cdot(y-x)$.

2. Найти частное решение дифференциального уравнения второго порядка $4y''+16y'+15y = 4\cdot e^{-\frac{3}{2}x}$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0)=3;\ y'(0)=-5,5$.
a) $y=(1+x)e^{-\frac{5}{2}x}+2e^{-\frac{3}{2}x}$;
b) $y=(1-x)e^{-\frac{5}{2}x}+2e^{-\frac{3}{2}x}$;
c) $y=(1+x)e^{-\frac{3}{2}x}+2e^{-\frac{5}{2}x}$;
d) $y=(1-x)e^{\frac{3}{2}x}+2e^{-\frac{5}{2}x}$.

3. Дифференциальным уравнением называется уравнение, в которое неизвестная функция входит:
a) под знаком интеграла;
b) под знаком производной или дифференциала;
c) под знаком логарифма;
d) в неявном виде.

4. Решением дифференциального уравнения $F(x, y, y', \ldots, y^n) = 0$ называется функция $y = y(x)$, если она:

a) удовлетворяет начальным условиям;

b) n раз дифференцируема на промежутке I;

c) монотонна на промежутке I;

d) обращает при подстановке уравнение в тождество.

5. Задачу Коши для дифференциального уравнения первого порядка $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$, формулируют следующим образом (укажите правильные варианты ответа):

a) Найти решение $y(x)$ такое, что $y(x_0) = y_0$;

b) Найти решение $y(x)$ такое, что $y(x_0) = f(x_0, y_0)$;

c) Найти интегральную кривую, проходимую через заданную точку (x_0, y_0);

d) Найти семейство интегральных кривых вида $y=\varphi(x, c)$.

6. Уравнениями с разделяющимися переменными являются уравнения вида:

a) $f(y)\,dy = g(x)\,dx$;

b) $y' = f(x, y)$;

c) $y' = f(\frac{y}{x})$;

d) $y' = g(x)\,p(y)$.

7. Найдите общий интеграл уравнения $x(y^2 - 4)\,dx + y dy = 0$

a) $\frac{y^2}{2} - 4\ln y = \frac{x^2}{2} + c$;

b) $y^2 - 4 = ce^{-x^2}$;

c) $y^2 - 4 = ce^{x^2}$;

d) $\sqrt{y^2 - 4} = ce^{x^2}$.

8. Однородным дифференциальным уравнением первого порядка называется уравнение вида:

a) $y' = f(x, y)$;

b) $f(x)dx = g(y)dy$;

c) $ay' + by + c = 0$;

d) $y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$.

9. Выберите правильную замену для решения однородного дифференциального уравнения:

a) $y = Ux,\ y' = U'x + U$;

b) $y = UV,\ y' = U'V + UV'$;

c) $y = \frac{U}{V},\ y' = \frac{U'V - V'U}{V^2}$;

d) $y' = yz$.

10. Линейным дифференциальным уравнением первого порядка называется уравнение вида:

a) $y' + p(x)y = f(x)y^2$;

b) $y' + p(x)y = f(x)$;

c) $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$;

d) $f(x)fx = g(y)dy$.

11. Интегрировать линейное неоднородное дифференциальное уравнение можно методами:

a) вариаций постоянной;

b) Коши;

c) Бернулли;

d) подбора.

12. Указать верную замену для решения уравнения $y \cdot y'' = y^2 \cdot y' + (y')^2$.
a) $y' = p(x), y'' = p'(x)$;
b) $y' = p(y), y'' = p'_y \cdot p(y)$;
c) $p = \frac{y}{x}$;
d) $p = y \cdot y'$.

13. Общим решением уравнения $y'' = e^x$ является функция:
a) $y = e^x$;
b) $y = e^x + C_1$;
c) $y = C_1 e^x - C_2$;
d) $y = e^x - C_1 x - C_2$.

14. Линейное однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка имеет вид:
a) $y''' + a_2(x)y'' + a_1(x)y' + a_0(x)y = 0$;
b) $y'' + a_1(x)y' + a_0(x)y = f(x)$;
c) $a_2(x)y' + a_1(x)y = 0$;
d) $y'' + a_1(x)y' + a_0(x)y = 0$.

ДЕ 4. Ряды – 14

1. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot x^n$.

a) $(-1;1)$;
b) $[-1;1]$;
c) $[-1;1)$;
d) $(-1;1]$.

2. Вычислить с помощью рядов $\frac{1}{\sqrt[5]{e}}$ с точностью до 0,0001.

a) 0,8186;
b) 0,8187;
c) 0,8286;
d) 0,8287.

3. Закончить утверждение: «Ряд называется сходящимся, если ... ».
a) последовательность его частичных сумм имеет конечный или бесконечный предел;
b) предел общего члена ряда равен нулю;
c) последовательность его частичных сумм имеет конечный предел;
d) предел модуля общего члена равен нулю.

4. Дан сходящийся ряд. При отбрасывании нескольких его ненулевых членов ряд:
a) останется сходящимся и его сумма обязательно не изменится;
b) останется сходящимся, и его сумма изменится, если сумма отброшенных элементов не равна 0;
c) станет расходящимся;
d) останется сходящимся и его сумма обязательно уменьшится.

5. Если $U_1, U_2, \ldots, U_n$ – числовая последовательность, то $\sum_{k=1}^{n} U_n$, $\sum_{k=1}^{\infty} U_n$, $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} U_k$ называются соответственно:
a) рядом, суммой ряда, частичной суммой;

b) суммой ряда, частичной суммой, рядом;
c) частичной суммой ряда, суммой ряда, рядом;
d) частичной суммой ряда, рядом, суммой ряда.

6. Найдите четвертый член a_4 числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot (n+2)}{2^{n-1}}$.
a) 1;
b) 2;
c) 3;
d) 4.

7. Укажите вид общего члена числового ряда $\left(-\frac{6}{3}\right)+\frac{11}{9}+\left(-\frac{16}{27}\right)+\frac{21}{81}+\ldots$
a) $(-1)^n \frac{(5n-4)}{3n}$;
b) $(-1)^n \frac{(5n+1)}{3^n}$;
c) $(-1)^n \frac{(5n-4)}{3^n}$;
d) $(-1)^n \frac{(5n+1)}{3n}$.

8. Укажите верные утверждения, относящиеся к поведению ряда Дирихле $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$:
a) при $\alpha < 1$ указанный ряд расходится;
b) при $\alpha > 1$ указанный ряд сходится;
c) при $\alpha < 1$ указанный ряд сходится;
d) при $\alpha = 1$ указанный ряд расходится.

9. Необходимым признаком сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} U_n$ является:
a) $\lim_{n\to\infty} U_n = 0$;
b) $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} U_k = 0$;
c) $\lim_{n\to\infty} U_n = C = const$;
d) $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{U_n} = 0$.

10. Если для рядов с положительными членами $\sum_{k=1}^{\infty} P_k$ и $\sum_{k=1}^{\infty} P_k'$ выполняется $P_k \le P_k'$, то (укажите **неверное** утверждение):
a) из сходимости ряда $\sum_{k=1}^{\infty} P_k$ следует сходимость $\sum_{k=1}^{\infty} P_k'$;
b) из расходимости ряда $\sum_{k=1}^{\infty} P_k$ следует расходимость $\sum_{k=1}^{\infty} P_k'$;
c) из сходимости ряда $\sum_{k=1}^{\infty} P_k'$ следует сходимость $\sum_{k=1}^{\infty} P_k$.

11. Признак Даламбера сходимости числового ряда $\sum_{k=1}^{\infty} P_k$ с положительными членами P_k заключается в том, что если существует:
a) $\lim_{k\to\infty} \frac{P_{k+1}}{P_k} = q$, то при $q < 1$ ряд расходится, а при $q > 1$ ряд сходится;
b) $\lim_{k\to\infty} \sqrt[k]{P_k} = q$, то при $q < 1$ ряд расходится, а при $q > 1$ ряд сходится;
c) $\lim_{k\to\infty} \frac{P_{k+1}}{P_k} = q$, то при $q > 1$ ряд расходится, а при $q < 1$ ряд сходится;

d) $\lim\limits_{k\to\infty} \frac{P_{k-1}}{P_k} = q$, то при $q > 1$ ряд расходится, а при $q \le 1$ ряд сходится.

12. Признак Коши сходимости числового ряда $\sum\limits_{k=1}^{\infty} P_k$ с положительными членами P_k заключается в том, что если существует:

a) $\lim\limits_{k\to\infty} \frac{P_{k-1}}{P_k} = q$, то при $q < 1$ ряд сходится, а при $q > 1$ ряд расходится;

b) $\lim\limits_{k\to\infty} \sqrt[k]{P_k} = q$, то при $q > 1$ ряд сходится, а при $q < 1$ ряд расходится;

c) $\lim\limits_{k\to\infty} \sqrt[k]{P_k} = q$, то при $q \ge 1$ ряд сходится, а при $q < 1$ ряд расходится;

d) $\lim\limits_{k\to\infty} \sqrt[k]{P_k} = q$, то при $q < 1$ ряд сходится, а при $q > 1$ ряд расходится.

13. Укажите верную формулировку признака абсолютной сходимости знакопеременного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$.

a) если сходится ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |u_n|$, то ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ сходится абсолютно;

b) если ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left|\frac{u_{n-1}}{u_n}\right|$ сходится, то ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ сходится абсолютно;

c) если ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left|\sqrt[n]{u_n}\right|$ сходится, то ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ сходится абсолютно;

d) если $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{u_{n-1}}{u_n} < 1$, то ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ сходится абсолютно.

14. Знакочередующийся ряд $P_1 - P_2 + P_3 - P_4 + \ldots + (-1)^{n+1} P_n + \ldots$ $(P_i > 0)$ сходится (признак Лейбница), если:

a) $P_1 < P_2 < P_3 < P_4 < \ldots < P_n < \ldots$ и $\lim\limits_{n\to\infty} P_n = 0$;

b) $P_1 > P_2 > P_3 > P_4 > \ldots > P_n > \ldots$ и $\lim\limits_{n\to\infty} P_n = 0$;

c) $P_1 > P_2 > P_3 > P_4 > \ldots > P_n > \ldots$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{P_{n+1}}{P_n} = 0$;

d) $P_1 > P_2 > P_3 > P_4 > \ldots > P_n > \ldots$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{P_n} = 0$.

ДЕ 5. Двойные и криволинейные интегралы – 17

1. По определению двойной интеграл – это предел двойной интегральной суммы $\iint_D f(x,y)dxdy = \lim_{d\to 0} \delta(P_k, \Delta S_k)$, если:

a) предел не зависит от способа разбиения области D на части;

b) предел не зависит от выбора точек Pk $\in \Delta$Sk;

c) предел существует;

d) диаметр разбиения области на части стремится к нулю.

2. Укажите геометрический смысл двойного интеграла вида $\iint_D f(x,y)dxdy$, если $f(x,y) \ge 0$ для любых (x,y) $\in$ D, D $\subset$ (oxy).

a) площадь поверхности цилиндрического тела;

b) объем цилиндрического тела;

c) площадь области D;

d) объем цилиндра.

3. Площадь плоской области D вычисляется по формуле:

a) $S_D=\iint_D f(x,y)dxdy$;

b) $S_D=\int_L Pdx+Qdy$;

c) $S_D=\iint_D dxdy$;

d) $S_D=\iint_D xf(x,y)dxdy$.

4. Двойной интеграл обладает следующими свойствами:

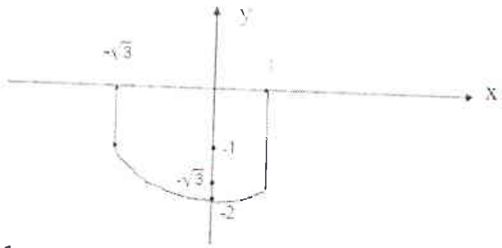
a) $\iint_D f(x,y)dxdy=\iint_{D1} f(x,y)dxdy-\iint_{D2} f(x,y)dxdy$, где $D1 \cup D2=D$;

b) $\iint_D kf(x,y)dxdy=k\iint_D f(x,y)dxdy$;

c) $\iint_D (f(x,y)+g(x,y))dxdy=\iint_D f(x,y)dxdy+\iint_D g(x,y)dxdy$;

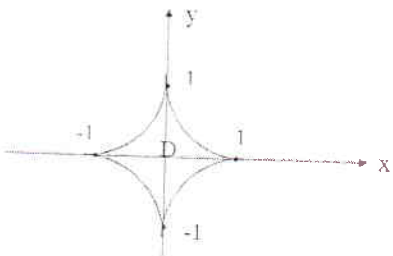
d) $\iint_D f(x,y)\cdot g(x,y)dxdy=\iint_D f(x,y)dxdy\cdot\iint_D g(x,y)dxdy$.

5. Укажите на сколько правильных в направлении оси ox областей надо разбить область D:



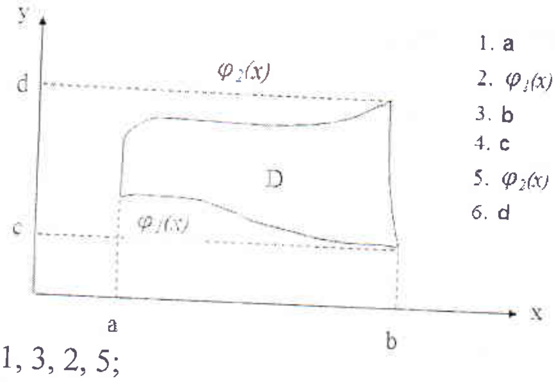
a) 1;
b) 2;
c) 3;
d) 4.

6. Укажите на сколько правильных в направлении оси oy областей надо разбить область D:



a) 1;
b) 2;
c) 3;
d) 4.

7. При сведении двойного интеграла по области D к повторному интегралу используется формула $\iint_D f(x,y)dxdy=\int_1^2 dx\int_3^4 f(x,y)dy$. Укажите границы интегрирования в правильном порядке.



1. a
2. $\varphi_1(x)$
3. b
4. c
5. $\varphi_2(x)$
6. d

a) 1, 3, 2, 5;
b) 3, 1, 5, 2;
c) 4, 6, 2, 5;
d) 2, 5, 1, 3.

8. Границами внутреннего и внешнего интегралов в повторном интеграле будут постоянные величины, если областью интегрирования *D* являются:
a) прямоугольник со сторонами параллельными осям координат;
b) прямоугольник;
c) окружность;
d) эллипс с центром в точке (0;0).

9. Вычислить повторный интеграл $\int_0^1 dx \int_x^{2x} 3(x-y+1)dy$
a) 0;
b) 1;
c) 2;
d) 4.

10. Вычислить повторный интеграл $\iint_D xydxdy$. если область D – эллипс $4x^2+y^2 \le 4$.
a) 0;
b) 1;
c) 2;
d) 4.

11. Вычислить площадь области, ограниченной линиями: $y = x,\ y + x = 4,\ x = 4$.
a) 0;
b) 1;
c) 2;
d) 4.

12. Формула замены переменной в двойном интеграле имеет вид $\iint_D f\big(x(U,V), y(U,V)\big) * |L(U,V)|dUdV$ =:
a) $\begin{vmatrix} U'_x & U'_y \\ V'_x & V'_y \end{vmatrix}$;
b) $\begin{vmatrix} f'_x & f'_y \\ f'_U & f'_V \end{vmatrix}$;
c) $\begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial U} & \frac{\partial x}{\partial V} \\ \frac{\partial y}{\partial U} & \frac{\partial y}{\partial V} \end{vmatrix}$;
d) $\begin{vmatrix} f''_{UU} & f''_{UV} \\ f''_{VU} & f''_{VV} \end{vmatrix}$.

13. Если область D является правильной в полярной системе координат D=$\{\alpha \le \varphi \le \beta;\ r_1(\varphi) \le \rho \le r_2(\varphi)\}$, то справедливо равенство

$$\iint_D f(\rho,\varphi)\rho d\rho d\varphi = \int_{<1>}^{<2>} d\varphi \int_{<3>}^{<4>} f(\rho,\varphi)d\rho$$

. Выберите границы в повторном интеграле в правильном порядке.

1) $r_1(\varphi)$;
2) α;
3) β;
4) $r_2(\varphi)$.

a) 2, 3, 1, 4;
b) 3, 2, 4, 1;
c) 1, 4, 2, 3;
d) 4, 1, 3, 2.

14. Вычислите двойной интеграл $I = \iint_D \text{Sin}\,\varphi\ \ \rho d\rho d\varphi$, если область D – круговой сектор, ограниченный линиями $\rho = 2,\ \varphi = \frac{\pi}{2}$ и $\varphi = \pi$

a) – 2;
b) – 1;
c) 0;
d) 2.

15. При перемене направления на кривой интегрирования криволинейный интеграл по координатам:

a) не изменяется;
b) требует перемены местами x и y;
c) становится равным нулю;
d) изменяет свой знак.

16. Формулой Грина является:

a) $\oint_L Pdx - Qdy = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right)dxdy$, где контур L обходится против часовой стрелки;

b) $\oint_L Pdx + Qdy = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right)dxdy$, где контур L обходится против часовой стрелки;

c) $\oint_L Pdx + Qdy = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right)dxdy$, где контур L обходится по часовой стрелке;

d) $\oint_L Pdx - Qdy = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial y}\right)dxdy$, где контур L обходится против часовой стрелки.

17. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L 2xydx + x^2dy$ от точки $M(0;0)$ до точки $N(1;1)$.

a) 0;
b) 1;
c) 2;
d) 4.

Бланк ответов к тестовым заданиям

Номер задания	ДЕ 1	ДЕ 2	ДЕ 3	ДЕ 4	ДЕ 5
1	b	b	c	c	a, b, c, d
2	a	c	d	b	b
3	b, c	c	b	c	c
4	a	a	b, d	b	a, b, c
5	c	d	a, c	d	c
6	a, d	b	a, d	c	b
7	b	c	b	b	a
8	b	d	d	a, b, d	a
9	a	c	a	a	b
10	a	b, d	b	a	a
11	b	d	a, c	c	c
12	a	d	b	d	c
13	c	b	d	a	a
14	d	a	d	b	d
15	c	–	–	–	d
16	a, d	–	–	–	b
17	b	–	–	–	b
18	d	–	–	–	–
19	b, d	–	–	–	–
20	c	–	–	–	–
21	d	–	–	–	–

Вопросы сессионного контроля (2 семестр)

1. Функция. Область ее определения. Способы задания.
2. Основные элементарные функции, их свойства и графики.
3. Сложные и обратные функции, их графики.
4. Неявная функция. Элементарные и трансцендентные функции.
5. Последовательности. Основные свойства последовательности.
6. Предел числовой последовательности. Неперовое число e.
7. Предел функции. Свойства пределов.
8. Теорема о промежуточной функции. Односторонние пределы
9. Неопределенности. Раскрытие неопределенностей.
10. Замечательные пределы.
11. Сравнение бесконечно малых функций.
12. Эквивалентные бесконечно малые функции. Основные теоремы об эквивалентных.
13. Непрерывность функций. Свойства непрерывных функций.
14. Точки разрыва функций. Их классификация.
15. Приращение аргумента. Приращение функции. Производная функции, ее геометрический и физический смысл.
16. Необходимое условие существования производной. Таблица производных основных элементарных функций.
17. Производная сложной, обратной функций.
18. Производная неявной, параметрически заданной функции.
19. Логарифмическое дифференцирование. Вывод производной показательной функции.
20. Дифференциал функции, его геометрический смысл.
21. Дифференциал сложной функции. Свойства дифференциала.
22. Приближенное вычисление с помощью дифференциала.
23. Производные и дифференциалы высших порядков.
24. Формула Лейбница. Правило Лопиталя.

25. Исследование функции: возрастание и убывание; вогнутость и выпуклость.
26. Экстремумы функции; задачи о наибольших и наименьших значениях функции.
27. Асимптоты плоских кривых. Схема исследования функции.
28. Первообразная функции и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
29. Таблица интегралов основных элементарных функций.
30. Основные методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования, метод замены переменной, метод интегрирования по частям.
31. Основные сведения о комплексных числах. Арифметические операции над ними.
32. Разложение рациональных дробей на простейшие.
33. Интегрирование простейших дробей. Рекуррентная формула.
34. Интегрирование тригонометрических выражений. Универсальная и частные подстановки.
35. Интегрирование некоторых видов иррациональностей.
36. Общие приемы интегрирования.

Вопросы сессионного контроля (3 семестр)

1. Задача о площади криволинейной трапеции.
2. Определенный интеграл, его свойства.
3. Способы вычисления определенных интегралов.
4. Геометрические и физические приложения определенного интеграла.
5. Интегралы с бесконечными пределами.
6. Интегралы от ограниченных функций.
7. Признаки сходимости несобственных интегралов.
8. Интегрирование по частям в случае несобственных интегралов. Замена переменных в несобственных интегралах.
9. Функции нескольких переменных, их геометрический смысл, понятие предела и непрерывности.
10. Частные производные и полный дифференциал функций двух переменных.
11. Частные производные и дифференциалы высших порядков функций нескольких переменных.
12. Производная по направлению. Градиент.
13. Экстремум функции нескольких переменных.
14. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.
15. Обыкновенные дифференциальные уравнения: определение, задача Коши.
16. Уравнения I порядка: уравнения с разделяющимися переменными, однородные дифференциальные уравнения.
17. Линейные дифференциальные уравнения I порядка. Различные методы их решения.
18. Некоторые виды дифференциальных уравнений, допускающих понижение порядка.
19. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Общие сведения.
20. Линейные дифференциальные уравнения высшего порядка и их решение с помощью характеристического уравнения. ЛНДУ со специальной правой частью.
21. Числовые последовательности и ряды.
22. Свойства числовых рядов. Ряды с положительными членами.
23. Признаки сходимости рядов: признак сравнения, признак Даламбера, признак Коши. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница.
24. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость.
25. Понятие о функциональном ряде. Степенные ряды. Теорема Абеля.
26. Радиус сходимости. Свойства степенных рядов.
27. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора.
28. Применение степенных рядов в приближенных вычислениях.
29. Понятие двойного интеграла.
30. Условия существования двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла путем сведения его к повторному.
31. Основные свойства двойного интеграла.
32. Переход к полярным координатам.
33. Замена переменных под знаком двойного интеграла.

34. Механические и геометрические приложения двойного интеграла.
35. Определение криволинейного интеграла первого рода, его физический смысл, свойства.
36. Вычисление криволинейных интегралов первого рода.
37. Определение криволинейного интеграла второго рода, его физический смысл, свойства.
38. Вычисление криволинейных интегралов второго рода.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

8.1. Основная литература

1. Тягульская Л.А. Математический анализ Ч.2. Методическое пособие. – Рыбница: РФ ПГУ им. Т.Г. Шевченко, 2010. – 104 с.
2. Тягульская Л.А. Математический анализ Ч.3. Методическое пособие. – Рыбница: РФ ПГУ им. Т.Г. Шевченко, 2010. – 190 с.
3. Мамугин В.А. Математический анализ. Учебное пособие. – М.: ЭКСМО, 2012. – 592 с.

8.2. Дополнительная литература

1. Высшая математика для экономистов./Под ред. проф. Н.Ш. Кремера – М.: ЮНИТИ, 2012. – 479 с.
2. Ермаков В.И. Сборник задач по высшей математике для экономистов. – М.: Инфра-М, 2013. – 576 с.
3. Кастрица О.А. Высшая математика: примеры, задачи, упражнения. Учебное пособие для ВУЗОВ. М.: ЮНИТИ-Дана, 2014. – 254 с.
4. Кремер Н.Ш., Тришин И.М., Путко Б.А. и др. Практикум по высшей математике для экономистов. – М.: ЮНИТИ, 2014. – 474 с.
5. Тягульская Л.А. Сборник задач по математическому анализу. – Рыбница: РФ ПГУ им. Т.Г. Шевченко, 2013. – 155 с.
6. Таха, Хемди А. Введение в исследование операций. – М.: Вильямс, 2015. – 912 с.

8.3. Программное обеспечение и Интернет-ресурсы

Программное обеспечение, необходимое для проведения лекций-визуализаций:
Пакет Microsoft Office – офисное приложение.
Интернет-ресурсы:

1. Образовательные ресурсы Интернета – Математика. [Электронный ресурс]/ Режим доступа: http://www.alleng.ru/d/math/math169.htm.
2. Кабинет математики онлайн. [Электронный ресурс]/ Режим доступа: http://www.matcabi.net/theory.php.

9. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины

Рабочая учебная программа по дисциплине «Прикладная математика» составлена в соответствии с требованиями Федерального Государственного образовательного стандарта ВПО по направлению 2.15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств» по профилю подготовки «Автоматизация технологических процессов и производств». Изучение дисциплины «Прикладная математика» включает лекционные и практические занятия. Во время выполнения заданий практической работы в учебной аудитории студент может консультироваться с преподавателем, определять наиболее эффективные методы решения поставленных задач. Если какая-то часть задания остается не выполненной, студент может продолжить её выполнение во время внеаудиторной самостоятельной работы.

Работа с информационными источниками считается одним из основных видов самостоятельной работы.

Текущий контроль усвоения знаний по дисциплине предполагает использование разных форм контроля, в том числе проверка практических заданий. Итоговый контроль может осуществляться в форме экзамена, теста. Вопросы к экзамену и образец тестовых заданий приведены. Выполнение практических заданий, сдача коллоквиумов и модульных контрольных являются необходимым условием для допуска к экзамену.

10. *Технологическая карта дисциплины*

Курс: 1 группа: РФ18ДР62АТПП семестр: II, III
Преподаватель-лектор: Тягульская Л.А.
Преподаватель, ведущий практические занятия: Тягульская Л.А.
Кафедра информатики и программной инженерии

Наименование дисциплины / курса	Уровень//ступень образования (бакалавриат, специалитет, магистратура)	Статус дисциплины в рабочем учебном плане (А, Б, В, Г)	Количество зачетных единиц / кредитов
Прикладная математика	бакалавриат		7
Смежные дисциплины по учебному плану:			
«Алгебра и геометрия», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Численные методы», «Физика».			

ВВОДНЫЙ МОДУЛЬ (входной рейтинг-контроль, проверка «остаточных» знаний по смежным дисциплинам)				
Тема, задание или мероприятие входного контроля	Виды текущей аттестации	Аудиторная или внеаудиторная	Минимальное количество баллов	Максимальное количество баллов
Итого:				
БАЗОВЫЙ МОДУЛЬ (проверка знаний и умений по дисциплине)				
Тема, задание или мероприятие текущего контроля	Виды текущей аттестации	Аудиторная или внеаудиторная	Минимальное количество баллов	Максимальное количество баллов
Итого:				
ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ МОДУЛЬ				
Тема, задание или мероприятие дополнительного контроля	Виды текущей аттестации	Аудиторная или внеаудиторная	Минимальное количество баллов	Максимальное количество баллов
Итого максимум:				

Составитель ____________ Л.А. Тягульская, доцент

Зав. кафедрой информатики и программной инженерии ____________ Л.А. Тягульская, доцент

Согласовано:

Зав. кафедрой автоматизации
технологических процессов и производств ____________ В.Е. Фёдоров, доцент