

Государственное образовательное учреждение
«Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко»

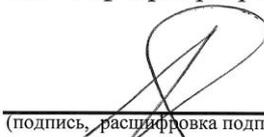
Физико-технический институт

Физико-математический факультет

Кафедра высшей и прикладной математики и информатики

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедры-разработчика, к.ф.-м.н., доц.



(подпись, расшифровка подписи)

Коровай А.В.

протокол № 1 “ 30 ” августа 2024 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине

Б1.В.08 МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

Направление

01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль

Системное программирование и компьютерные технологии

Квалификация

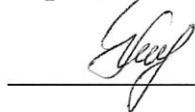
Бакалавр

Форма обучения

Очная

ГОД НАБОРА 2022

Разработчик: канд. соц. наук, доцент



/Леонова Н.Г.

“ 30 ” августа 2024 г.

Тирасполь 2024 г.

**Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине
«МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ»**

1. В результате изучения дисциплины «Методы оптимизации» у обучающихся должны быть сформированы следующие компетенции:

Категория (группа) компетенций	Код и наименование	Код и наименование индикатора достижения компетенции
<i>Обязательные профессиональные компетенции и индикаторы их достижения</i>		
	ПК-1 Способен демонстрировать общенаучные базовые знания естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	ИД-1 _{ПК-1} Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.
		ИД-2 _{ПК-1} Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.
		ИД-3 _{ПК-1} Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.
	ПК-2 Способен понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат.	ИД-1 _{ПК-2} Знает современный математический аппарат.
		ИД-2 _{ПК-2} Умеет применять методы, алгоритмы и приёмы современного математического аппарата.
		ИД-3 _{ПК-2} Владеет практическими навыками применения современного математического аппарата в исследовательской и прикладной деятельности.

2. Программа оценивания контролируемой компетенции:

Текущая аттестация	Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины и их наименование	Код контрол компет.	Наименование оценочного средства
1	Раздел №1 Понятие об оптимизационных задачах. Задачи линейного программирования(ЗЛП) специального типа: транспортные задачи (ТЗ). Методы решения ТЗ. Раздел №2 Целочисленное программирование. Методы Гомори и Ленд и Дойг.	ПК-1,2	Контрольная работа №1
2	Раздел №3 Задачи параметрического программирования Раздел №4 Динамическое программирование. Принцип оптимальности Беллмана.	ПК-1,2	Контрольная работа №2
3	Раздел №1 Понятие об оптимизационных задачах.. Задачи линейного программирования (ЗЛП) специального типа: транспортные задачи (ТЗ). Методы решения ТЗ. Раздел №2 Целочисленное программирование. Методы Гомори и Ленд и Дойг. Раздел №3 Задачи параметрического программирования Раздел №4 Динамическое программирование. Принцип оптимальности Беллмана. Раздел №5 Методы решения многокритериальных задач. Раздел №6 Задачи нелинейного программирования	ПК-1,2	Комплект заданий для выполнения домашних заданий
Промежуточная аттестация			
Экзамен		ПК-1,2	Вопросы и комплект задач к экзамену

Задание № 1

Три шахты могут поставить каменный уголь на три электростанции. Суточная производительность шахт a_i ($i = \overline{1,3}$), потребности электростанций b_j ($j = \overline{1,3}$) и стоимость транспортировки c_{ij} ($i, j = \overline{1,3}$) 1т/км угля с каждой шахты на каждую станцию заданы. Составить план транспортировки угля, обеспечивающий минимальные транспортные издержки. N-номер варианта.

$$\begin{aligned} a_1 &= 150, a_2 = 25, a_3 = 25 + 5N \\ b_1 &= 150, b_2 = 50, b_3 = 25 + 5N \end{aligned} \quad C = (c_{ij}) = \begin{pmatrix} 8 & 5 & 4 \\ 10 & 6 & 7 \\ 5 & 10 & 8 \end{pmatrix}$$

Раздел №2 Целочисленное программирование. Методы Гомори и Ленд и Дойг.

Задание № 2

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0$$

x_1, x_2 – целые

$$\begin{cases} -3x_1 + 5x_2 \leq 15 + N \\ 5x_1 + 10x_2 \leq 33 + N \end{cases}$$

$$Z = 3x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

Критерии оценки:

- выполнение контрольной работы (0 – 15 баллов).
- Оценка «отлично» (14-15 баллов) выставляется студенту, если он выполнил и оформил правильно задание контрольной работы;
- Оценка «хорошо» (10-13 баллов) выставляется студенту, если он правильно выполнил расчёты задания, но допустил неточности в оформлении и в смысловом толковании задания;
- Оценка «удовлетворительно» (6-9 баллов) выставляется студенту, если он правильно выполнил и оформил 50% задания, допустил ошибки и неточности в промежуточных расчётах, в оформлении и в смысловом толковании задания;
- Оценка «неудовлетворительно» (0-5 баллов) выставляется студенту, если он правильно выполнил основные расчёты менее 50% задания, допустил ошибки и неточности в промежуточных расчётах, в оформлении и в смысловом толковании задания или если он не справился с решением предложенного задания.

Контрольная работа №2

Задание № 1

Между четырьмя предприятиями следует распределить 120 тыс. рублей. Значения прироста выпуска продукции $g_i(\bar{X}), i = \overline{1,4}$ на предприятиях в зависимости от выделенной суммы \bar{X} приведены в таблице. Составить план распределения средств, максимизирующий общий прирост выпуска продукции. Задачу решить методом динамического программирования. N-номер варианта.

\bar{X}	0	20	40	60	80	100	120
$g_1(x)$	0	13	31	42	62	72	76+N
$g_2(x)$	0	12	26	36	54	76	78
$g_3(x)$	0	11+N	36	45	60	75	77
$g_4(x)$	0	16	37	46	63	78	80

Задание № 2

Шесть промышленных предприятий следует разместить между четырьмя областями так, чтобы суммарные затраты на их строительство были минимальными. Функция затрат $g_i(\bar{X}), i = \overline{1,4}$ в зависимости от количества размещаемых предприятий дана в таблице. Задачу решите методом динамического программирования. N-номер варианта.

\bar{X}	0	1	2	3	4	5	6
$g_1(x)$	10	18	21	24	28	33	39
$g_2(x)$	10	16	19	24	27	34	41
$g_3(x)$	10	19+N	22	26	29	30	38+N
$g_4(x)$	10	17	23	27	30	32	40

Критерии оценки:

- *выполнение контрольной работы* (0 – 15 баллов).
- Оценка «отлично» (14-15 баллов) выставляется студенту, если он выполнил и оформил правильно задание контрольной работы;
- Оценка «хорошо» (10-13 баллов) выставляется студенту, если он правильно выполнил расчёты задания, но допустил неточности в оформлении и в смысловом толковании задания;
- Оценка «удовлетворительно» (6-9 баллов) выставляется студенту, если он правильно выполнил и оформил 50% задания, допустил ошибки и неточности в промежуточных расчётах, в оформлении и в смысловом толковании задания;
- Оценка «неудовлетворительно» (0-5 баллов) выставляется студенту, если он правильно выполнил основные расчёты менее 50% задания, допустил ошибки и неточности в промежуточных расчётах, в оформлении и в смысловом толковании задания или если он не справился с решением предложенного задания.

Комплект заданий для выполнения домашних заданий по дисциплине «Методы оптимизации»

Раздел №1 Понятие об оптимизационных задачах. Задачи линейного программирования (ЗЛП) специального типа: транспортные задачи (ТЗ). Методы решения ТЗ.

Задание 1.

Совхозы A_1, A_2, A_3 выделяют соответственно 20, 40, (20+10N) ц молока, используемого для снабжения 4-х населенных пунктов B_1, B_2, B_3 и B_4 . Каждому из них необходимо соответственно 20, 30, (20+10N) и 10 ц молока. Матрица тарифов

$$C = (C_{ij}) = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 & 1 \\ 1 & 8 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

Найти оптимальный план закрепления совхозов за населенными пунктами. Исходный план находить методом северо-западного угла.

Задание 2.

Решить транспортную задачу, условия которой даны в таблице. Исходный план находить методом северо-западного угла.

b_j		140	200 + 10N	160
a_i				
190 + 10N		5	2	1
200		2	3	8
110		1	2	5

Задание 3.

Имеется 3 участка земли, на которых можно засеять кукурузу, пшеницу, ячмень, просо. Площадь участков равна соответственно – 470 га, 180 га и (350 + 5N) га. С учетом наличия семян этими культурами можно засеять соответственно 390, 10, 110 и (420 + 10N) га. Затраты на обработку 1 га площади под соответствующую культуру заданы матрицей:

$$C = (C_{ij}) = \begin{pmatrix} 30 & 18 & 15 \\ 20 & 10 & 18 \\ 15 & 30 & 15 \\ 5 & 50 & 40 \end{pmatrix}$$

Определить, сколько га на каждом участке следует засеять, чтобы общие затраты были минимальны. Исходный план находить методом северо–западного угла.

Задание 4.

В резерве 3–х железнодорожных станций находятся соответственно 50, 50 и (30 + N) вагонов. Составить оптимальный план перегона этих вагонов к 4–м пунктам погрузки зерна, каждому из которых требуется соответственно: 10, 50, 30 и (50+N) вагонов. Матрица тарифов:

$$C = (C_{ij}) = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 & 2 \\ 4 & 6 & 7 & 4 \\ 3 & 8 & 15 & 3 \end{pmatrix}$$

Исходный план находить методом минимального элемента.

Раздел №2 Целочисленное программирование. Методы Гомори и Ленд и Дойг.

Задание 1.

Решить ЗЛЦП методом Гомори. Привести графическую иллюстрацию решения.

$$\begin{aligned} x_1 \geq 0; x_2 \geq 0, \\ x_1, x_2 - \text{целые} \\ \begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 16 \\ -3x_1 + 2x_2 \leq 3 \end{cases} \\ Z = 2x_1 + 2x_2 \rightarrow \max. \end{aligned}$$

Задание 2.

Решить задачу методом Гомори.

Вид ресурса	Затраты на 1 партию обуви			Наличие кожи
	Жен.	Муж.	Дет.	
Кожа I вида дм ²	2	4	3	600+N
Кожа II вида дм ²	3	2	2	1200
Прибыль в у.е.	3	4	5	–

Задание 3.

Решить графически ЗЛЦП, сравнить решение с решением методом Гомори.

$$\begin{aligned} x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2 - \text{целые} \\ \begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 16 \\ -3x_1 + 2x_2 \leq 3 \end{cases} \\ Z = 2x_1 + 2x_2 \rightarrow \max. \end{aligned}$$

Задание 4.

Решить задачу методом Ленд и Дойг.

Вид ресурса	Затраты на 1 партию обуви			Наличие кожи
	Жен.	Муж.	Дет.	
Кожа I вида дм ²	2	4	3	600+N
Кожа II вида дм ²	3	2	2	1200
Прибыль в у.е.	3	4	5	–

Раздел №3 Задачи параметрического программирования

Задание 1.

Решить графически ЗПП

$$\begin{aligned} x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; \\ \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 30 + 2N, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 30 + 2N, \end{cases} \end{aligned}$$

$$Z(t) = (1+t)x_1 + (2+t)x_2 \rightarrow \max, \quad t = [-20; 20].$$

Задание 2.

Решить аналитически ЗПП

$$x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0; \quad x_4 \geq 0,$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 \leq 10 + 2N, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 \leq 30 + 2N, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 \leq 40 + 2N, \end{cases}$$

$$Z(t) = tx_1 + (1+t)x_2 + (6-2t)x_3 - (1+t)x_4 \rightarrow \max. \quad t \in [1; 10].$$

Раздел №4 Динамическое программирование. Принцип оптимальности Беллмана.

Задание 1.

Шесть промышленных предприятий следует разместить в четырех областях так, чтобы суммарные затраты на их строительство были минимальными. Функция затрат $f_i(X)$, $i=1,2,3,4$, в зависимости от количества размещаемых предприятий дана в таблице. Задачу решите динамического программирования.

X	$f_1(X)$	$f_2(X)$	$f_3(X)$	$f_4(X)$
0	18+N	18	18	18
1	21	22	20	24
2	27	27+N	25	26
3	31	30	27	30+N
4	35	33	31	33
5	37	35	37+N	36
6	40	37	39	38

Задание 2.

Между четырьмя предприятиями следует распределить 120 тысяч рублей. Значения $f_i(X)$, $i=1,2,3,4$, прироста выпуска продукции на предприятиях в зависимости от выделенной суммы X даются в таблице. Составить план распределения средств, максимизирующий общий прирост выпуска продукции. Задачу решить методом динамического программирования. Где N – номер варианта, натуральное число, $N = \overline{1,10}$.

X	$f_1(X)$	$f_2(X)$	$f_3(X)$	$f_4(X)$
0	0	0	0	0
20	9	12	11	14
40	20	25	20	23
60	35+N	34	32	40
80	44	46	48	50
100	57	57	61	58
120	58	58	61	58+N

Раздел №5 Методы решения многокритериальных задач.

Задание 1.

Предприятие изготавливает два вида продукции, используя при этом производственные мощности трех видов в количестве не более, чем 7, 6 и 16 соответственно. Нормы затрат мощностей каждого вида на изготовление единицы продукции первого вида 1; 0; 1, в единицы продукции второго вида – 0; 1; 2. Прибыль от реализации единицы продукции первого и второго вида составляет соответственно 3 руб. и 6 руб. Чистый доход от единицы продукции первого и второго вида составляет соответственно 2 руб. и 2 руб. Затраты на производство единицы продукции первого и второго вида составляет соответственно 2 руб. и 1 руб.

Найти компромиссный план выпуска продукции, считая наиболее предпочтительной критерием прибыль с отклонением от максимального значения 20% ($k_1 = 0,2$), чистый доход с отклонениями 30% ($k_2 = 0,3$) и менее важным – критерий затрат. Решить задачи методом уступок с помощью графического метода

Задание 2.

Решить задачи методом уступок с помощью аналитического метода

$$\begin{aligned}
 & x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0; \\
 & \begin{cases} -3x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 16 + N, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 \leq 2 + N, \\ x_1 + x_3 \leq 6 + 2N, \end{cases} \\
 & Z_1 = 3x_1 + 3x_2 - x_3 \rightarrow \max, 30\%, \\
 & Z_2 = 2x_1 + x_2 + 8x_3 \rightarrow \min.
 \end{aligned}$$

Раздел №6 Задачи нелинейного программирования

Задание 1.

Решить графически ЗНП.

$$\begin{cases} x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \\ x_1 + 2x_2 \geq 3 + N \\ (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2)^2 \leq (4 + N)^2 \\ Z = x_1 + 3x_2 \end{cases}$$

Задание 2.

Решить градиентным методом ЗНП.

$$Z = x_1^2 + 10x_1 + 4x_2^2 - 48x_2 + 200 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 20 \\ x_1^2 - 2x_2^2 \leq 40 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$A_0(-2;3)$$

Задание 3.

Предприятию надо выпустить $(210 + N)$ изделий на двух линиях. При выпуске x_1 изделий на первой линии и x_2 на второй линии суммарные затраты равны: $(1,5x_1^2 + 6x_1 + 4x_2^2 - 2x_2 + 15)$ т.руб. Сколько изделий надо выпустить на каждой линии, чтобы выполнить план с минимальными затратами? Задачу решить методом множителей Лагранжа.

Задание 4.

Найти экстремумы функции Z . Задачу решить методом множителей Лагранжа.

$$\begin{aligned}
 & Z = x_1^2 - x_2^2; \\
 & \begin{cases} x_1 - x_2 = 4, \\ x_1^2 + x_2^2 = 16. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Критерии оценки:

Оформления и защиты лабораторных работ (0 – 20 баллов).

20 баллов выставляется студенту, если он выполнил правильно и защитил в указанные сроки 100% заданий своего варианта;

15-19 баллов выставляется студенту, если он выполнил правильно и защитил в указанные сроки 75-99% заданий своего варианта;

10-14 баллов выставляется студенту, если он выполнил правильно и защитил в указанные сроки 50-74% заданий своего варианта;

5-9 баллов выставляется студенту, если он выполнил правильно и защитил в указанные сроки 25-49% заданий своего варианта;

1-4 баллов выставляется студенту, если он выполнил правильно и защитил в указанные сроки 5-24% заданий своего варианта;

0 баллов выставляется студенту, если он не выполнил и не защитил в указанные сроки задания своего варианта.

Вопросы к экзамену
по дисциплине «**Методы оптимизации**»

1. Понятие об оптимизационных задачах, типы задач, методы решения. Краткая историческая справка.
2. Задачи линейного программирования специального типа - транспортные задачи. Постановка и математическая модель классической транспортной задачи (Т.З.), особенности Т.З.
3. Условие разрешимости Т.З.. Методы нахождения исходного опорного плана (1-й этап).
4. Условия оптимальности Т.З. –теорема.
5. Метод потенциалов Т.З. (2-й этап). Построение цикла пересчета (3-й этап), его особенности.
6. Вырожденность в Т.З.. открытая модель Т.З.
7. 2-х этапная Т.З.
8. Оптимизационные задачи с целочисленными переменными, особенности задач, типы задач. Краткая характеристика методов решения.
9. Методы отсечения или отсекающих плоскостей.
10. Метод ветвей и границ. Схема метода ветвей и границ. Метод Ленд и Дойг.
11. Задача коммивояжера (К). Постановка задачи, математическая модель. Нахождение нижней границы (оценки длины пути К.) $\varphi(D^{(1)})$.
12. Решение задачи К. методом ветвей и границ. Теоремы I, II.
13. Дерево решений. Нахождение минимального Гамильтонового контура.
14. Экономические задачи, сводящиеся к Задаче К.
15. Элементы динамического программирования. Принцип Беллмана. Формула Беллмана.
16. Решение различных экономических задач методом динамического программирования.
17. Многокритериальные задачи, особенности задач.
18. Методы решения многокритериальных задач. Метод свёртывания критериев.
19. Методы решения многокритериальных задач. Метод последовательных уступок.
20. Методы решения задач нелинейного программирования (ЗНП).

Комплект задач к экзамену
по дисциплине «**Методы оптимизации**»

1. Имеется 3 участка земли, на которых можно засеять кукурузу, пшеницу, ячмень, просо. Площадь участков равна соответственно – 470 га, 180 га и $(350 + 5N)$ га. С учетом наличия семян этими культурами можно засеять соответственно 390, 10, 110 и $(420 + 10N)$ га. Затраты на обработку 1 га площади под соответствующую культуру заданы матрицей:

$$C = (C_{ij}) = \begin{pmatrix} 30 & 18 & 15 \\ 20 & 10 & 18 \\ 15 & 30 & 15 \\ 5 & 50 & 40 \end{pmatrix}$$

Определить, сколько га на каждом участке следует засеять, чтобы общие затраты были минимальны. Исходный план находить методом северо-западного угла.

2. Решить ЗЛЦП методом Гомори.

$$\begin{aligned} & x_1 \geq 0; x_2 \geq 0, \\ & x_1, x_2 - \text{целые} \\ & \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 5 \\ x_1 + 3x_2 \leq 10 \end{cases} \\ & Z = -2x_1 + x_2 \rightarrow \max. \end{aligned}$$

3. Решить графически ЗЛЦП

$$\begin{aligned} & x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \\ & x_1, x_2 - \text{целые} \\ & \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 5 \\ x_1 + 3x_2 \leq 10 \end{cases} \\ & Z = -2x_1 + x_2 \rightarrow \max \end{aligned}$$

4. Решить графически ЗПП

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 6 + 2N, \\ x_2 \leq 4 + 2N, \\ 2x_1 + x_2 \leq 10 + 2N, \end{cases}$$

$$Z(t) = (1 + 2t)x_1 + (2 - 2t)x_2 \rightarrow \max.$$

$$t \in [0; 5]$$

4. Решить графически ЗПП

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0;$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 \leq 100, \\ x_1 + x_2 \leq 40, \end{cases}$$

$$Z(t) = (2 + t)x_1 + (4 - t)x_2 \rightarrow \max.$$

$$t \in [-20; 20]$$

5. Решить аналитически ЗПП

$$1) \quad x_1 \geq 0; x_2 \geq 0,$$

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \leq 20, \\ -2x_1 + 5x_2 \leq 60, \\ 3x_1 + 5x_2 \leq 80 + 2N, \\ 4x_1 - 3x_2 \leq 12. \end{cases}$$

$$Z(t) = (-8 + t)x_1 + (1 + t)x_2 \rightarrow \max.$$

$$t \in [-1; 20]; \quad N = \overline{1, 10}.$$

6. Решить аналитически ЗПП

$$2) \quad x_1 \geq 0; x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 6x_2 + 10x_3 \leq 360, \\ 6x_1 + 4x_2 + 15x_3 \leq 480, \end{cases}$$

$$Z(t) = (t + 2)x_1 + (t + 3)x_2 - (t + 6)x_3 \rightarrow \max.$$

$$t \in [-20; 20]$$

7. Между четырьмя предприятиями следует распределить 120 тысяч рублей. Значения $f_i(X)$, $i=1,2,3,4$, прироста выпуска продукции на предприятиях в зависимости от выделенной суммы X даны в таблице. Составить план распределения средств, максимизирующий общий прирост выпуска продукции. Задачу решить методом динамического программирования.

X	$f_1(X)$	$f_2(X)$	$f_3(X)$	$f_4(X)$
0	0	0	0	0
20	9	12	11	14
40	20	25	20	23
60	35+N	34	32	40
80	44	46	48	50
100	57	57	61	58
120	58	58	61	58+N

8. Предприятие выпускает 2 вида продукции А и В, использует 3 вида ресурсов. Объемы ресурсов, нормы их затрат на выпуск единицы продукции А и В, а также прибыль, чистый доход и затраты на производство единицы продукции каждого вида даны в таблице. Найти компромиссное решение, считая наиболее предпочтительным критерий прибыли с отклонением от максимального значения 30%, затем чистый доход с отклонением 39 % и менее важным критерий затрат. Решить задачи методом уступок с помощью графического метода

Вид ресурсов	Нормы затрат на 1 единицу продукции		Объем ресурсов
	А	В	
I	2	2	200
II	2	3	240
III	1	0	80
Прибыль	2	5	max
Чистый доход	3	1	max
Затраты	2	2	min

9. Решить задачи методом уступок с помощью аналитического метода,

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0;$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 40, \\ 3x_1 + x_3 \leq 36, \\ 2x_2 + x_3 \leq 28, \end{cases}$$

$$Z_1 = 10x_1 + 4x_2 - 2x_3 \rightarrow \max, 25\%,$$

$$Z_2 = 3x_1 + 2x_2 + x_3 \rightarrow \min.$$

10. Решить графически ЗНП

$$\begin{cases} x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \\ x_1 + x_2 \geq 8 \\ (x_1 - 5)^2 + (x_2 - 3)^2 \geq 9 \\ (x_1 - 5)^2 + (x_2 - 3)^2 \leq 36 + N \\ Z = x_1 + 3x_2 \end{cases}$$

11. Решить градиентным методом ЗНП

$$Z = 4x_1^2 - 56x_1 + 3x_2^2 + 18x_2 + 300 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \leq 20 \\ x_1^2 + x_2 \leq 50 \\ x_1 \geq 0 \end{cases}$$

$$A_0(4;-1)$$

12. Решить градиентным методом ЗНП.

$$Z = 3x_1^2 - 24x_1 + 2x_2^2 - 8x_2 + 135 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 15 \\ x_1^2 - x_2 \leq 20 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$A_0(2;0)$$

13. Предприятию надо выпустить $(210 + N)$ изделий на двух линиях. При выпуске x_1 изделий на первой линии и x_2 на второй линии суммарные затраты равны: $(1,5x_1^2 + 6x_1 + 4x_2^2 - 2x_2 + 15)$ т.руб. Сколько изделий надо выпустить на каждой линии, чтобы выполнить план с минимальными затратами? Задачу решить методом множителей Лагранжа.

Критерии оценки:

- Оценка «отлично» (25-30 баллов) выставляется студенту, если он правильно решил, оформил две задачи и в полном объёме раскрыл содержание одного теоретического вопроса.
- Оценка «хорошо» (18-24 баллов) выставляется студенту, если он правильно выполнил расчёты, но допустил неточности в оформлении заданий и ответил на теоретический вопрос, или если он правильно выполнил расчёты, но не полностью раскрыл теоретический вопрос;
- Оценка «удовлетворительно» (10-17 баллов) выставляется студенту, если он правильно выполнил и оформил практические задания, или решил только одну задачу, но допустил ошибки и неточности в промежуточных расчётах, в оформлении, а так же не полностью раскрыл теоретический вопрос;
- Оценка «неудовлетворительно» (0-9 баллов) выставляется студенту, если он не справился с решением предложенных заданий и не раскрыл содержание теоретического вопроса.