

Государственное образовательное учреждение  
«Приднестровский государственный университет им. Т. Г. Шевченко»

Физико-технический институт

Физико-математический факультет

Кафедра высшей и прикладной математики и информатики

УТВЕРЖДАЮ

Директор физико-технического  
института



/ Калошин Д.Н.

2024 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

по дисциплине

**Б1.О.32 «Функциональный анализ»**

на 2025/ 2026 учебный год

Направление

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль

Системное программирование и компьютерные технологии

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

ГОД НАБОРА 2022

Тирасполь 2024 г.



## 1. Цели и задачи освоения дисциплины

**Целью освоения дисциплины «Функциональный анализ»** является: формирование математической культуры и научного мировоззрения студентов, фундаментальная подготовка студентов в области функционального анализа, овладение современным аппаратом функционального анализа для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

**Задачами освоения дисциплины «Функциональный анализ»** являются:

- умение решать типовые задачи функционального анализа, приобретение навыков работы со специальной математической литературой;
- умение доказывать основные теоретические положения функционального анализа;
- умение использовать аппарат курса функционального анализа для решения вычислительных, теоретических и прикладных задач.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.32 «Функциональный анализ» относится к обязательной части цикла Б1 ОПОП по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», профиль подготовки «Системное программирование и компьютерные технологии».

## 3. Требования к результатам освоения дисциплины:

Изучение дисциплины направлено на формирование компетенций, приведенных в таблице ниже

Категория (группа) компетенций	Код и наименование	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции
Общепрофессиональные компетенции и индикаторы их достижения		
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ИД-1 <sub>ОПК-1</sub> Обладает знаниями в области фундаментальной и прикладной математики и естественно-научных дисциплин. ИД-2 <sub>ОПК-1</sub> Умеет использовать знания в области фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин в профессиональной деятельности. ИД-3 <sub>ОПК-1</sub> Владеет навыками применения знаний фундаментальной и прикладной математики для решения практических задач в области естественных наук и инженерной практике.
	ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.	ИД-1 <sub>ОПК-3</sub> Обладает фундаментальными знаниями по математическим моделям для решения прикладных задач. ИД-2 <sub>ОПК-3</sub> Умеет использовать аппарат математических моделей при решении задач в профессиональной деятельности ИД-3 <sub>ОПК-3</sub> Имеет навыки применения и модификации математических моделей при решении задач в профессиональной деятельности.
Обязательные профессиональные компетенции и индикаторы их достижения		

Категория (группа) компетенций	Код и наименование	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции
	ПК-1 Способен демонстрировать общенаучные базовые знания естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой.	ИД-1 <sub>ПК-1</sub> Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий. ИД-2 <sub>ПК-1</sub> Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий. ИД-3 <sub>ПК-1</sub> Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.
	ПК-2 Способен понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат.	ИД-1 <sub>ПК-2</sub> Знает современный математический аппарат. ИД-2 <sub>ПК-2</sub> Умеет применять методы, алгоритмы и приёмы современного математического аппарата. ИД-3 <sub>ПК-2</sub> Владеет практическими навыками применения современного математического аппарата в исследовательской и прикладной деятельности.

#### 4. Структура и содержание дисциплины

##### 4.1. Распределение трудоемкости в з.е./часах по видам аудиторной и самостоятельной работы студентов по семестрам:

Семестр	Трудоемкость, з.е./часы	Количество часов					Самост. работы	Форма контроля
		В том числе						
		Аудиторных						
		Всего	Лекций	Лаб. раб.	Практич. занятие			
7	2/72	36	18	–	18	36	Зачёт	
<b>Итого</b>	<b>2/72</b>	<b>36</b>	<b>18</b>	<b>–</b>	<b>18</b>	<b>36</b>	<b>–</b>	

##### 4.2. Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеауд. работа (СР)
			Л	ЛР	ПР	
<i>7 семестр.</i>						
1	Метрические пространства.	19	6	–	4	9
2	Нормированные, банаховы и гильбертовы пространства.	17	4	–	4	9

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеауд. работа (СР)
			Л	ЛР	ПР	
3	Линейные функционалы и операторы в нормированных пространствах.	20	5	–	6	9
4	Интегральные уравнения.	9	1	–	2	6
5	Операторы в гильбертовых пространствах.	7	2	–	2	3
<b>ИТОГО:</b>		<b>72</b>	<b>18</b>	<b>–</b>	<b>18</b>	<b>36</b>

#### 4.3. Тематический план по видам учебной деятельности

##### Лекции

№ п/п	Номер раздела дисциплины	Объем часов	Тема лекции	Учебно-наглядные пособия
<i>7 семестр.</i>				
Метрические пространства.				
1	1	2	Метрические пространства: определение, примеры, свойства. Сходящиеся последовательности в метрических пространствах. Сходимость в $R_p^n$ и $C_{[a,b]}$ .	[1] – [6]
2	1	2	Точки и множества в метрических пространствах. Открытые и замкнутые множества, их свойства. Плотные множества. Сепарабельные метрические пространства.	[1] – [6]
3	1	2	Полные метрические пространства. Теорема о вложенных шарах. Принцип сжимающих отображений. Метод последовательных приближений.	[1] – [6]
<b>Итого по разделу часов</b>		<b>6</b>		
Нормированные, банаховы и гильбертовы пространства.				
4	2	2	Линейные нормированные пространства. Линейно зависимые и линейно независимые системы элементов. Подпространства, базис, размерность, изоморфизм линейных нормированных пространств. Банаховы пространства. Ряды в банаховых пространствах.	[1] – [6]
5	2	2	Предгильбертовы и гильбертовы пространства. Свойства скалярного произведения. Ортогональное дополнение. Проекция. Ортогональные системы, ряд Фурье в гильбертовом пространстве. Ортогонализация линейно-независимых систем.	[1] – [6]
<b>Итого по разделу часов</b>		<b>4</b>		
Линейные функционалы и операторы в нормированных пространствах.				

№ п/п	Номер раздела дисциплины	Объем часов	Тема лекции	Учебно-наглядные пособия
6	3	1	Линейные непрерывные функционалы. Линейные непрерывные операторы. Сопряженное пространство. Принцип непрерывного продолжения линейных непрерывных функционалов и операторов. Теорема Хана-Банаха.	[1] – [6]
7	3	2	Общий вид линейного непрерывного функционала в пространствах $R_p^n$ , $l_p$ , $L_p$ ( $1 \leq p \leq \infty$ ), $H$ и $C_{[a,b]}$ . Теорема Банаха-Штейнгауза. Сильная и слабая сходимость последовательностей линейных непрерывных функционалов и элементов в ЛНП.	[1] – [6]
8	3	2	Обратимый оператор. Критерий обратимости. Теоремы об обратимых операторах. Собственные значения и спектр линейных непрерывных операторов. Теоремы о спектре.	[1] – [6]
<b>Итого по разделу часов</b>		<b>5</b>		
<b>Интегральные уравнения.</b>				
9	4	1	Теоремы о разрешимости интегральных уравнений.	[1] – [6]
<b>Итого по разделу часов</b>		<b>1</b>		
<b>Операторы в гильбертовых пространствах.</b>				
10	5	2	Сопряженный оператор и его свойства. Основные классы линейных непрерывных операторов в гильбертовом пространстве. Компактные операторы и их свойства. Структура спектра компактного оператора. Спектральные теоремы.	[1] – [6]
<b>Итого по разделу часов</b>		<b>2</b>		
<b>ИТОГО:</b>		<b>18</b>		

### *Практические (семинарские) занятия*

№ п/п	Номер раздела дисциплины	Объем часов	Тема практических (семинарских) занятий	Учебно-наглядные пособия
<b>7 семестр.</b>				
<b>Метрические пространства.</b>				
1	1	2	Метрические пространства. Сходящиеся последовательности в метрических пространствах.	[1] – [6]
2	1	2	Принцип сжимающих отображений и его применение. Метод последовательных приближений.	[1] – [6]
<b>Итого по разделу часов</b>		<b>4</b>		

№ п/п	Номер раздела дисциплины	Объем часов	Тема практических (семинарских) занятий	Учебно-наглядные пособия
Нормированные, банаховы и гильбертовы пространства.				
3	2	2	Линейные пространства. Нормированные пространства. Предгильбертовы и гильбертовы пространства.	[1] – [6]
4	2	2	Ряды Фурье по ортонормированным системам. Поиск наилучшего приближения. Ортогонализация линейно независимых систем.	[1] – [6]
<b>Итого по разделу часов</b>		<b>4</b>		
Линейные функционалы и операторы в нормированных пространствах.				
5	3	2	Линейные непрерывные функционалы. Линейные непрерывные операторы.	[1] – [6]
6	3	2	Сопряженное пространство. Сильная и слабая сходимости.	[1] – [6]
7	3	2	Обратимые операторы. Спектр линейных непрерывных операторов.	[1] – [6]
<b>Итого по разделу часов</b>		<b>6</b>		
Интегральные уравнения.				
8	4	2	Исследование интегральных уравнений на разрешимость. Поиск обратных операторов. Спектр интегральных операторов.	[1] – [6]
<b>Итого по разделу часов</b>		<b>2</b>		
9	5	1	Сопряженные операторы. Основные классы линейных непрерывных операторов в гильбертовом пространстве.	[1] – [6]
10	5	1	Контрольная работа.	Карточки
<b>Итого по разделу часов</b>		<b>2</b>		
<b>ИТОГО:</b>		<b>18</b>		

**Лабораторные занятия – не предусмотрены**

**Самостоятельная работа обучающегося**

Раздел дисциплины	№ п/п	Тема и вид самостоятельной работы обучающегося	Трудоемкость (в часах)
<b>7 семестр.</b>			
Раздел 1	1	Изучение теоретического материала по разделу.	9
	2	Домашние задания и индивидуальная работа: задачи на проверку аксиом МП, вычисление расстояний в различных МП, исследование последовательностей на сходимость в МП, применение теоремы Банаха к последовательностям, к алгебраическим уравнениям и СЛАУ.	
<b>Итого по разделу часов</b>			<b>9</b>
Раздел 2	1	Изучение теоретического материала по разделу.	9
	2	Домашние задания и индивидуальная работа:	

		задачи на проверку аксиом ЛНП и ГП, вычисление нормы и скалярного произведения в различных ЛНП и ГП, изучение свойств ЛНП и ГП; исследование систем функций на ортогональность, ортогонализация линейно независимых систем функций, построение разложений в ряд Фурье по ОС и ОНС.	
<b>Итого по разделу часов</b>			<b>9</b>
Раздел 3	1	Изучение теоретического материала по разделу.	9
	2	Домашние задания и индивидуальная работа: исследование функционалов и операторов на линейность, ограниченность и непрерывность в различных ЛНП, поиск нормы линейных непрерывных функционалов и операторов; нахождение нормы линейных непрерывных функционалов с помощью теорем функционального анализа, исследование на сильную и слабую сходимость функционалов и элементов, исследование операторов на обратимость и поиск обратного оператора, поиск спектра линейного непрерывного оператора.	
<b>Итого по разделу часов</b>			<b>9</b>
Раздел 4	1	Изучение теоретического материала по разделу.	6
	2	Домашнее задание и индивидуальная работа: исследование интегральных уравнений на разрешимость, построение обратных операторов к интегральным через резольвенту, поиск спектра интегрального оператора.	
<b>Итого по разделу часов</b>			<b>6</b>
Раздел 5	1	Изучение теоретического материала по разделу.	3
	2	Домашнее задание и индивидуальная работа: нахождение сопряженного оператора, построение проекционных операторов, изучение свойств операторов в гильбертовом пространстве.	
<b>Итого по разделу часов</b>			<b>3</b>
<b>ИТОГО:</b>			<b>36</b>

## 5. Примерная тематика курсовых проектов (работ)

Курсовые проекты и курсовые работы учебным планом не предусмотрены.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 6.1. Обеспеченность обучающихся учебниками, учебными пособиями

№ п/п	Наименование учебника, учебного пособия	Автор	Год издания	Количество экземпляров	Электронная версия	Место размещения электронной версии
Основная литература						
1	Элементы теории функций и функционального анализа.	Колмогоров А.Н., Фомин С.В.	1976	5	+	<a href="https://ikfia.ysn.ru/wp-content/uploads/2018/01/Kolm">https://ikfia.ysn.ru/wp-content/uploads/2018/01/Kolm</a>

						<a href="#">ogorovFomin1976ru.pdf</a>
2	Элементы функционального анализа.	Люстерник Л.А., Соболев В.И.	1965	5	+	<a href="https://obuchalka.org/20230615154700/elementi-funktionalnogo-analiza-lusternik-l-a-sobolev-v-i-1965.html">https://obuchalka.org/20230615154700/elementi-funktionalnogo-analiza-lusternik-l-a-sobolev-v-i-1965.html</a>
3	Функциональный анализ.	Треногин В.А.	2002	5	+	<a href="https://obuchalka.org/20230517154056/funktionalnii-analiz-uchebnik-trenogin-v-a-2002.html">https://obuchalka.org/20230517154056/funktionalnii-analiz-uchebnik-trenogin-v-a-2002.html</a>
4	Элементы функционального анализа в задачах.	Петров В.А., Виленкин Н.Я., Граев М.И.	1978	5	+	<a href="https://www.klex.ru/1f86">https://www.klex.ru/1f86</a>
5	Задачи и упражнения по функциональному анализу.	Антоневич А.Б., Князев П.Н., Радыно Я.В.	1978	5	+	<a href="https://obuchalka.org/20180802102729/zadachi-i-uprajneniya-po-funktionalnomu-analizu-bolee-1700-zadach-uchebnoe-posobie-kreina-s-g-antonevich-a-b-knyazev-p-n-radino-ya-v-2010.html">https://obuchalka.org/20180802102729/zadachi-i-uprajneniya-po-funktionalnomu-analizu-bolee-1700-zadach-uchebnoe-posobie-kreina-s-g-antonevich-a-b-knyazev-p-n-radino-ya-v-2010.html</a>
6	Задачи и упражнения по функциональному анализу.	Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева Т.С.	1984	5	+	<a href="https://library.tou.edu.kz/fulltext/buuk/b3313.pdf">https://library.tou.edu.kz/fulltext/buuk/b3313.pdf</a>
Дополнительная литература						
1	Теория операторов.	Садовничий В.А.	2004	5	+	<a href="https://obuchalka.org/2015032483509/teoriya-operatorov-sadovnichii-v-a-2004.html">https://obuchalka.org/2015032483509/teoriya-operatorov-sadovnichii-v-a-2004.html</a>
2	Функциональный анализ.	Канторович Л.В., Акилов Г.П.	1984	5	+	<a href="https://obuchalka.org/20230508153820/funktionalnii-analiz-kantorovich-l-v-akilov-g-p-1984.html">https://obuchalka.org/20230508153820/funktionalnii-analiz-kantorovich-l-v-akilov-g-p-1984.html</a>
3	Функциональный анализ и	Коллатц Л.	1969	5	+	<a href="https://ikfia.ysn.ru/wp-">https://ikfia.ysn.ru/wp-</a>

	вычислительная математика.					<a href="content/uploads/2018/01/Kollatc1969ru.pdf">content/uploads/2018/01/Kollatc1969ru.pdf</a>
4	Теоремы и задачи функционального анализа	Кириллов А.А., Гвишиани А.Д.	1988	5	+	<a href="http://lib.y-su.am/disciplines_bk/db4e129a5c6d9d00d931dc1cd90c7789.pdf">http://lib.y-su.am/disciplines_bk/db4e129a5c6d9d00d931dc1cd90c7789.pdf</a>
5	Методы решения задач по функциональному анализу	Городецкий В.В. и др.	1990	5	+	<a href="https://obuchalka.org/20230526154322/metodiresheniya-zadach-po-funkcionalnomu-analizu-gorodeckii-v-v-nagnibida-n-i-nastasiev-p-p-1990.html">https://obuchalka.org/20230526154322/metodiresheniya-zadach-po-funkcionalnomu-analizu-gorodeckii-v-v-nagnibida-n-i-nastasiev-p-p-1990.html</a>
<b>Итого по дисциплине:</b> 100 % печатных изданий; 100 % электронных						

## ***6.2. Программное обеспечение и Интернет-ресурсы***

При изучении дисциплины полезно посетить следующие Интернет-ресурсы, электронные информационные источники:

<http://www.gpntb.ru> – Государственная публичная научно-техническая библиотека России

<http://elibrary.ru> – Научная электронная библиотека,

<http://www.lib.msu.su> – научная библиотека Московского государственного университета

<http://www.lib.berkeley.edu/> - список библиотек мира в Сети

<http://ipl.sils.umich.edu> - публичная библиотека Интернет

<http://www.riis.ru> – Международная образовательная ассоциация. Задачи – содействие развитию образования в различных областях

## ***6.3. Методические указания и материалы по видам занятий***

В освоении дисциплины студентам помогут:

- библиотечный фонд библиотеки ПГУ;
- рабочая программа по дисциплине;
- учебные тексты, предлагаемые студентам в ходе занятия;
- научные статьи;
- Федеральный государственный образовательный стандарт;
- учебный план;
- учебно-методический комплекс дисциплины.

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

Таблица производных, таблица интегралов, таблица основных тригонометрических формул, графики основных элементарных функций, таблица разложений элементарных функций в ряд Тейлора, таблица оригиналов и изображений, аудиторный фонд физико-математического факультета.

## 8. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины:

Студентам предлагается использовать указанную литературу для более полного усвоения учебного материала, а также для изучения материала, запланированного для самостоятельной работы. Студентам необходимо выполнять домашние задания и индивидуальную работу по основным темам курса. Задания, вынесенные на самостоятельную работу, проверяются преподавателем в течение семестра; оценки за домашние задания, индивидуальную работу и контрольные работы учитываются в конце семестра во время сдачи зачёта.

Для успешной подготовки и сдачи зачёта необходимо проделать следующую работу:

- Изучить теоретический материал, относящийся к каждому разделу.
- Выработать устойчивые навыки в решении типовых практических заданий.
- Выполнить домашние задания, индивидуальную работу и контрольные работы, проводимые в течение семестра.
- Принимать активное участие в решении задач на практических занятиях.
- Посещать консультации и принимать активное участие в обсуждении изучаемого материала.

## 9. Технологическая карта дисциплины

### Технологическая карта по дисциплине «Функциональный анализ»

Курс 4

группа ФМ22ДР62ПФ1 (403)

семестр 7

2025-2026 учебный год

Преподаватель-лектор – *доцент Алещенко С.А.*

Преподаватель, ведущий практические занятия, – *доцент Алещенко С.А.*

Кафедра Высшей и прикладной математики и информатики

Семестр	Трудоемкость, з.е./часы	Количество часов					Форма контроля
		В том числе					
		Аудиторных				Самост. работы	
Всего	Лекций	Лаб. раб.	Практич. занятие				
7	2/72	36	18	–	18	36	зачет

Форма текущей аттестации	Расшифровка	Минимальное количество баллов	Максимальное количество баллов
Посещение лекционных занятий	<i>Рассчитывается согласно приложению 4</i>	0	10
Работа на практических занятиях	<i>Рассчитывается согласно приложению 5</i>	0	10
Домашние задания и индивидуальная работа		0	30
Контрольная работа		0	20

<b>Итого количество баллов по текущей аттестации</b>		<b>45</b>	<b>70</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>Зачёт</b>	<b>10</b>	<b>30</b>
<b>Итого по дисциплине</b>		<b>55</b>	<b>100</b>

#### Приложение 4

##### Начисление баллов по результатам посещения лекций\*

<b>Процент посещенных лекций</b>	<b>Начисляемые баллы</b>
0-49%	0 баллов
50-54%	1 балл
55-59%	2 балла
60-64%	3 балла
65-69%	4 балла
70-74%	5 баллов
75-79%	6 баллов
80-84%	7 баллов
85-89%	8 баллов
90-94%	9 баллов
95-100%	10 баллов

\*В случае посещения студентом менее чем 85% лекций, предусмотренных учебной программой по дисциплине, для получения рейтингового балла, начисляемого по данному критерию, студент обязан предоставить преподавателю конспект пропущенных лекций.

#### Приложение 5

##### Начисление баллов по рейтингу текущей успеваемости на практических занятиях\*

<b>Средняя оценка полученных оценок на занятиях</b>	<b>Начисляемые баллы</b>
3	6 баллов
3,5	7 баллов
4	8 баллов
4,5	9 баллов
5	10 баллов

\*Практические занятия, пропущенные по уважительной или по неуважительной причине, должны быть отработаны в течение семестра в установленном порядке.