

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ПРИДНЕСТРОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМ. Т.Г. ШЕВЧЕНКО
БЕНДЕРСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ФИЛИАЛ
Кафедра «Промышленность и информационные технологии»



УТВЕРЖДЕН

на заседании кафедры

«11» сентября 2024 г., протокол № 2

зав. кафедрой, ПиИТ

Н.А. Марунич

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

МАТЕМАТИКА
(наименование дисциплины)

Направление подготовки:

2.08.03.01 СТРОИТЕЛЬСТВО

Профиль подготовки

«Теплогазоснабжение и вентиляция»

«Промышленное и гражданское строительство»

(наименование профиля подготовки)

квалификация (степень) выпускника

Бакалавр

Разработал:

Ст. преподаватель

А.А. Короткая

Бендеры, 2024

Паспорт фонда оценочных средств по учебной дисциплине МАТЕМАТИКА

1. В результате изучения дисциплины «Математика» у обучающихся должны быть сформированы следующие компетенции:

Категория (группа) компетенций	Код и наименование	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции
Универсальные компетенции и индикаторы их достижения		
Системное и критическое мышление	УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИД _{УК-1.1} . Выбор информационных ресурсов для поиска информации в соответствии с поставленной задачей ИД _{УК-1.3} . Систематизация обнаруженной информации, полученной из разных источников, в соответствии с требованиями и условиями задачи ИД _{УК-1.6} . Выявление диалектических и формально-логических противоречий в анализируемой информации с целью определения её достоверности

3. Программа оценивания контролируемой компетенции:

1 семестр

Текущая аттестация	Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины и их наименование	Код контролируемой компетенции (или её части)	Наименование оценочного средства
1	Раздел 1. Линейная алгебра Раздел 2. Аналитическая геометрия	УК-1	Индивидуальная работа
2	Раздел 3. Введение в математический анализ	УК-1	Индивидуальная работа Модульная контрольная работа №1
3	Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций одной переменной	УК-1	Индивидуальная работа
	Раздел 5. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	УК-1	Индивидуальная работа Модульная контрольная работа №2
Промежуточная аттестация		Код контролируемой компетенции (или её части)	Наименование оценочного средства
Экзамен		УК-1	Вопросы к экзамену комплект задач

2 семестр

Текущая аттестация	Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины и их наименование	Код контролируемой компетенции (или её части)	Наименование оценочного средства
4	Раздел 6. Интегрирование функций одной переменной	УК-1	Индивидуальная работа
5	Раздел 7. Дифференциальные уравнения Раздел 8. Числовые и функциональные ряды Раздел 9. Кратные интегралы	УК-1	Индивидуальная работа Модульная контрольная работа №1
	Раздел 10. Дискретная математика	УК-1	Индивидуальная работа
	Раздел 11. Теория вероятностей и математическая статистика	УК-1	Индивидуальная работа Модульная контрольная работа №2

Промежуточная аттестация	Код контролируемой компетенции (или её части)	Наименование оценочного средства
Экзамен	УК-1	Вопросы к экзамену ,комплект задач

Критерии оценки модульной контрольной работы

Модульная контрольная работа - средство промежуточного контроля остаточных знаний и умений, обычно состоящее из нескольких заданий, которые студент должен решить, выполнить. За модульный контроль студент может получить оценки 2, 3, 4, 5.

Обучающийся полностью без ошибок и замечаний выполнил задания контрольной работы - оценка 5.

Обучающийся в целом выполнил правильно задания контрольной работы с небольшими недочетами – оценка 4.

Обучающийся при выполнении контрольной работы сделал некоторые ошибки - оценка 3.

Обучающийся при выполнении контрольной работы допустил серьезные ошибки или выполнил только 40% заданий - оценка 2.

Критерии оценки индивидуальной работы

Индивидуальная работа - средство промежуточного контроля приобретенных умений и навыков, обычно состоящее из нескольких небольших заданий, которые студент должен выполнить на практическом занятии самостоятельно в течение 30 минут. За индивидуальную работу студент может получить оценки 2, 3, 4, 5. Образцы вариантов индивидуальных работ указаны в приложении 1.

Обучающийся полностью без ошибок и замечаний выполнил задания индивидуальной работы - оценка 5.

Обучающийся в целом выполнил правильно задания индивидуальной работы с большими недочетами – оценка 4.

Обучающийся при выполнении индивидуальной работы сделал некоторые ошибки - оценка 3.

Обучающийся при выполнении индивидуальной работы допустил серьезные ошибки или не выполнил задания - оценка 2.

Приложение 1

Вариант индивидуальной работы №1

Задание 1

Найти область определения функции $y = \frac{3}{\sqrt{20-4x}} + \sqrt{8+2x}$.

Задание 2

Найти пределы функций:

$$1) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x + 4}{2x^2 - 5x - 3}; 2) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 5x - 2}{5x^2 + 7x - 6}; 3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 4x + 1}{x^3 + x^2 + 2}.$$

Вариант индивидуальной работы №2

1. Вычислить производные функции:

а) $y = 7x^5 + 3x^4 - 2x^2 + 5x - 6;$

б) $y = \frac{6x^7 + 2x^5 - 9x^3 + 5x^2}{3x};$

в) $y = \frac{6x+1}{3x-2}.$

2. Тело движется по закону $S(t) = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 - 5t$. Через сколько секунд после начала движения точка остановится?

I. Комплект заданий для контрольных работ

I семестр

Контролируемый модуль №1

Раздел №1 Линейная алгебра.

Раздел №2 Аналитическая геометрия

1. Найти A^{-1} в таблицах Гаусса: $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 7 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

2. Решить методами Крамера и Гаусса:
$$\begin{cases} 5x_1 - 4x_2 + x_3 = -9 \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 15 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = -2 \end{cases}$$

3. Показать, что векторы $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{b}$ в этом базисе: $\vec{a}_1 = (2; -2; 1), \vec{a}_2 = (-1; 1; 3), \vec{a}_3 = (1; 3; -1), \vec{b} = (-1; 5; 12)$

4. Найти все базисные решения систем уравнений:

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 + 5x_5 = 8 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + x_5 = -10 \\ 4x_1 + 5x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 = 14 \end{cases}$$

5. Найти исходное опорное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 12 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 - x_5 = 6 \\ 5x_1 + 4x_2 + 5x_3 + x_4 - x_5 = 28 \end{cases}$$

6. Показать, что векторы $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{b}$ в этом базисе: $\vec{a}_1 = (2; -2; 1), \vec{a}_2 = (-1; 1; 3), \vec{a}_3 = (1; 3; -1), \vec{b} = (-1; 5; 12)$

Контролируемый модуль №2

Раздел №3 Введение в математический анализ.

1. Исследовать функцию на непрерывность:

$$y = \frac{\sqrt{2x+3}-3}{x^2-9}$$

2. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x + 4}{2x^2 - 5x - 3}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 4x + 1}{x^3 + x^2 + 2}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5x-1}-3}{\sqrt{9x-2}-4}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+3}{4x-2} \right)^{5x+1}$.

Контролируемый модуль №3

Раздел №4 Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

1. Найти производные заданных функций: а) $y = \frac{7x-3}{\sqrt{x^2-5x+4}}$;

б) $y = (4^{\sin 3x} + \cos^3 3x)^5$; в) $y = (\arctg 2x)^{\sqrt{1+4x^2}}$; г) $e^{xy} - 3xy^2 + y^3 = 0$.

II семестр

Контролируемый модуль №4

Раздел №5 Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.

Раздел №6 Интегрирование функций одной переменной

1. Найти неопределенный интеграл и вычислить определенный интеграл.

а) $\int x \sin 4x dx$; б) $\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}$.

Контролируемый модуль №5

Раздел №7 Дифференциальные уравнения.

Раздел №8 Числовые и функциональные ряды.

Раздел №9 Кратные интегралы

1. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' - y \operatorname{tg} x = \cos x$ и частное решение, удовлетворяющее начальному условию $y_0 = 5$ при $x_0 = 0$

2. Написать три первых члена степенного ряда по заданному общему члену $\frac{(n+1)x^n}{3^n(n+2)}$; найти интервал сходимости ряда и исследовать его сходимость на концах этого интервала.

II. Комплект разноуровневых индивидуальных задач и заданий

1 семестр

Раздел №1 Линейная алгебра

Задание 1.

Решить систему уравнений методом Жордана–Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 - x_3 = 3 + N \\ 2x_1 + Nx_2 - x_3 = -2 - N \\ 2x_1 + x_2 + Nx_3 = 5 \end{cases}$$

Раздел №2 Аналитическая геометрия .

Задание 2.

Даны вершины треугольника ABC. Требуется найти:

- длины сторон АВ и АС, их уравнения и угловые коэффициенты;
- величину угла А в градусах;
- уравнение биссектрисы АК угла А;
- точку пересечения медиан треугольника ABC;
- уравнение высоты CN и точку N её пересечения со стороной АВ;
- сделать чертёж со всеми линиями и точками.

B. 1	A (-1; -1)	B (7; 5)	C (11;-6)
B. 2	A (-4; -1)	B (4; 7)	C (8;-4)
B. 3	A (3; 2)	B (11;8)	C (15;-3)
B. 4	A (-5; 0)	B (3; 6)	C (7;-5)
B. 5	A (-6; 2)	B (2; 8)	C (6;-3)
B. 6	A (-8; 1)	B (0; 7)	C (4;-4)
B. 7	A (1; 0)	B (9; 6)	C (13;-5)
B. 8	A (2; 3)	B (10; 9)	C (14;-2)
B. 9	A (-3; -2)	B (5; 4)	C (9;-7)
B. 10	A (-2; 4)	B (6; 10)	C (10; -1)

Раздел №3 Введение в математический анализ.

Задание 3.

Найти пределы функций

B.1 a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - 5x - 3}{3x^2 - 4x - 15}$, $x_0 = 2$; $x_0 = 3$; $x_0 = \infty$;

б) $\lim_{x \rightarrow 10} \frac{\sqrt{x-8} - \sqrt{12-x}}{x-10}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin 2x \operatorname{ctg} 7x$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x-2}{4x+3} \right)^{2x+3}$.

B.2 a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{4x^2 - 7x - 2}{2x^2 - x - 6}$, $x_0 = 0$; $x_0 = 2$; $x_0 = \infty$;

б) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x-6}{\sqrt{x-5} - \sqrt{7-x}}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{tg} 3x \operatorname{ctg} 5x$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x+2}{6x-1} \right)^{3x-5}$

B.3 a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 + 5x + 6}$, $x_0 = 3$; $x_0 = -3$; $x_0 = \infty$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x}}{x-1}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\operatorname{tg} 4x}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-1}{5x+3} \right)^{6x+2}$

B.4 a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 + 11x + 10}{2x^2 + 5x + 2}$, $x_0 = -3$; $x_0 = -2$; $x_0 = \infty$;

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-3}{\sqrt{x+1} - \sqrt{7-x}}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\arcsin 2x}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-4}{2x+5} \right)^{3x-1}$

B.5 a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 - 14x + 8}{2x^2 - 7x - 4}$, $x_0 = 2$; $x_0 = 4$; $x_0 = \infty$; б) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-2} - \sqrt{8-x}}{x-5}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{ctg} 7x}{\operatorname{ctg} 2x}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-2}{5x+4} \right)^{2x+3}$

B.6 a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{4x^2 - 25x + 25}{2x^2 - 15x + 25}$, $x_0 = 2$; $x_0 = 5$; $x_0 = \infty$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-1} - \sqrt{3-x}}{x-2}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\operatorname{arctg} 3x}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x-5} \right)^{3x+4}$

B.7 а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{7x^2 + 26x - 8}{2x^2 + x - 28}$, $x_0 = 1$; $x_0 = -4$; $x_0 = \infty$; б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{\sqrt{x-2} - \sqrt{6-x}}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x}{\sin 3x}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x+2} \right)^{2x-5}$

B.8 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 15x + 25}{x^2 + 15x + 50}$, $x_0 = 5$; $x_0 = -5$; $x_0 = \infty$; б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x}}{x-3}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{tg} 5x \operatorname{ctg} 7x$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+7}{3x-4} \right)^{5x-2}$

B.9 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 + 5x - 8}{2x^2 + 3x - 5}$, $x_0 = -2$; $x_0 = 1$; $x_0 = \infty$; б) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{\sqrt{x-3} - \sqrt{7-x}}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin 6x \operatorname{ctg} 2x$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-7}{2x+5} \right)^{3x+4}$

B.10 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{6x^2 + 13x + 7}{3x^2 + 8x + 5}$, $x_0 = -2$; $x_0 = -1$; $x_0 = \infty$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{5-x}}{x-2}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{3x}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x+6}{5x-1} \right)^{2x+4}$

Раздел №4 Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

Задание 4.

Найти производные следующих функций

B.1 а) $y = \frac{3x-7}{\sqrt[3]{x^3+6x-2}}$ б) $y = \left(5^{\sin^2 x} + \frac{3}{\cos 2x} \right)^3$

в) $y = \ln \operatorname{arctg} \frac{2}{x}$ г) $y = \ln \sqrt[4]{\frac{4x^2+1}{4x^2+3}}$

д) $y = (3 + \sin^3 x)^{\sqrt{x}}$ е) $3xy - x^2 - 4y^2 + 4x - 6y = 1$;

ж) $\begin{cases} x = t - \cos t \\ y = t + \sin t \end{cases}$ з) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 2}{4x}$

B.2 а) $y = \frac{6x-1}{\sqrt[3]{x^3+3x-1}}$ б) $y = \left[4^{\operatorname{arctg} 2x} + \ln(1+4x^2) \right]^4$

в) $y = \arcsin \frac{x-3}{2x-1}$ г) $y = \ln \sqrt{\frac{7x^2-4}{7x^2+4}}$

д) $y = (\sin x + \sqrt{x}) \operatorname{tg} 2x$ е) $x^2 y + \frac{x}{y} + e^{y/x} = 0$

ж) $y = \begin{cases} x = \operatorname{arctg} t \\ y = \frac{2}{1+t^2} \end{cases}$ з) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5^x}{3x}$

B.3 а) $y = \frac{2x-5}{\sqrt{x^2+9x-6}}$ б) $y = \left(6^{\sin^2 x} - \cos^2 2x \right)^3$

в) $y = \operatorname{arctg} \frac{4x^2+1}{x+1}$ г) $y = \ln \sqrt[8]{\frac{4x^2-1}{4x^2+1}}$

д) $y = (1+x^2)^{\operatorname{arctg} x}$ е) $xy - x^2 - 2y^2 + x + 10y = 8$

ж) $\begin{cases} x = \frac{a}{\sin t} \\ y = \operatorname{arctg} t \end{cases}$ з) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{3x} - \frac{4}{e^x - 1} \right)$

B.4 а) $y = \frac{7x-2}{\sqrt{x^2-7x+4}}$ б) $y = \left(4^{\sin^3 x} - \cos^3 x \right)^5$

в) $y = \operatorname{arctg} \frac{5x+1}{\sqrt{x-1}}$ г) $y = \ln \sqrt[3]{\frac{5-3x}{x^2+6x-16}}$

д) $y = \left(\arcsin \sqrt{x} \right)^{\frac{x+4}{x}}$ е) $x^3 + 3x^2 y - 2xy^3 + 4 = 0$

ж) $\begin{cases} x = e^t + t^2 \\ y = 3t + e^t \end{cases}$ з) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+2x)^{3 \ln x}$

B.5 а) $y = \frac{5x+4}{\sqrt{x^3+3x+5}}$ б) $y = \left(\sqrt[3]{x^2} + 3^{\sin 2x} \right)^3$

- В) $y = \arcsin \sqrt{\sin x}$ Г) $y = \ln \sqrt{\frac{x^2-3}{x^2+3}};$
- Д) $y = \left(\operatorname{tg} x + \frac{1}{x} \right)^{\sqrt{x}}$ Е) $(x+y)e^y - e^x = 0$
- Ж) $\begin{cases} x = \frac{a}{\cos t} \\ y = a \operatorname{tg} t \end{cases}$ 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x-1}{4x+3} \right)^{3x}$
- B.6** а) $y = \frac{5x-8}{\sqrt{x^2+5x+4}}$ Ђ) $y = (3^{x \cos x} - \sin x)^5$
- В) $y = \arcsin \sqrt{\sin x}$ Г) $y = \ln \sqrt[7]{\frac{x^2+7x}{x^3-14x+3}}$
- Д) $y = e^{\operatorname{arctg} \sqrt{1-x}}$ Е) $2e^x + e^y - \sin \frac{y}{x} + x^2 + y^2 = 0$
- Ж) $\begin{cases} x = \ln t - t^3 \\ y = 4t - 3t^4 \end{cases}$ 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-2}{5x+4} \right)^{3x}$
- B.7** а) $y = \frac{2x-7}{\sqrt{x^2-5x+1}}$ Ђ) $y = (3^{\sin 4x} - \cos 4x)^5$
- В) $y = \operatorname{arctg} \frac{2x+1}{2x-1}$ Г) $y = \ln \sqrt{\frac{x^2+3}{x^3+6x}}$
- Д) $y = \left(\frac{2}{x} + 4 \right)^{\sqrt{x}}$ Е) $x^2y - xy^2 + 5x - 10y + 2 = 0$
- Ж) $\begin{cases} x = \sin t - \cos t \\ y = e^t \cdot \sin t \end{cases}$ 3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 3}{5x}$
- B.8** а) $y = \frac{3x+5}{\sqrt{x^3-5x+9}}$ Ђ) $y = (2^{\operatorname{tg} 4x} + \arcsin 3x)^2$
- В) $y = \ln \left(\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 5 \right)$ Г) $y = \ln \sqrt[5]{\frac{x^2+5}{x^3-15x}}$
- Д) $y = (\operatorname{arctg} x + 1)^{\sin x}$ Е) $e^x - e^{-2y} + xy = 0$
- Ж) $\begin{cases} x = t^2 e^t \\ y = 3t^2 + t^3 \end{cases}$ 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-2}{5x+4} \right)^{3x}$
- B.9** а) $y = \frac{\sqrt{2x^2-2x+3}}{x+4}$ Ђ) $y = (2^{x^2} - \cos 3x)^2$
- В) $y = x \cdot \arccos x - \sqrt{1-x}$ Г) $y = \ln 3 \sqrt{\frac{x^3-1}{x^3+1}}$
- Д) $y = (\sin x + \sqrt{x})^{2x+3}$ Е) $\operatorname{tgy} - x \cdot y = 0$
- Ж) $\begin{cases} x = 3 \cos^3 t \\ y = 4 \sin^3 t \end{cases}$ 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x+4} \right)^{3x+1}$
- B.10** а) $y = \frac{4x+1}{\sqrt[3]{x^3-6x+4}}$ Ђ) $y = (2^{\operatorname{tg} 4x} - \operatorname{ctg} 4x)^3$
- В) $y = \operatorname{arccctg}^4 \left(\frac{x-1}{x+1} \right)$ Г) $y = \ln \sqrt[5]{\frac{x^5+4}{x^5-4x+3}}$
- Д) $y = (x^3 + 2)^{\frac{2}{x}}$ Е) $\frac{y}{x} + y^2 x - e^{\frac{x}{y}} = 0$

$$\text{ж)} \quad \begin{cases} x = e^t + t^2 \\ y = 3t + e^t \end{cases} \quad 3) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x-2} \right)^{2x-1}$$

Раздел №5 Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.

Задание 5.

В задачах дана функция $Z = F(x, y)$.

Найти:

1) полный дифференциал dz ;

3) частные производные второго порядка $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$; $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$

2) дифференциал второго порядка.

4) смешанные частные производные $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ и $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$

$$\text{В.1 } Z = x \ln \frac{y}{x} \quad \text{В.2 } Z = \frac{zy}{x+y} \quad \text{В.3 } z = 2x + 4y + e^{xy} \quad \text{В.4 } Z = \arcsin \frac{x-y}{x+y} \quad \text{В.5 } Z = y^{\frac{x}{y}}$$

$$\text{В.6 } Z = \operatorname{arccotg} \frac{y}{x} \quad \text{В.7 } Z = \ln \sqrt{x^2 + 4y} \quad \text{В.8 } Z = \frac{\ln x}{y} \quad \text{В.9 } Z = \arccos \frac{y}{x} \quad \text{В.10 } Z = x^y$$

2 семестр

Раздел №6 Интегральное исчисление функций одной переменной.

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы

$$\text{В.1 а) } \int 5x \cdot e^{-\frac{x}{2}} dx; \text{ б) } \int \frac{3x^2 \cdot dx}{\sqrt{3x^3 + 1}}; \text{ в) } \int 4e^x \sqrt{e^x - 1} dx.$$

$$\text{В.2 а) } \int 2x \cdot e^{-\frac{x}{3}} dx; \text{ б) } \int \frac{x^2 \cdot dx}{\sqrt{4x^3 + 1}}; \text{ в) } \int e^x \sqrt{e^x - 1} dx.$$

$$\text{В.3 а) } \int \frac{x^3}{x^4 + 2} dx; \text{ б) } \int e^x \sqrt{e^x - 1} dx; \text{ в) } \int x \cos 2x dx.$$

$$\text{В.4 а) } \int \frac{x^2 dx}{x-1}; \text{ б) } \int x e^x dx; \text{ в) } \int \frac{3x^2 dx}{\sqrt{3x^3 - 1}}.$$

$$\text{В.5 а) } \int \frac{3x^3 dx}{2x^4 + 3}; \text{ б) } \int x \sqrt{4 - x^2} dx; \text{ в) } \int x \sin 2x dx.$$

$$\text{В.6 а) } \int \frac{x^4 + 2x^2 - \sqrt{x^3}}{x^2} dx; \text{ б) } \int \frac{x^3 dx}{\sqrt[3]{4x^4 - 1}}; \text{ в) } \int \frac{\ln x dx}{x^2}.$$

$$\text{В.7 а) } \int \frac{4x}{x^2 + 5} dx; \text{ б) } \int \frac{xdx}{\sqrt{5 + 4x}}; \text{ в) } \int x^3 \ln x dx.$$

$$\text{В.8 а) } \int \frac{-2x^4 + 4x^2 - 1}{x^2} dx; \text{ б) } \int x^2 \cos x dx; \text{ в) } \int \frac{\ln x}{x} dx.$$

$$\text{В.9 а) } \int \frac{5x^3}{x^4 + 4} dx; \text{ б) } \int \sin x \cos^2 x dx; \text{ в) } \int x e^{-\frac{x}{2}} dx.$$

$$\text{В.10 а) } \int \frac{x^3 dx}{1 - x^4}; \text{ б) } \int \frac{dx}{1 + \sqrt[3]{x+1}}; \text{ в) } \int \sqrt{e^x - 1} e^x dx.$$

Раздел №7 Дифференциальные уравнения.

Задание 2.

Решить дифференциальное уравнение

$$\text{B.1 } y' + 2xy = 3x^3 e^{-x^2}, y(0)=0$$

$$\text{B.2 } xy' + 2y = 3x^5 y^2, y(1)=-1$$

$$\text{B.3 } y' \sin x - y \cos x = 1, y\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$$

$$\text{B.4 } xy' + y = -x^2 y^2, y(1)=1$$

$$\text{B.5 } xy' - y = x^2 \cos x, y\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{2}$$

$$\text{B.6 } y' + y = -e^{2x}, y(0)=1$$

$$\text{B.7 } y' + 2y \operatorname{tg} 2x = \sin 4x, y(0)=0$$

$$\text{B.8 } y' \sqrt{1-x^2} + y = \arcsin x, y(0)=-1$$

$$\text{B.9 } (1+x^2) y' + y = \operatorname{arctg} x, y(0)=1$$

$$\text{B.10 } y' \cos^2 x + y = \operatorname{tg} x, y(0)=-1$$

Раздел №8 Числовые и функциональные ряды.

Задание 3.

Написать три первых члена степенного ряда по заданному общему члену; найти интервал сходимости ряда и исследовать его сходимость на концах этого интервала.

$$\text{B.1 } \frac{3^n x^n}{4^n \sqrt{n}}$$

$$\text{B.2 } \frac{2^n x^n}{6^n + 3^n}$$

$$\text{B.3 } \frac{5^n x^n}{9^n + 2^n}$$

$$\text{B.4 } \frac{(n+1)x^n}{3^n(n+2)}$$

$$\text{B.5 } \frac{(n+3)x^n}{5^n(n+4)}$$

$$\text{B.6 } \frac{5^n x^n}{3^n + 4^n}$$

$$\text{B.7 } \frac{3^n x^n}{5^n \sqrt[n]{n}}$$

$$\text{B.8 } \frac{\sqrt[n]{n} x^n}{3^n + 7^n}$$

$$\text{B.9 } \frac{nx^n}{7^n(n+2)}$$

$$\text{B.10 } \frac{(n+1)x^n}{\sqrt{n}}$$

III. Вопросы для подготовки к экзамену по дисциплине «МАТЕМАТИКА»

1 семестр

Вопросы к экзамену

1. Матрицы. Операции над матрицами. Транспонирование матриц.
2. Определители 2-го порядка. Решение системы двух уравнений с двумя неизвестными методом Крамера.
3. Определители 3-го порядка, n-мерного порядка. Решение системы трёх уравнений с тремя неизвестными методом Крамера.
4. Свойства определителей.
5. Обратная матрица и её нахождение с помощью A_{ij} .
6. Минор k-ого порядка. Ранг матрицы.
7. Различные формы записи системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Решение системы уравнений с помощью обратной матрицы.
8. Нахождение обратной матрицы.
9. Расстояние между двумя точками. Понятие евклидова пространства.
10. Деление отрезка в данном отношении.
11. Угол между векторами.
12. Линейная комбинация векторов. n n-мерных ортов.
13. Линейно зависимые и независимые системы векторов.
14. Разложение вектора по базису. Единственность разложения.
15. Связь системы векторов с системой линейных уравнений.
16. Операции над векторами. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов.
17. Прямая на плоскости, различные виды уравнения прямой.
18. Угол между двумя прямыми. Условия перпендикулярности и параллельности прямых.
19. Расстояние от точки до прямой.
20. Кривые 2-го порядка. Окружность, эллипс, гипербола, парабола.
21. Уравнение плоскости в пространстве. Общее уравнение, уравнение плоскости в отрезках. Нормированное уравнение плоскости.
22. Расстояние от точки до плоскости.
23. Прямая в пространстве, различные уравнения прямой в пространстве.
24. Угол между двумя прямыми в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
25. Плоскость и прямая в пространстве, угол между ними. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.
26. Множества. Действительные числа. Числовые промежутки. Окрестность точки.
27. Понятие функции. График функции. Способы задания функций. Основные характеристики функций. Обратная функция. Сложная функция. Элементарные функции и их графики.

28. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Предельный переход в неравенствах. Предел монотонной числовой последовательности. Число e .
29. Предел функции в точке и в бесконечности. Односторонние пределы. Бесконечно большая функция.
30. Бесконечно малые функции. Определения и основные теоремы. Связь между функцией, её пределом и бесконечно малой функцией. Основные теоремы о пределах. Признаки существования пределов. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел.
31. Сравнение бесконечно малых функций Эквивалентные бесконечно малые функции и основные теоремы о них. Применение эквивалентных бесконечно малых функций.
32. Непрерывность функции в точке. Непрерывность функции в интервале и на отрезке. Точки разрыва функции и их классификация Основные теоремы о непрерывных функциях. Непрерывность элементарных функций. Свойства функции, непрерывной на отрезке.
33. Производная функции. Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной, её механический и геометрический смысл. Уравнение касательной и нормали к кривой. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции. Производная суммы, разности, произведения и частного функций. Производная сложной и обратной функции. Производные основных элементарных функций. Таблица производных.
34. Дифференцирование неявных и параметрически заданных функций. Логарифмическое дифференцирование.
35. Производные высших порядков явно заданной функции. Механический смысл производной второго порядка. Производные высших порядков функций заданных неявно и параметрически.
36. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала функции. Основные теоремы о дифференциалах. Таблица дифференциалов. Применение дифференциала к приближённым вычислениям. Дифференциалы высших порядков.
37. Некоторые теоремы о дифференцируемых функциях. Правила Лопиталю. Возрастание и убывание функций. Максимум и минимум функций. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке. Выпуклость графика функции. Точки перегиба. Асимптота графика функции. Общая схема исследования функции и построение графика.
38. Формула Тейлора для многочлена и для произвольной функции.
39. Понятие и представление комплексных чисел. Геометрическое изображение комплексных чисел Сложение, вычитание, умножение, деление комплексных чисел Извлечение корней из комплексных чисел.
40. Функции двух переменных. Предел функции. Непрерывность функции двух переменных. Свойства функций, непрерывных в ограниченной замкнутой области.
41. Частные производные первого порядка и их геометрическое истолкование. Частные производные высших порядков. Дифференцируемость и полный дифференциал функции. Применение полного дифференциала к приближённым вычислениям. Дифференциалы высших порядков. Производная сложной функции. Инвариантность формы полного дифференциала. Дифференцирование неявной функции. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
42. Экстремум функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой области.

II семестр

1. Понятие неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределённых интегралов.
2. Основные методы интегрирования Метод непосредственного интегрирования. Интегрирование подстановкой и по частям.
3. Понятие о рациональных функциях Интегрирование простейших рациональных дробей. Интегрирование рациональных дробей.
4. Интегрирование тригонометрических функций. Универсальная тригонометрическая подстановка. Использование тригонометрических преобразований.
5. Интегрирование иррациональных функций. Квадратичные иррациональности. Тригонометрическая подстановка. Интегрирование дифференциального бинома.

6. Определённый интеграл как предел интегральной суммы. Геометрический и физический смысл определённого интеграла Формула Ньютона-Лейбница. Основные свойства определённого интеграла.
7. Вычисление определённого интеграла. Интегрирование подстановкой и по частям. Интегрирование чётных и нечётных функций в симметричных пределах.
8. Интеграл с бесконечным промежутком интегрирования (несобственный интеграл I- рода). Интеграл от разрывной функции (несобственный интеграл II- рода).
9. Геометрические и физические приложения определённого интеграла. Вычисление площадей плоских фигур, длина дуги плоской кривой, объём тела, площади поверхности вращения. Механические приложения определённого интеграла.
10. Двойной интеграл. Геометрический и физический смысл двойного интеграла. Основные свойства двойного интеграла Вычисление двойного интеграла в декартовых и полярных координатах. Приложение двойного интеграла.
11. Тройной интеграл, вычисление тройного интеграла в декартовых координатах. Замена переменных в тройном интеграле. Вычисление тройного интеграла в цилиндрических и сферических координатах Приложение тройного интеграла.
12. Числовые ряды. Ряд геометрической прогрессии. Необходимый признак сходимости числового ряда.
13. Достаточные признаки сходимости знакопостоянных рядов. Признаки сравнения рядов. Признак Даламбера. Радикальный признак Коши. Интегральный признак Каши. Обобщённый гармонический ряд.
14. Знакопередающиеся и знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Общий достаточный признак сходимости, знакопеременных рядов. Абсолютная и условная сходимости числовых рядов. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
15. Функциональные ряды. Основные понятия.
16. Сходимость степенных рядов Теорема Абеля Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов.
17. Разложение функции в степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Тейлора (Маклорена).
18. Общие сведения о дифференциальных уравнениях. Задачи, приводящие к ДУ.
19. ДУ первого порядка. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные ДУ Линейные уравнения. Уравнения Бернулли. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
20. ДУ высших порядков. Уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные ДУ высших порядков. Линейные однородные ДУ второго порядка. Линейные однородные ДУ n-го порядка.
21. Интегрирование ДУ второго порядка с постоянными коэффициентами. Интегрирование ЛОДУ второго порядка с постоянными коэффициентами. Интегрирование ЛОДУ n-го порядка с постоянными коэффициентами.
22. Линейные неоднородные ДУ. Структура общего решения ЛНДУ второго порядка Метод вариации произвольных постоянных. Интегрирование ЛНДУ второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида Интегрирование ЛНДУ n-го порядка ($n > 2$) с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.
23. Система ДУ. Интегрирование нормальных систем. Системы линейных ДУ с постоянными коэффициентами.

Критерии оценки:

- *теоретические экзаменационные вопросы* (0 – 20 баллов). Максимальное число баллов выставляется студенту, если он в полном объёме раскрыл содержание двух экзаменационных вопросов.

III. Экзаменационные задачи по дисциплине «МАТЕМАТИКА»

1. Найти пределы функций

а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 - 5x + 2}{2x^2 + x - 3}, x_0 = -3; x_0 = 1; x_0 = \infty;$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x-6}{\sqrt{x-3}-\sqrt{9-x}}; \text{ в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{ctg} 2x}{\operatorname{ctg} 5x}; \text{ г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+7}{3x-6} \right)^{2x-3}$$

2. Найти производные следующих функций

$$\text{а) } y = \frac{2x-3}{\sqrt{x^3+3x-2}} \quad \text{б) } y = (3^{\sin 4x} - \operatorname{tg}^2 2x)^3$$

$$\text{в) } y = \arcsin(\ln \cos x) \quad \text{г) } y = \ln \sqrt[3]{\frac{4-x^2}{x^3-9x}}$$

$$\text{д) } y = (\cos 4x)^{(x^2-3)(x+1)} \quad \text{е) } \cos xy - 2x + 5y = 0$$

$$\text{ж) } \begin{cases} x = t + \ln \sin t \\ y = t - \ln \cos t \end{cases} \quad \text{з) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x} \right)^{3x+1}$$

3. Найти неопределенные интегралы

$$\text{а) } \int \frac{5x^2 dx}{4x^3 - 1}; \quad \text{б) } \int 7xe^{3x} dx; \quad \text{в) } \int \frac{4x dx}{\sqrt{8x-4}}.$$

4. Вычислить определенные интегралы:

$$\text{а) } \int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{7}} \frac{x}{\sqrt[3]{(1+x^2)^2}} dx; \quad \text{б) } \int_0^{\pi/2} 3 \cos^2 x \sin x dx.$$

5. Решить дифференциальное уравнение

$$\text{а) } \frac{y - xy'}{x - yy'} = 2, y(1) = 1$$

$$\text{б) } (2 - x^2) dy = \sqrt{1-y^2} dx, y(3) = 1$$

$$\text{в) } \sqrt{1-x} (xy' + y) = 1, y(1) = 1$$

$$\text{г) } x \operatorname{tg} \frac{y}{x} - y = xy', y(-1) = \frac{\pi}{2}$$

6. Найти дифференциал второго порядка

$$\text{а) } Z = x \sin y + y \cos x. \quad \text{б) } Z = \frac{y^2}{\sqrt{xy}}.$$

$$\text{в) } z = 2 \cos(xy) + 3 \sin x. \quad \text{г) } z = 3y^x + 5x^y.$$

7. Данную функцию $Z = F(x, y)$ исследовать на экстремум.

$$\text{а) } Z = 3x^2 + 3y^2 + 5xy + x - y + 5.$$

$$\text{б) } Z = x^2 + 2xy - y^2 + 6x + 10y + 1.$$

$$\text{в) } Z = 4 - 5x^2 - y^2 - 4xy - 4x - 2y.$$

8. Написать три первых члена степенного ряда по заданному общему члену; найти интервал сходимости ряда и исследовать его сходимость на концах этого интервала

$$\text{а) } \frac{nx^n}{9^n(n+1)}. \quad \text{б) } \frac{3^n x^n}{5^n}. \quad \text{в) } \frac{2^n x^n}{3^n + 7^n}. \quad \text{г) } \frac{6^n x^n}{5^n + 3^n}$$

Критерии оценки:

- экзаменационная задача (0 – 10 баллов). Максимальное число баллов выставляется студенту, если он правильно решил, оформил и объяснил решение экзаменационной задачи.

- Оценка «отлично» выставляется студенту, если он набрал 88-100 баллов
- Оценка «хорошо»- 73-87 баллов,
- Оценка «удовлетворительно»- 55-72 баллов,
- Оценка «неудовлетворительно»- менее 55 баллов.
- Зачёт выставляется студенту, если он набрал не менее 55 баллов