

Государственное образовательное учреждение
«Приднестровский Государственный Университет им. Т.Г. Шевченко»

Физико-технический институт

Физико-математический факультет

Кафедра высшей и прикладной математики и информатики

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой-разработчика, к.ф.-м.н., доц.



Коровай А.В.

(подпись, расшифровка подписи)

протокол № 1 "30" 08 2024 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине

Б1.О.23 ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Направление

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль

Системное программирование и компьютерные технологии

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

ГОД НАБОРА 2023

Разработчик: ст. преп.

 /Запольская О.Ю.

"30" 08 2024 г.

Тирасполь 2024 г.

**Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине
«ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»**

1. В результате изучения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» у обучающихся должны быть сформированы следующие компетенции:

Категория компетенций	Код и наименование	Код и наименование индикатора достижения компетенции
Общепрофессиональные компетенции и индикаторы их достижения		
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ИД-1 _{ОПК-1} Обладает знаниями в области фундаментальной и прикладной математики и естественно-научных дисциплин.
		ИД-2 _{ОПК-1} Умеет использовать знания в области фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин в профессиональной деятельности.
		ИД-3 _{ОПК-1} Владеет навыками применения знаний фундаментальной и прикладной математики для решения практических задач в области естественных наук и инженерной практике.
	ОПК-3 Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	ИД-1 _{ОПК-3} Обладает фундаментальными знаниями по математическим моделям для решения прикладных задач.
		ИД-2 _{ОПК-3} Умеет использовать аппарат математических моделей при решении задач в профессиональной деятельности
		ИД-3 _{ОПК-3} Имеет навыки применения и модификации математических моделей при решении задач в профессиональной деятельности.
Обязательные профессиональные компетенции и индикаторы их достижения		
	ПК-1 Способен демонстрировать общенаучные базовые знания естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	ИД-1 _{ПК-1} Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.
		ИД-2 _{ПК-1} Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.
		ИД-3 _{ПК-1} Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.
	ПК-2 Способен понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат.	ИД-1 _{ПК-2} Знает современный математический аппарат.
		ИД-2 _{ПК-2} Умеет применять методы, алгоритмы и приёмы современного математического аппарата.
		ИД-3 _{ПК-2} Владеет практическими навыками применения современного математического аппарата в исследовательской и прикладной деятельности.

2. Программа оценивания контролируемой компетенции

Текущая аттестация	Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины и их наименование	Код контроли-руемой компетенции	Наименование оценочного средства
1	Раздел №1 «Случайные события»	ОПК-1, ОПК-3, ПК-1, ПК-2	Контрольная работа №1
2	Раздел №2 «Случайные величины и процессы»	ОПК-1, ОПК-3, ПК-1, ПК-2	Контрольная работа №2
3	Раздел №1-2.	ОПК-1, ОПК-3, ПК-1, ПК-2	Комплект задач для выполнения домашних заданий
Промежуточная аттестация		Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства**
Зачет		ОПК-1, ОПК-3, ПК-1, ПК-2	Вопросы к зачету, комплект задач к зачету

Контрольная работа № 1

по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

Задание №1

На складе имеется 20 кинескопов, причем 12 из них для цветных телевизоров. Найти вероятность того, что среди взятых 7 кинескопов окажутся 4 кинескопа для цветных телевизоров.

Задание №2

Два стрелка сделали по одному выстрелу по мишени. Известно, что вероятность попадания в мишень для одного из стрелков равна 0,6, а для другого 0,7. Найти вероятность того, что:

- только один из стрелков попадет в мишень;
- хотя бы один из стрелков попадет в мишень;

Задание №3

Три хозяйства выращивают кукурузу на зерно. Вероятности того, что хозяйства вырастят зерно отличного качества, соответственно равны 0.9, 0.8, 0.75. Найдите вероятности того, что менее двух хозяйств вырастят зерно отличного качества.

Задание №4

Бросается монета, если она падает так, что сверху оказывается герб, вынимаем один шар из урны I; в противном случае из урны II. Урна I содержит 3 красных и 1 белый шар. Урна II содержит 1 красный 3 белых шара. Какова вероятность того, что вынутый наудачу шар оказался красным?

Задание №5

Учебник издан тиражом 10000 экземпляров. Вероятность того, что экземпляр учебника сброшюрован неправильно, равна 0,0001. Найти вероятность того, что тираж содержит а) ровно 5 бракованных книг, б) менее 4-х бракованных книг.

Критерии оценки:

- выполнение контрольной работы (0 – 10 баллов).
- Оценка «отлично» (10 баллов) выставляется студенту, если он выполнил и оформил правильно задание контрольной работы;
- Оценка «хорошо» (8-9 баллов) выставляется студенту, если он правильно выполнил расчёты задания, но допустил неточности в оформлении и в смысловом толковании задания;
- Оценка «удовлетворительно» (6-7 баллов) выставляется студенту, если он правильно выполнил и оформил 50% задания, допустил ошибки и неточности в промежуточных расчётах, в оформлении и в смысловом толковании задания;
- Оценка «неудовлетворительно» (0-5 баллов) выставляется студенту, если он правильно выполнил основные расчёты менее 50% задания, допустил ошибки и неточности в промежуточных расчётах, в оформлении и в смысловом толковании задания или если он не справился с решением предложенного задания.

Контрольная работа № 2

по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

Задание №1

Имеются 5 ключей, из которых только один подходит к замку. Найдите закон распределения случайной величины x , равной числу проб при открывании замка, если испробованный ключ в последующих опробованиях не участвует.

Задание №2

Случайная величина X задана законом распределения:

x_i	-1	0	1	2	3
p_i	0.1	0.4	0.1	0.3	0.1

Найти: а) функцию распределения СВ X ; б) определить математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение; в) вероятность того, что СВ X примет значение из промежутка $[-1; 2]$.

Задание №3

Случайная величина X задана плотностью распределения:

$$f(x) = \begin{cases} ax, & x \in [0; 2] \\ 0, & x \notin [0; 2] \end{cases}$$

Найти: а) постоянную a ; б) функцию распределения СВ X ; в) $M(X)$.

Задание №4

Случайная величина X задана законом распределения:

x_i	-1	0	1	2	3
p_i	0.1	0.4	0.1	0.3	0.1

Найти $M(Y)$, если $Y = 2X^2 + 3X - 1$, не находя закон распределения Y .

Критерии оценки:

- выполнение контрольной работы (0 – 10 баллов).
- Оценка «отлично» (10 баллов) выставляется студенту, если он выполнил и оформил правильно задание контрольной работы;
- Оценка «хорошо» (8-9 баллов) выставляется студенту, если он правильно выполнил расчёты задания, но допустил неточности в оформлении и в смысловом толковании задания;
- Оценка «удовлетворительно» (6-7 баллов) выставляется студенту, если он правильно выполнил и оформил 50% задания, допустил ошибки и неточности в промежуточных расчётах, в оформлении и в смысловом толковании задания;
- Оценка «неудовлетворительно» (0-5 баллов) выставляется студенту, если он правильно выполнил основные расчёты менее 50% задания, допустил ошибки и неточности в промежуточных расчётах, в оформлении и в смысловом толковании задания или если он не справился с решением предложенного задания.

Комплект задач для выполнения домашних заданий

по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

Задание 1.

1. Сколькими способами можно переставить буквы в слове «ИНЖЕНЕР» так, чтобы буквы Е всегда были рядом?
2. Сколько существует пятизначных номеров телефонов, у которых 0 на первом и 2 на последнем месте и все цифры разные?
3. Ящик содержит 90 годных и 10 дефектных деталей. Сборщик последовательно без возвращения достаёт из ящика 10 деталей. Найти вероятность того, что среди взятых деталей: а) нет дефектных; б) хотя бы одна дефектная.
4. Три стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0.9. для второго стрелка - 0,75 и для третьего 0,85. Найти вероятность того, что при стрельбе залпом в мишень попадут все три стрелка.
5. В урне четыре белых и два черных шара. Из этой урны наудачу извлечены два шара. Какова вероятность того, что эти шары разного цвета?
6. Игральная кость брошена три раза. Какова вероятность того, что при этом выпавшие грани различны?
7. Десять человек случайным образом рассаживаются на десятиместную скамейку. Какова вероятность того, что три определенных лица окажутся рядом?
8. Было посажено 100 деревьев. Найдите вероятность того, что число принявшихся деревьев: а) не менее 75 и не более 90; б) не менее 75; в) не более 74; если вероятность того, что отдельное дерево приживется, равна 0,8.
9. Число грузовых автомашин, проезжающих по шоссе, на котором стоит бензоколонка, относится к числу легковых машин, проезжающих по шоссе, как 3:2. Вероятность того, что будет запраправляться грузовая машина, равна 0,1; для легковой машины эта вероятность равна 0,2. К бензоколонке подъехала машина. Найти

вероятность того, что это будет грузовая машина.

10. Кинотеатр вмещает 730 зрителей. Найдите вероятность того, что: а) три зрителя родились в один день (например, 5 апреля); б) не более трех зрителей родились в один день.

Задание 2.

Случайная величина x задана функцией распределения $F(x)$.

а) Является ли случайная величина x непрерывной? б) Имеет ли случайная величина x плотность вероятности $f(x)$? Если имеет, то найдите ее. в) Найти дифференциальную функцию распределения и числовые характеристики случайной величины X . г) Постройте схематически графики $F(x)$ и $f(x)$.

$$\text{В1. } F(x) = \begin{cases} e^x, & \text{если } x \leq 0, \\ 1, & \text{если } x > 0; \end{cases}$$

$$\text{В2. } F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 1, \\ x-1, & \text{если } 1 < x \leq 2, \\ 1, & \text{если } x > 2; \end{cases}$$

$$\text{В3. } F(x) = \begin{cases} 0,5e^x, & \text{если } x \leq 0, \\ 0,8, & \text{если } 0 < x \leq 2, \\ 1, & \text{если } x > 2; \end{cases}$$

$$\text{В4. } F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq -\frac{\pi}{2}, \\ 1 + \sin x, & \text{если } -\frac{\pi}{2} < x \leq 0, \\ 1, & \text{если } x > 0; \end{cases}$$

$$\text{В5. } F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 1, \\ \ln x, & \text{если } 1 < x \leq 2, \\ 1, & \text{если } x > 2; \end{cases}$$

$$\text{В6. } F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0, \\ \frac{1}{\pi}(x - 0,5 \sin 2x), & \text{если } 0 < x \leq \pi, \\ 1, & \text{если } x > \pi. \end{cases}$$

$$\text{В7. } F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 1, \\ x-1, & \text{если } 1 < x \leq 2, \\ 1, & \text{если } x > 2; \end{cases}$$

$$\text{В8. } F(x) = \begin{cases} 0,3e^{2x}, & \text{если } x \leq 0, \\ 0,1x & \text{если } 0 < x \leq 2, \\ 1, & \text{если } x > 2; \end{cases}$$

$$\text{В9. } F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq -\frac{\pi}{2}, \\ 1 + 4 \sin 2x, & \text{если } -\frac{\pi}{2} < x \leq 0, \\ 1, & \text{если } x > 0; \end{cases}$$

Задание 3.

Непрерывная случайная величина X задана дифференциальной функцией распределения $f(x) = N \sin x$ в интервале $(0, \pi/2)$; вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти интегральную функцию распределения и математическое ожидание случайной величины X , а также вероятность того, что в результате испытания величина X примет значение, принадлежащее интервалу $(\pi/3, \pi/2)$.

Задание 4.

Случайная величина X – отклонение контролируемого размера изделия от номинала $X \rightarrow N(a, \sigma)$. Приведено эмпирическое распределение отклонений 200 изделий: в первой строке указано отклонение x_i (мм), во второй строке приведена частота n_i – количество изделий, имеющих отклонение:

x_i	3	5	7	9	10	12	15	17	19	22	22+N
n_i	6	9	26	25	30	26	21	24	20	8	5

а) Найти методом моментов точечные оценки неизвестных параметров a и σ нормального распределения, б)

Найти: X_{σ} , D_{σ} , σ_{σ} , используя условные варианты.

Задание 5.

Из большой партии изделий берут на пробу $n=4$ изделия. Известно, что доля дефектных изделий во всей партии равна p . Провели N серий испытаний и получили эмпирическое распределение (данные приведены в таблице 5: в первой строке указаны варианты; в первом столбце даны значения признака, число опытов и вероятность «успеха»):

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	n_i	n_i	n_i	n_i	n_i	n_i	n_i	n_i	n_i	n_i
0	102	131	97	63	96	138	120	143	120	104
1	131	99	114	106	137	96	104	112	131	66
2	54	31	71	40	30	23	35	14	80	23
3	6	5	16	18	15	9	6	9	18	6
4	7	4	2	3	2	4	5	2	1	1
N	300	270	300	230	280	270	270	280	350	200
p	0.18	0.17	0.23	0.24	0.19	0.14	0.14	0.21	0.22	0.17

При уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверить нулевую гипотезу о биномиальном распределении. На одной координатной плоскости построить полигоны частот для эмпирического и теоретического распределений. Сравнить.

Критерии оценки:

- *выполнение домашних заданий* (0 – 20 баллов).

20 баллов выставляется студенту, если он выполнил правильно и сдал в указанные сроки 100% заданий своего варианта;

15-19 баллов выставляется студенту, если он выполнил правильно и сдал в указанные сроки 75-99% заданий своего варианта;

10-14 баллов выставляется студенту, если он выполнил правильно и сдал в указанные сроки 50-74% заданий своего варианта;

5-9 баллов выставляется студенту, если он выполнил правильно и сдал в указанные сроки 25-49% заданий своего варианта;

1-4 баллов выставляется студенту, если он выполнил правильно и сдал в указанные сроки 5-24% заданий своего варианта;

0 баллов выставляется студенту, если он не выполнил и не сдал в указанные сроки задания своего варианта.

Вопросы к зачету

по дисциплине «**ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**»

1. Предмет ТВ. События и их классификация. Пространство элементарных событий. Операции над событиями.
2. Вероятность дискретного пространства, его свойства. Полная группа событий. Пример.
3. Классическое определение вероятности, условия его применения. Статистическое и геометрическое определения вероятности.
4. Понятия «множество» и «упорядоченная строка», их различие. Декартово произведение. Мощность множества, его свойства.
5. Размещения с повторениями и без повторений.
6. Перестановки с повторениями и без повторений.
7. Сочетания без повторений и с повторениями. Свойства сочетаний. Бином Ньютона.
8. Алгебра и σ - алгебра событий. Измеримое пространство. Вероятность на измеримом пространстве.
9. Совместные и несовместные события. Вероятность суммы таких событий. Противоположные события. Полная группа событий.
10. Условная вероятность. Зависимые и независимые события. Умножение вероятностей.
11. Сложение и умножение вероятностей. Вероятность появления хотя бы одного события.
12. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Следствие.
13. Повторные независимые испытания. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число появления события.
14. Повторные независимые испытания. Формула Пуассона. Локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа.
15. Повторные независимые испытания. Вероятность того, что относительная частота успехов в n испытаниях отклонится от вероятности успеха. Теорема Бернулли.
16. Случайная величина, классификация. Дискретные случайные величины. Ряд распределения ДСВ, его свойства и способы задания. Вероятность попадания ДСВ в некоторый интервал.
17. Функция распределения, ее свойства.
18. Функция распределения, ее свойства. Вероятность того, что СВ примет какое-то конкретное значение.
19. Биномиальное распределение, числовые характеристики. Простейший поток событий, его свойства.
20. Распределение Пуассона, числовые характеристики.
21. Непрерывное распределение. Плотность распределения, его свойства. Вероятность попадания НСВ в некоторый интервал.
22. Равномерное распределение НСВ, ее функция распределения и числовые характеристики. Графики функции и плотности распределения этой величины.
23. Экспоненциальное распределение НСВ, ее функция распределения и числовые характеристики. Графики функции и плотности распределения этой величины.
24. Нормальное распределение НСВ, ее функция распределения и числовые характеристики. График плотности распределения этой величины.
25. Нормальное распределение. Вероятность попадания нормальной СВ в некоторый интервал. Распределения, получаемые из нормального распределения: χ^2 - распределение, распределение Стьюдента, Распределение Фишера-Снедекора.
26. Математическое ожидание, его свойства.
27. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение, их свойства. Теорема о вычислении дисперсии.

28. Моменты случайных величин. Коэффициент асимметрии и эксцесс, их смысл и точечные оценки.
29. Условные законы распределения составляющих двумерной случайной величины. Условные математические ожидания.
30. Закон больших чисел. Лемма Чебышева. Неравенство Чебышева.
31. Закон больших чисел. Теорема Чебышева. Следствие.
32. Закон больших чисел для зависимых случайных величин. Теорема Маркова.
33. Функции от одной случайной величины, плотность и функция распределения, числовые характеристики.
34. Двумерные случайные величины, классификация. Ряд и функция распределения дискретной ДвСВ, ее свойства. Числовые характеристики.
35. Двумерные случайные величины, функция и плотность распределения непрерывной ДвСВ, свойства. Вероятность попадания случайной точки в область.
36. Независимость случайных величин. Следствия.

Комплект задач для зачета

по дисциплине «**ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**»

1. В классе 40 учеников, из которых 10 отличников. Класс наудачу разделен на 2 равные части. Какова вероятность того, что в каждой части по 5 отличников?
2. В ящике имеются 10 белых и 5 черных шаров. Наудачу вынимаются 3 из них. Какой состав шаров по цвету извлечь наиболее вероятно?
3. Для некоторой местности среднее число пасмурных дней в июле равно 6. Найти вероятность того, что 1 и 2 июля будет ясная погода.
4. В цехе работает 7 мужчин и 3 женщины. По табельным номерам наудачу отобраны 3 человека. Найти вероятность того, что все отобранные лица окажутся мужчинами.
5. На приемник поступают кодовые комбинации, состоящие из двух знаков: 0 и 1. Появление 0 и 1 считается равновероятным. Какова вероятность того, что в первой кодовой комбинации хотя бы один 0?
6. В мастерской работают 3 станка. За смену 1-ый станок может потребовать наладки с вероятностью 0,15. Для 2-ого станка эта вероятность = 0,1, и для 3-го - 0,12. Считая, что станки не ломаются одновременно, найти вероятность того, что за смену хотя бы один станок потребует наладки.
7. Вероятности правильного определения химического состава продукта для каждого из 3 контролеров равны $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$. При одновременном контроле 3 проб тремя контролерами химический состав оказался правильно определенным для 2 проб (что подтвердилось на окончательной проверке в лаборатории). Найти вероятность того, что ошибся третий контролер.
8. Проводятся последовательные независимые испытания пяти приборов на надежность. Каждый следующий прибор испытывается только в том случае, если предыдущий оказался надежным. Построить ряд распределения случайного числа испытанных приборов, если вероятность выдержать испытания для каждого из них равна 0,9.
9. В кармане имеется 4 монеты по 5 копеек, 2 монеты по 50 копеек. Пассажир извлекает из кармана по одной монете до появления 5 копеек без возвращения. Построить ряд распределения случайной величины X-число попыток. Найти математическое ожидание и дисперсию. Найти функции $F(x)$ и $f(x)$.
10. Случайная величина X подчинена закону распределения с плотностью

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ A(3x - x^2), & 0 \leq x \leq 3 \\ 0, & x > 3 \end{cases}$$

Найти A, построить график $f(x)$, функцию распределения $F(x)$, $P(1 < X < 2)$, моду, медиану.

Критерии оценки:

- Оценка «отлично» (25-30 баллов) выставляется студенту, если он правильно решил, оформил две задачи и в полном объеме раскрыл содержание двух экзаменационных вопросов;
- Оценка «хорошо» (18-24 баллов) выставляется студенту, если он правильно выполнил расчёты, но допустил неточности в оформлении заданий и ответил на два теоретических вопроса, или если он правильно выполнил расчёты, но раскрыл один теоретический вопрос;
- Оценка «удовлетворительно» (10-17 баллов) выставляется студенту, если он правильно выполнил и оформил задание, или решил задачу, но допустил ошибки и неточности в промежуточных расчётах, в оформлении, а так же раскрыл один теоретический вопрос;
- Оценка «неудовлетворительно» (0-9 баллов) выставляется студенту, если он не справился с решением предложенных заданий и не раскрыл содержание ни одного из двух экзаменационных вопросов.