Государственное образовательное учреждение
«Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко»

Физико-технический институт
Физико-математический факультет
Кафедра Высшей и прикладной математики и информатики

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедры-разработчика, доц., к.ф.-м.н.
__________________________Коровай А.В.
протокол № 1 «14» сентября 2023г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине

Б1.О.13 Математика

Специальность
38.05.01 Экономическая безопасность

Специализация
Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности
Финансово-экономическая безопасность

Квалификация
Специалист

Форма обучения
Очная

ГОД НАБОРА 2023

Разработали:
________________/ст. преп.Ко[illegible]юк Н.В.
________________/доцент Леонова Н.Г.
«14» сентября 2023г.

Паспорт фонда оценочных средств по учебной дисциплине «МАТЕМАТИКА»

1. В результате изучения Математики у обучающихся должен быть сформулированы следующие компетенции:

Категория универсальных компетенций	Код и наименование универсальной компетенции	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции
Системное и критическое мышление	УК-1. Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	ИД $_{УК-1.1}$. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации, методики системного подхода для решения профессиональных задач ИД $_{УК-1.2}$. Умеет анализировать и систематизировать разнородные данные, оценивать эффективность процедур анализа проблем и принятия решений в профессиональной деятельности ИД $_{УК-1.3}$. Владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками; методами принятия решений; методикой системного подхода для решения поставленных задач.

.

2. Программа оценивания контролируемой компетенции:

Текущая аттеста-ция	Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины и их наименование	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
I семестр			
1.	***Раздел 2.*** Определители. Матрицы. ***Раздел 3.*** Системы линейных уравнений	УК-1	Контрольная работа №1
2.	***Раздел 5.*** Линейные преобразования неизвестных. Квадратичная форма ***Раздел 6.*** Аналитическая геометрия	УК-1	Контрольная работа №2
3.	***Раздел 7.*** Введение в математический анализ	УК-1	Контрольная работа №3
4.	***Разделы 1- 7***	УК-1	Комплект разноуровневых задач и заданий
II семестр			
5.	***Раздел 8.*** Дифференциальное исчис-	УК-1	Контрольная

	ление функции одной переменной ***Раздел 9.*** Интегральное исчисление функции одной переменной		работа №1
6.	***Раздел 10.*** Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	УК-1	Контрольная работа №2
7.	***Раздел 11.*** Дифференциальные уравнения ***Раздел 12.*** Ряды	УК-1	Контрольная работа №3
8.	***Разделы 8-12.***	УК-1	Комплект разноуровневых задач и заданий
III семестр			
9.	***Раздел 13.*** Случайные события и их вероятности	УК-1	Контрольная работа №1
10.	***Раздел 14.*** Одномерные случайные величины и законы их распределения	УК-1	Контрольная работа №2
11.	***Раздел 15.*** Выборочный метод. Оценки параметров распределения ***Раздел 17.*** Основы статистического исследования зависимостей. Элементы теории корреляции	УК-1	Контрольная работа №3
12.	***Разделы 13-18.***	УК-1	Комплект разноуровневых задач и заданий
Промежуточная аттестация		Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства**
I семестр		УК-1	Вопросы и задачи к экз.
II семестр		УК-1	Вопросы и задачи к экзамену
III семестр		УК-1	Вопросы и задачи к зачёту

I. Комплект разноуровневых индивидуальных задач и заданий

по дисциплине **«МАТЕМАТИКА»**

I семестр

Раздел 1. Введение в математику. Элементы теории множеств

Индивидуальная (домашняя) работа **1. Элементы теории множеств**

Задание 1.1.

Записать множество A перечислением его элементов:

$A = \{x \mid x^2 - x - 42 \le 0,\ x \in [-2;10],\ x \in Z\}$

Задание 1.2.

Дано множество $A = \{1,3,5,7\}$. Найти булеан $B(A)$

Задание 1.3.

Дано $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15\}$ - универсальное множество, а также множества $A = \{1,2,4,6,8\}$, $B = \{3,4,6\}$, $C = \{5,7\}$. Найти: 1) $A \cup B$; 2) $A \cap B$; 3) $A \Delta B$; 4) $\overline{A} \cap C$; 5) $A \times C$.

Задание 1.4.

Даны множества $A = [-2;7)$ и $B = (3;9)$. Найти и построить: 1) $A \bigcup B$; 2) $A \bigcap B$; 3) $A \setminus B$; 4) $A \times B$.

Задание 1.5.

Используя круги Эйлера, заштрихуйте ту часть диаграммы, которая соответствует множеству $(A \setminus B) \cap \overline{C}$.

Задание 1.6.

В спортивном классе каждый учащийся занимается хотя бы одним видом спорта (гандболом или волейболом), из них гандболом и волейболом занимаются 7 человек. Сколько учащихся в классе, если только гандболом занимается 9 человек, а только волейболом 11?

Раздел 2. Определители. Матрицы

Индивидуальная (домашняя) работа **2. Определители, свойства. Матрицы. Действия над матрицами.**

Задание 2.1.

Вычислите определители: а) $\Delta = \begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 5 & 11 \end{vmatrix}$; б) $\Delta = \begin{vmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{vmatrix}$

Задание 2.2.

Вычислите определитель четвертого порядка $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 5 & 2 \\ 3 & 0 & -2 & 1 \\ 4 & 11 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & 7 \end{vmatrix}$: а) по четвертой строке; б) по второму столбцу, приведя сначала этот столбец к единичному виду с помощью элементарных преобразований

Задание 2.3.

Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 7 & -3 & 1 \\ 4 & 2 & -2 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ -4 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}$

Вычислите *A+2B; 3A-BC*

Задание 2.4

Найдите значение многочлена $f(x)=2x^3+4x^2-2x-9$ от матрицы $A=\begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$.

Задание 2.5.

Найдите ранг матрицы $A=\begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 & 6 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & 5 & 6 \\ -2 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$.

Задание 2.6.

Найдите матрицу обратную матрице $A=\begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ в таблицах Гаусса и с помощью алгебраических дополнений. Показать, что $A^{-1}\cdot A=E$ - единичная матрица.

Раздел 3. Системы линейных уравнений

Индивидуальная (домашняя) работа **3. Системы линейных уравнений, методы их решения.**

Задание 3.1.

Решите систему линейных уравнений: а) методом определителей (Крамера); б) методом Гаусса; в) с помощью обратной матрицы. В конце сделайте проверку.

$$\begin{cases} 2x_1-2x_2+x_3=-3 \\ -x_1+x_2+3x_3=1 \\ x_1+3x_2-x_3=7 \end{cases}$$

Задание 3.2.

Решите систему линейных уравнений методом Жордана-Гаусса. Найдите базисное решение и сделайте проверку.

$$\begin{cases} 3x_1-2x_2+x_3-x_4+x_5=3 \\ -x_1+x_2+2x_3-3x_4+x_5=1 \\ x_1+3x_2-2x_3+x_4-x_5=7 \end{cases}$$

Задание 3.3.

Найдите исходное опорное решение системы линейных уравнений. Сделайте проверку.

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 10 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 + x_5 = 2 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = -2 \end{cases}$$

Задание 3.4.

Найдите все опорные решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_4 = 10 \\ x_2 + x_3 - 3x_4 = 2 \\ 3x_2 + x_4 + x_5 = 4 \end{cases}$$

Раздел 4. Векторы

Индивидуальная (домашняя) работа **4. Векторы. Действия над векторами.**

Задание 4.1.

Даны вектора $a_1 = (6;4;1;-1)$, $a_2 = (1;-1;2;0)$, $a_3 = (11;9;0;-2)$, $a_4 = (2;6;-1;-5)$. Требуется: а) вычислить линейную комбинацию этих векторов; б) выяснить, являются ли вектора линейно зависимыми.

Задание 4.2.

Найти базис системы векторов $a_1 = (2;1;0;4)$, $a_2 = (1;-1;2;4)$, $a_3 = (3;4;-1;2)$, $a_4 = (2;5;-3;-2)$.

Задание 4.3.

Даны вектора $a_1 = (1;3;2)$, $a_2 = (-5;0;3)$, $a_3 = (2;-4;-2)$, $b = (2;5;3)$. Доказать, что вектора a_1, a_2 и a_3 образуют базис в пространстве R^3 и разложить вектор b по этому базису.

Задание 4.4.

Найти координаты вектора $x = e_1 + 10e_2 + 10e_3$ в базисе (e_1', e_2', e_3'), если известно разложение базисных векторов e_1', e_2', e_3' в базисе (e_1, e_2, e_3):

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + 11e_3 \\ e_2' = \dfrac{11}{10}e_1 - e_2 \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3 \end{cases}.$$

Раздел 5. Линейные преобразования неизвестных. Квадратичная форма

Индивидуальная (домашняя) работа **5. Линейные преобразования неизвестных. Квадратичная форма.**

Задача 5.1.

Найти собственные значения и собственные векторы матрицы

$$A=\begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Задача 5.2.

Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа:

$x_1^2+4x_1x_2+4x_1x_3+4x_2x_3+4x_3^2$.

Задача 5. 3.

Привести квадратичную форму к каноническому виду ортогональным преобразованием: $4x_2^2-3x_3^2-4x_1x_2-4x_1x_3+8x_2x_3$.

Задача 5.4.

Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Якоби и выяснить является ли она положительно определенной:

$4x_2^2-3x_3^2-4x_1x_2-4x_1x_3+8x_2x_3$.

Раздел 6. Аналитическая геометрия

Индивидуальная (домашняя) работа **6.1. Прямая на плоскости**

Задание 6.1.1.

Даны вершины треугольника ABC: A(-1;-1), B(7;5), C(11;-6). Требуется найти: 1) длины сторон AB и AC, их уравнения и угловые коэффициенты; 2) величину угла A в градусах с точностью до двух знаков; 3) точку F пересечения медиан треугольника ABC; 4) уравнение высоты CN и точку N ее пересечения со стороной AB; 5) уравнение прямой L, проходящей через вершину B параллельно стороне AC и ее точку пересечения с высотой CN; 8) вычислить площадь четырехугольника ABCD; 9) сделать чертеж.

Индивидуальная (домашняя) работа **6.2. Кривые второго порядка. Преобразование уравнения второй степени относительно переменных x и y.**

Задание 6.2.1.

Даны точки плоскости A(-1;-3), B(0;4), C(7;3).Требуется:

1) составить уравнение окружности, проходящей через эти точки, определить координаты центра N и величину R радиуса окружности;

2) написать уравнение эллипса, проходящего через точки B и C, найти полуоси, фокусы, эксцентриситет;

4) построить точки и кривые в системе координат.

Задание 6.2.2.

Составить уравнение линии, для каждой точки которой отношение расстояний до точки *F(3;1)* и прямой $x=5$ равно $\varepsilon = \frac{\sqrt{6}}{3}$. Выполнить чертеж.

Задание 6.2.3.

Установить вид и построить линии, заданные уравнениями:

а) $3x^2 + y^2 - 6x - 4y + 4 = 0$;

б) $23x^2 - 3y^2 - 26\sqrt{3}xy - (36\sqrt{3} + 32)x + (36 - 32\sqrt{3})y - 28 = 0$

***Индивидуальная (домашняя) работа* 6.3. Стереометрия**

Задание 6.3.1.

Даны координаты вершин пирамиды ABCD: A(2;-3;1), B(6;1;-1), C(4;8;-9), D(2;-1;2). Требуется: 1) записать векторы $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}$ в системе орт и найти модули этих векторов; 2) найти угол между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$ в градусах с точностью до двух знаков после запятой; 3) найти проекцию вектора $\overline{AD}$ на вектор $\overline{AB}$; 4) вычислить площадь грани ABC; 5) найти объем пирамиды ABCD.

Задание 6.3.2.

Даны координаты точек A(3;-1;5), B(7;1;1), C(4;-2;1). Требуется:

1) составить канонические уравнения прямой AB;

2) составить уравнение плоскости Q, проходящей через точку C перпендикулярно прямой AB;

3) найти точку пересечения прямой AB с плоскостью Q;

4) вычислить расстояние от точки C до прямой AB.

Раздел 7. Введение в математический анализ

***Индивидуальная (домашняя) работа* 7.1. Функция одной переменной. Область определения. Функция обратная данной функции. Предел последовательности и функции**

Задание 7.1.1.

Найти область определения и область значения функции одной переменной: $y = \sqrt{x^3 - 6x^2 + 9x}$.

Задание 7.1.2.

Найти функцию обратную данной $y = \frac{1 + x^2}{4 - x^2}$. Указать область определения прямой и обратной функций.

Задание 7.1.3.

Используя определение предела последовательности, доказать равенство $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{8n+3}{3n-5}=\dfrac{8}{3}$ сначала для любого ε>0, а затем для ε=0.01.

Задание 7.1.4.

Найти пределы функций:

а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{2x^2-x-1}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-4x+3}{x+5}$; в) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{2x-1}-3}{x-5}$;

г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg}3x}{7x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x+3}{2x-1}\right)^{\frac{x}{3}}$.

Задание 7.1.5.

Найти интервалы непрерывности функции $y=\dfrac{1+x^2}{4-x^2}$ и точки разрыва, используя односторонние пределы.

Задание 7.1.6.

Найти интервалы непрерывности функции $y=f(x)$ и точки разрыва, используя односторонние пределы. Построить график этой функции

$$f(x)=\begin{cases} x+4, & \text{при} \quad x<-1 \\ x^2+2, & \text{при} \quad -1<x\le 1 \\ 2x, & \text{при} \quad x\ge 1 \end{cases}$$

***Индивидуальная (домашняя) работа* 7.2. Комплексные числа, действия над ними.**

Задание 7.2.1.

Даны комплексные числа $z_1=-2\sqrt{3}-2i$ и $z_2=1-i$ в алгебраической форме. Найти: 1) z_1+z_2; 2) z_1-z_2; 3) $z_1\cdot z_2$; 4) $\dfrac{z_1}{z_2}$; 5) $z_1^2\cdot\bar{z}_2$.

Задание 7.2.2.

Даны комплексные числа $z_1=-2\sqrt{3}-2i$ и $z_2=1-i$ в алгебраической форме. Требуется: 1) представить z_1 и z_2 в тригонометрической форме; 2) найти: а) $z_1^3\cdot z_2^4$; б) $\dfrac{z_1^5}{z_2^3}$; в) $\sqrt[4]{z_2}$ и построить.

II семестр

Раздел 8. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

***Индивидуальная (домашняя) работа* 8. Дифференциальное исчисление функций одной переменной**

Задание 8.1.

Найдите производные $\frac{dy}{dx}$ заданных функций.

1) $y=\frac{7x-3}{\sqrt{x^2-5x+4}}$; 2) $y=\left(4^{\sin 3x}+\cos^3 3x\right)^5$; 3) $y=arctg\frac{5x+1}{\sqrt{x-1}}$;

4) $y=\ln\sqrt[4]{\frac{2-3x}{x^2-6x-7}}$; 5) $y=\left(arctg2x\right)^{\sqrt{1+4x^2}}$; 6) $e^{xy}-3xy^2+y^3=0$; 7)

$$\begin{cases} x=e^t+t^2 \\ y=e^t+6t \end{cases}$$

Задание 8.2.

Дана функция $y=\sqrt{5x^2-4}$ и значения аргумента x_1 и x_2. Требуется найти приближенное значение функции при $x_2=1{,}92$, исходя из ее точного значения при $x_1=1$, заменяя полное приращение функции ее дифференциалом.

Задание 8.3.

Найти предел функции $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos x^2}{x^2-\sin x^2}$, используя правило Лопиталя.

Задание 8.4.

Записать уравнение касательной к кривой $y=x^2-7x+3$ в точке с абсциссой $x=1$.

Задание 8.5.

Исследовать функцию $y=\frac{x^2}{x-1}$ методами дифференциального исчисления и построить ее график.

Раздел 9. Интегральное исчисление функции одной переменной

Индивидуальная (домашняя) работа **9.1. Неопределенный интеграл**

Задание 9.1.1.

Найти неопределенные интегралы, результаты проверить дифференцированием.

а) $\int\frac{(4x+2)dx}{x^3-x^2-6x}$; б) $\int\frac{(2x+3)dx}{x^2-2x+3}$; в) $\int x^2\sin 2x dx$; г) $\int\frac{\sqrt{x}-3}{x-9}dx$;

д) $\int\frac{dx}{2-\sin x+2\cos x}$; е) $\int\frac{(3x-5)dx}{\sqrt{3+2x-x^2}}$.

Индивидуальная (домашняя) работа **9.2. Определенный интеграл, его применение**

Задание 9.2.1.

Вычислить определенные интегралы:

а) $\int\limits_{-0,6}^{0,4} \sqrt[3]{3x+2,8}dx$; б) $\int\limits_{1}^{4} \ln\cdot(3x-2)dx$.

Задание 9.2.2.

Найти площадь фигуры, ограниченной параболами $y = -x^2 - 4x + 5$ и $y = x^2 + 2x - 3$. Провести необходимые вычисления, сделать чертёж.

Раздел 10. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Индивидуальная (домашняя) работа 10. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Задание 10.1.

Дана функция $z = x\ln\dfrac{y}{x}$. Требуется найти: 1) полный дифференциал функции; 2) частные производные второго порядка $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$;

3) смешанные частные производные $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ и $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$;

4) дифференциал второго порядка.

Задание 10.2.

Дано уравнение поверхности $y^2 z - 2x^2 + 4xyz - 8y + 7 = 0$. Составить уравнение касательной плоскости и уравнение нормали данной поверхности в точке $M_0(x_0; y_0; z_0)$, если абсцисса $x_0 = 2$ и ордината $y_0 = 1$ этой точки заданы.

Задание 10.3.

Данную функцию $z = 3x + 6y - x^2 - xy + y^2$ исследовать на экстремум.

Задание 10.4.

Дана функция $z = 3x + 6y - x^2 - xy - 2y^2$. Требуется найти условный экстремум при условии $3x + 4y = 12$ двумя методами.

Задание 10.5.

Дана функция $u = x^2 z - xyz - y^2 - x - 3$. Найти производную в точке $P(4;-3;1)$ в направлении от этой точки к точке $M(1;3;-1)$.

Задание 10.6.

Найти наибольшую скорость возрастания скалярного поля $u(P) = \ln(2x^2 + 3y^2 - xyz)$ в точке $P(3;2;1)$.

Раздел 11. Дифференциальные уравнения

Индивидуальная (домашняя) работа 11. Дифференциальные уравнения

Задание 11.1.

Найти общее или частное решение дифференциального уравнения первого порядка, если указаны начальные условия.

а) $(4+x^2)y' = y^2$, $y(2) = \dfrac{8}{\pi}$; б) $y' = \dfrac{x+y}{2x+2y}$; в) $y' + 2xy = 2xe^{-x^2}$.

Задание 11.2.

Найти частное решение дифференциального уравнения второго порядка, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$yy'' = (y')^2$; $y(0) = 1$, $y'(0) = 3$.

Задание 11.3.

Найти частное решение дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$y'' - 2y' - 8y = 16x^2 + 2$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 5$.

Задание 11.4.

Решить систему дифференциальных уравнений: $\begin{cases} x' = 5x + 3y \\ y' = -12x - 8y \end{cases}$ записать его общее решение и частное решение при указанных начальных условиях $x(0) = 1$ и $y(0) = \dfrac{1}{3}$.

Раздел 12. Ряды

Индивидуальная (домашняя) работа 12. Ряды, их применение

Задание 12.1.

Исследовать сходимость ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{5^n}{(n+1)(n+2)}$, пользуясь признаком сходимости Даламбера.

Задание 12.2.

Исследовать сходимость ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n \cdot \sqrt{1+n^2}}$, пользуясь интегральным признаком сходимости Коши.

Задание 12.3.

Использовать сходимость ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\dfrac{2n+5}{3n-1} \right)^{2n-1}$, пользуясь признаком сходимости Коши.

Задание 12.4.

Дан степенной ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7^n x^n}{5^n \sqrt[4]{n}}$, написать первые четыре члена этого ряда, найти интервал сходимости ряда и выяснить вопрос о сходимости ряда на концах интервала.

III семестр

Раздел 13. *Случайные события и их вероятности*

1. Сколькими способами можно переставить буквы в слове “ИНЖЕНЕР” так, чтобы буквы Е всегда были рядом?
2. Сколько существует пятизначных номеров телефонов, у которых 0 на первом и 2 на последнем месте и все цифры разные?
3. В отделении 20 человек с диагнозом пневмония и 15 – с диагнозом бронхит. Сколькими способами можно выбрать 3 с диагнозом пневмония 4 с диагнозом бронхит на обследование?
4. Сколько существует четырёхзначных чисел, состоящих из цифр 0,1,2,3,4?
5. Сколькими способами можно выбрать команду из 3 юношей и двух девушек, если в группе 20 девушек и 10 юношей?
6. На приёме у терапевта 18 человек, в день терапевт осматривает 15 человек. Сколькими способами можно составить очередь на приём к врачу?
7. Сколько различных комбинаций, состоящих из четырех букв, можно составить из букв: а, в, к, л, о, с?
8. Сколько существует шестизначных телефонных номеров?
9. Сколькими способами можно выбрать из 10 бракованных и 25 не бракованных деталей 4 бракованных и 5 не бракованных?
10. Сколько вариантов расположения слов допускает предложение: "Редактор вчера внимательно прочитал рукопись"?
11. На огневой рубеж вызывается 8 курсантов. Какова вероятность того, что 2 определённых курсанта оказались рядом?
12. Игральная кость брошена три раза. Какова вероятность того, что при этом выпавшие грани различны?
13. На шести одинаковых карточках написаны буквы А, В, К, О, М, С. Эти карточки наудачу разложены в ряд. Какова вероятность того, что получится слово «МОСКВА»?
14. В урне четыре белых и два черных шара. Из этой урны наудачу извлечены два шара. Какова вероятность того, что эти шары разного цвета?

15. В урне шесть белых и четыре черных шара. Из этой урны наудачу извлечены пять шаров. Какова вероятность того, что два из них белые, а три черные?

16. Какова вероятность того, что в написанном наудачу трёхзначном числе все цифры различны?
17. В группе спортсменов 25 футболистов, 10 хоккеистов и 15 бегунов. Вероятности выполнения квалификационного норматива соответственно равны для футболиста 0,9, для хоккеиста 0.8 и для бегуна 0.6. Какова вероятность того, что выбранный случайным образом спортсмен выполнит квалификационный норматив?
18. Изделие проверяется на стандартность одним из двух товароведов. Вероятность того, что изделие попадет к первому товароведу, равна 0,55, а ко второму – 0,45. Вероятность того, что стандартное изделие будет признано стандартным первым товароведом, равна 0,9, а вторым – 0,98. Стандартное изделие при проверке было признано стандартным. Найти вероятность того, что это изделие проверил второй товаровед.
19. Десять человек случайным образом рассаживаются на десятиместную скамейку. Какова вероятность того, что три определенных лица окажутся рядом?
20. В урне десять шаров, из которых два белых и три черных и пять синих. Из этой урны наудачу извлечены три шара. Какова вероятность того, что все три шара разного цвета?
21. Какое из двух событий более вероятно: событие А – «при одновременном бросании четырех игральных костей появится хотя бы одна единица» или событие В – «при двадцати четырёх бросаниях двух игральных костей появятся хотя бы один раз две единицы»?
22. Ящик содержит 90 годных и 10 дефектных деталей. Сборщик последовательно без возвращения достает из ящика 10 деталей. Найти вероятность того, что среди взятых деталей:
а) нет дефектных;
б) хотя бы одна дефектная.
23. Четыре стрелка независимо друг от друга стреляют по одной мишени, делая каждый по одному выстрелу. Вероятности попадания для данных стрелков равны: 0,4; 0.6; 0.7; 0.8. После стрельбы в мишени обнаружены три пробоины. Найдите вероятность того, что промахнулся четвертый стрелок.
24. Первый участок включает 25 человек, второй – 26 человек, третий – 20 человек, четвёртый участок – 15 человек. Вероятность полного выздоровления больных на первом участке – 0,8, на втором - 0,6, на третьем - 0,75, на четвёртом – 0,65. Найти вероятность полного выздоровления одного больного из этих участков.
25. В лаборатории для сдачи крови на анализ в очереди стоят 21 человек. Из них 8 болеют сахарным диабетом, 8-белокровием, 2-лейкемией, а 3-здоровые. Какая вероятность того, что человек, которого вызовут на сдачу анализа, окажется здоровым?

26. Первый участок включает 25 человек, второй – 30 человек, третий – 20 человек, четвёртый участок – 15 человек. Вероятность полного выздоровления больных на первом участке – 0,78, на втором - 0,6, на третьем - 0,9, на четвёртом – 0,9. Найти вероятность полного выздоровления одного больного из этих участков.
27. В больнице на обследовании находятся 16 больных, 12 из которых больных туберкулёзом, а 4 – бронхитом. Какова вероятность того, что наугад вызванный больной болеет бронхитом?
28. В первой спецгруппе занимаются 25 человек, из них 11 больны астмой, во второй – 30 человек, из которых 20 больны астмой. В третьей группе – 10 человек, среди которых 6 больных
31. Среди изготовляемых рабочим деталей в среднем 4% брака. Какова вероятность того, что среди взятых на испытание пяти деталей не найдется ни одной бракованной.
31. Три стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0.9. для второго стрелка - 0,75 и для третьего 0,85. Найти вероятность того, что при стрельбе залпом в мишень попадут все три стрелка.
32. В коробке 8 упаковок разных препаратов, среди которых одна с аспирином. Найти вероятность извлечения из коробки упаковки аспирина хотя бы один раз из 5 попыток.
33. В данной местности случайным образом комплектуется группа из 9 призывников. Найти вероятность того, что ровно двое из них не имеют хронических заболеваний, если известно, что 50% призывников имеют такие заболевания.
34. Молодожёны планируют, что у них будет 2 дочки и 2 сына. Считая, что у них действительно будет 4 ребёнка найти шанс осуществления их желания, если вероятность рождения мальчика 50%.
35. Вероятность заболевания гепатитом для жителя некоторой области за определённый период года составляет 0,2. Найти вероятность того, что среди 10000 обследованных жителей ровно 4 окажутся заболевшими.
36. При транспортировке в среднем повреждается 0,05% ампул. Найти вероятность того, что при транспортировке 3000 ампул повредится ровно 20 ампул.
37. Найти вероятность доставания таблетки димедрола из коробки хотя бы один раз при четырёх попытках, если в коробке находятся 6 таблеток из них с димедролом 2.
38. Больного с подозрением на лямблиоз направляют в лабораторию на сдачу анализов 3 раз. Какова вероятность того, что хотя бы один раз выявится лямбиоз, если вероятность его наличия 2%?
39.В коробке 10 упаковок разных препаратов. Найти вероятность извлечения из коробки упаковки аспирина хотя бы один раз из 5 попыток.

40. В данной местности случайным образом комплектуется группа из 5 призывников. Найти вероятность того, что ровно двое из них не имеют хронических заболеваний, если известно, что 60% призывников имеют такие заболевания.
41. Было посажено 100 деревьев. Найдите вероятность того, что число принявшихся деревьев: а) не менее 75 и не более 90; б) не менее 75; в) не боле 74; если вероятность того, что отдельное дерево приживется, равна 0,8.
42. Вероятность рождения мальчика примем за 0,5. Найдите вероятность того, что среди 200 новорожденных детей будет: а) 90 мальчиков; б) 110 мальчиков; в) от 90 до 110 мальчиков.
43. Прядильщица обслуживает 1000 веретён. Вероятность обрыва нити на одном веретене в течение минуты равна 0,004. Найдите вероятность того, что в течение одной минуты обрыв произойдет в пяти веретенах.
44. Из пяти стрелков два попадут в цель с вероятностью 0,6 и три – с вероятностью 0,4. а) Что вероятнее: попадет в цель наудачу выбранный стрелок или промахнется? б) Наудачу выбранный стрелок попал в цель. Что вероятнее: принадлежит он к первым двум или к трём последним?
45. Известно, что 96% выпускаемых заводом изделий отвечает стандарту. Упрощенная схема контроля признает пригодной стандартную продукцию с вероятностью 0,98 и нестандартную с вероятностью 0,05. Определить вероятность того, что изделие, прошедшее упрощенный контроль, отвечает стандарту.
46. Для сдачи экзамена студентам необходимо было подготовить 30 вопросов. Из двадцати пяти студентов, 10 подготовили все вопросы, 8 - 25 вопросов, 5 - 20 вопросов и 2 - 15 вопросов. Вызванный студент ответил на поставленный вопрос. Найти вероятность того, что этот студент: а) подготовил все вопросы, б) подготовил только половину вопросов.
47. Число грузовых автомашин, проезжающих по шоссе, на котором стоит бензоколонка, относится к числу легковых машин, проезжающих по шоссе, как 3:2. Вероятность того, что будет заправляться грузовая машина, равна 0,1; для легковой машины эта вероятность рана 0,2. К бензоколонке подъехала машина. Найти вероятность того, что это будет грузовая машина.
48. В специализированную больницу поступают в среднем 50% больных с заболеванием K, 30% - с заболеванием M, 20% - с заболеванием N. Вероятность полного излечения болезни K равна 0,7; для болезней M и N эти вероятности равны соответственно 0,8 и 0,9. Больной был выписан. Найдите вероятность того, что этот больной страдал заболеванием K.
49.В среднем левши составляют 1%. Какова вероятность того, что среди 200 студентов найдется: а) ровно 4 левши; б) не менее, чем 4 левши.
50. Кинотеатр вмещает 730 зрителей. Найдите вероятность того, что: а) три

зрителя родились в один день (например, 5 апреля); б) не более трех зрителей родились в один день.

Раздел 14. *Одномерные случайные величины и законы их распределения*

Задание 1.

Задан закон распределения $P(x=x_i)$ вероятностей дискретной случайной величины x. Требуется:

а) определить математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение;

б) построить многоугольник распределения.

в) найти функцию распределения дискретной случайной величины **x** и построить ее график.

Вариант	**Значения x_I случайной величины X**					
	0	1	2	3	4	5
B1.	0,06	0,28	0,35	0,23	0,07	?
B2.	0,03	0,16	0,31	0,31	0,16	?
B3.	0,16	0,35	0,31	0,12	0,03	?
B4.	0,01	0,06	0,24	0,34	0,26	?
B5.	0,01	0,03	0,11	0,32	0,36	?
B6.	0,48	0,25	0,14	0,07	0,04	?
B7.	0,36	0,30	0,18	0,06	0,02	?
B8.	0,23	0,25	0,25	0,2	0,04	?
B9.	0,13	0,28	0,26	0,18	0,09	?
B10.	0,28	0,35	0,22	0,10	0,04	?

Задание 2.

Случайная величина **x** задана функцией распределения F(x).

а) Является ли случайная величина **x** непрерывной? б) Имеет ли случайная величина **x** плотность вероятности $f(x)$? Если имеет, то найдите ее. в) Найти дифференциальную функцию распределения и числовые характеристики случайной величины X. г) Постройте схематически графики F(x) и $f(x)$.

B1. $F(x)=\begin{cases} e^x, & \text{если } x \le 0, \\ 1, & \text{если } x > 0; \end{cases}$

B2. $F(x)=\begin{cases} 0, & \text{если } x \le 1, \\ x-1, & \text{если } 1 < x \le 2, \\ 1, & \text{если } x > 2; \end{cases}$

B3. $F(x)=\begin{cases} 0{,}5e^x, & \text{если } x \le 0, \\ 0{,}8, & \text{если } 0 < x \le 2, \\ 1, & \text{если } x > 2; \end{cases}$

B4. $F(x)=\begin{cases} 0, & \text{если } x \le -\dfrac{\pi}{2}, \\ 1+\sin x, & \text{если } -\dfrac{\pi}{2} < x \le 0, \\ 1, & \text{если } x > 0; \end{cases}$

В5. $F(x)=\begin{cases}0, & если\ x\le 1,\\ \ln x, & если\ 1<x\le 2,\\ 1, & если\ x>2;\end{cases}$

В6. $F(x)=\begin{cases}0, & если\ x\le 0,\\ \frac{1}{\pi}(x-0{,}5\sin 2x), & если\ 0<x\le\pi,\\ 1, & если\ x>\pi.\end{cases}$

В7. $F(x)=\begin{cases}0, & если\ x\le 1,\\ x-1, & если\ 1<x\le 2,\\ 1, & если\ x>2;\end{cases}$

В8. $F(x)=\begin{cases}0{,}3e^{2x}, & если\ x\le 0,\\ 0{,}1x & если\ 0<x\le 2,\\ 1, & если\ x>2;\end{cases}$

В9. $F(x)=\begin{cases}0, & если\ x\le -\frac{\pi}{2},\\ 1+4\sin 2x, & если\ -\frac{\pi}{2}<x\le 0,\\ 1, & если\ x>0;\end{cases}$

В10. $F(x)=\begin{cases}0, & если\ x\le 1,\\ 3x-5, & если\ 1<x\le 2,\\ 1, & если\ x>2;\end{cases}$

Задание 3.

Непрерывная случайная величина X задана дифференциальной функцией распределения f(x) = Nsin x в интервале (0, π/2); вне этого интервала f(x) = 0. Найти интегральную функцию распределения и математическое ожидание случайной величины X, а также вероятность того, что в результате испытания величина X примет значение, принадлежащее интервалу (π/3, π/2).

Раздел 15. *Выборочный метод. Оценки параметров распределения*

Задание 1.

При оценке свойств сахарной свеклы было обследовано *n* проб и получены следующие значения содержания сахара *X* %.

Требуется:

1) определить выборочную среднюю $X_в$, выборочную и исправленную дисперсии;
2) полагая, что распределение признака X описывается законом нормального распределения, найдите доверительный интервал для среднего содержания сахара в обследуемой партии свеклы на уровне заданной надежности *γ*.

Исходная информация в таблице.

№ вариан	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	15,5	12,4	12,3	14,8	11,6	15,4	15,1	16,1	14,1	14,2
	16,0	14,1	11,0	11,5	14,5	15,8	15,5	17,1	15,1	13,6
	14,6	13,2	11,8	12,1	13,8	15,1	143	17,2	12,2	15,2
Значен	14,9	14,0	13,2	13,4	12,0	14,9	16,6	16,9	13,8	13,0

	15,3	14,1	14,0	13,1	13,8	14,5	16,2	15,2	14,1	15,9
X_i	14,0	14,0	14,1	11,9	14,2	13,5	16,1	14,3	15,9	15,2
	14,3	14,6	12,0	12,8	13,4	13,0	15,4	15,5	16,8	16,5
	15,1	14,0	13,6	13,5	14,2	13,2	14,9	16,2	12,5	13,9
	15,4	13,4	11,3	14,2	14,5	13,3	15,5	14,1	13,4	14,2
	16,0	12,2		12,9	11,0	14,0		15,0	16,0	15,3
	15,7	12,3				14,1				16,4
										15,0
n	11	11	9	10	10	11	9	10	10	12
γ	0,95	0,99	0,999	0,95	0,99	0,999	0,95	0,99	0,999	0,99

Задание 2.

Для определения характеристик артериального давления (в мм ртутного столба), было обследовано 30 пациентов клиники. Статистические данные приведены в таблице:

а) Представить эти данные в виде интервального ряда распределения с шагом 5 и построить гистограмму относительных частот.

б) На основании этих данных дать интервальную оценку среднего значения артериального давления всех пациентов клиники с доверительной вероятностью 0,95 (считать, что давление распределено практически нормально).

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
давл	157	160	133	159	179	148	143	128	138	172
№	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
давл	164	171	158	136	169	153	142	147	134	164
№	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
давл	167	131	152	145	176	122	149	154	161	156

Задание 3.

1. Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью γ = 0,95 точность ε оценки математического ожидания нормально распределенной генеральной совокупности по выборочной средней равна 0,N, если известно, что среднее квадратическое отклонение σ = N+1,5 генеральной совокупности.
2. Выборка из большой партии электроламп содержит 200+N дамп. Средняя продолжительность горения лампы выборки оказалась равной 1000+N часам. Найти с надежностью 0,99 доверительный интервал для средней продолжительности горения лампы всей партии, если известно, что среднее квадратическое отклонение продолжительности горения 50+N часов. Предполагается, что продолжительность горения ламп распределена нормально.

Задание 4.

Случайная величина X – отклонение контролируемого размера изделия от номинала $X \longrightarrow N(a,\sigma)$. Приведено эмпирическое распределение отклонений 200 изделий: в первой строке указано отклонение x_i (мм), во второй строке приведена частота n_i – количество изделий, имеющих отклонение:

x_i	3	5	7	9	10	12	15	17	19	22	22+N
n_i	6	9	26	25	30	26	21	24	20	8	5

а) Найти методом моментов точечные оценки неизвестных параметров a и σ нормального распределения, б) Найти: $\overline{X}_в$, $D_в$, $\sigma_в$, используя условные варианты.

Раздел 16. *Проверка статистических гипотез*

Из большой партии изделий берут на пробу $n=4$ изделия. Известно, что доля дефектных изделий во всей партии равна p. Провели N серий испытаний и получили эмпирическое распределение (данные приведены в таблице 5: в первой строке указаны варианты; в первом столбце даны значения признака, число опытов и вероятность «успеха»).

№ вар.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
x_i	n_i	n_i	n_i	n_i	n_i	n_i	n_i	n_i	n_i	n_i
0	102	131	97	63	96	138	120	143	120	104
1	131	99	114	106	137	96	104	112	131	66
2	54	31	71	40	30	23	35	14	80	23
3	6	5	16	18	15	9	6	9	18	6
4	7	4	2	3	2	4	5	2	1	1
N	300	270	300	230	280	270	270	280	350	200
p	0.18	0.17	0.23	0.24	0.19	0.14	0.14	0.21	0.22	0.17

При уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверить нулевую гипотезу о биномиальном распределении. На одной координатной плоскости построить полигоны частот для эмпирического и теоретического распределений. Сравнить.

Раздел 17. *Основы статистического исследования зависимостей. Элементы теории корреляции*

Экономист, изучая зависимость выработки У (тыс. руб.) на одного работника от величины товарооборота магазина Х (тыс. руб.) за отчетный период обследовал семь магазинов и получил следующие данные. Полагая, что между признаками Х и У имеет место линейная корреляционная связь, определить выборочное уравнение линейной регрессии и выборочный коэффициент линейной корреляции. Построить диаграмму рассеяния и линию регрессии. Сделать вывод о направлении и тесноте связи между Х и

У. Используя полученное уравнение линейной регрессии, оценить x_0=90 тыс. руб.

В1.	x	120	110	130	60	95	100	75	70	140	130
	y	7.5	7.0	10.0	3.5	7.0	6.0	6.0	4.0	8.5	10.0
В2.	x	120	70	100	55	75	85	110	80	60	95
	y	4.6	2.6	4.3	2.4	3.1	3.8	4.2	2.9	2.7	3.4
В3.	x	70	80	40	55	100	75	50	110	95	85
	y	3.6	4.4	3.1	4.0	4.3	3.7	3.8	5.7	5.0	4.2
В4.	x	140	100	170	130	180	130	100	150	110	200
	y	8.0	9.0	11.0	8.0	11.0	7.5	5.0	10.0	7.5	11.0
В5.	x	100	105	85	70	80	120	125	90	65	110
	y	14.5	4.5	5.0	3.0	4.5	5.5	7.0	4.0	4.0	6.0
В6.	x	140	100	130	80	150	70	170	110	90	60
	y	9.0	6.5	11.0	5.5	14.0	7.0	12.0	10.0	9.0	5.5
В7.	x	110	140	100	140	85	150	95	170	80	120
	y	9.5	13.0	10.0	12.0	8.0	13.0	8.0	14.0	6.5	11.0
В8.	x	100	110	80	75	130	90	85	120	110	110
	y	4.7	5.8	4.4	3.6	7.0	4.1	4.2	6.4	5.2	6.6
В9.	x	110	100	65	90	120	80	130	110	85	70
	y	3.0	3.2	2.1	3.0	3.2	2.1	4.1	3.3	2.4	2.6
В10.	x	75	90	50	110	60	110	90	55	70	40
	y	8.5	3.8	3.5	4.6	3.1	4.4	4.3	3.2	3.8	2.8

Раздел 18. *Элементы теории массового обслуживания*

1. На промышленном предприятии для контроля качества продукции разрабатывается система, включающая в себя некоторое число испытательных стендов и помещение для хранения поступающих на контроль изделий. На контроль поступает в среднем λ изделий в час. Время контроля одного изделия на стенде равно $\bar{t}_{обсл}$. Отведенное помещение может вместить не более 10 изделий, ожидающих контроля. Определить минимальное число стендов, которое должна иметь система, чтобы было проконтролировано не менее *K*% продукции.

Параметры СМО	Единица измерений	**Номера вариантов**									
		В.1	**В.2**	**В.3**	**В.4**	**В.5**	**В.6**	**В.7**	**В.8**	**В.9**	**В.10**
λ	изделий/ч	9,	6	7	10	6	5	7	6	6	5

	ас	5									
$\bar{t}_{обсл}$	час	0,5	0,4	0,5	0,45	0,64	0,8	0,55	0,7	0,65	0,7
K%	%	92	95	93	94	92	94	93	93	94	95

2. Необходимо построить крытый склад, предназначенный для хранения грузов. Склад состоит из определенного числа площадок, каждая площадка обеспечивает одновременное хранение одной партии. Годовой (в году 365 дней) грузооборот крытого склада Q тонн. Средний вес груза в одной партии g тонн, средняя нагрузка на площадь склада d т/м^2, средний срок ее хранения $\bar{t}_{обсл}$ (в днях). Определить количество необходимых площадок, с вероятностью не менее 95%, обеспечивающих заданный грузооборот.

Параметры СМО	Единица измерений	Номера вариантов									
		В. 1	**В. 2**	**В. 3**	**В. 4**	**В. 5**	**В.6**	**В.7**	**В.8**	**В.9**	**В.10**
Q	т	90000	90150	90250	90500	91000	100200	100350	100700	105000	110000
g	т	500	600	550	650	600	610	620	630	640	650
$\bar{t}_{обсл}$	д.	8	9	9,5	8,4	9	10	9,5	9	9,6	10
d	т/м^2	0,5	0,6	0,5	0,65	0,5	0,55	0,66	0,65	0,6	0,53

3. Пассажирское агентство оборудовано системой продажи билетов. В часы пик интенсивность потока пассажиров, обращающихся в кассы, составляет λ пассажиров в минуту. Среднее время обслуживания одного человека $\bar{t}_{обсл}$. Входящий поток простейший. Сколько должно быть касс, чтобы средняя очередь к каждой не превышала $\bar{r}$ пассажиров?

Параметры СМО	Единица измерений	Номера вариантов									
		В. 1	**В. 2**	**В. 3**	**В. 4**	**В. 5**	**В. 6**	**В. 7**	**В. 8**	**В. 9**	**В.10**
λ	пасс/мин	5	3	3,2	6	6,5	5,5	4	7,6	8,5	8
$\bar{t}_{обсл}$	мин	1,6	2	2,4	1,7	1,2	1,6	1,7	1,2	1	2
$\bar{r}$	пасс	2	2	3	2	3	3	3	2	4	3

Критерии оценки:

Студент должен выполнить все вышеуказанные индивидуальные (домашние).

Индивидуальная (домашняя) работа считается зачтенной, если решены все задания. Если хотя бы одно задание не выполнено или выполнено, но неверно, то работа забирается на доработку.
Выполнение индивидуальных заданий (0 – 40 баллов). Максимальное число баллов выставляется студенту, если он выполнил правильно все индивидуальные задания своего варианта и сдал в указанные сроки.

II. **Комплект заданий для контрольных работ** по дисциплине **«МАТЕМАТИКА»**

I семестр

Контрольная работа №1

1. Найти матрицу A^{-1} обратную данной, используя таблицы Гаусса: $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & -2\\ 2 & 3 & 0\\ 0 & 4 & -3\end{pmatrix}$. Показать, что $A^{-1}\cdot A=E$ -единичная матрица.

2. Решить систему уравнений методом определителей: $\begin{cases}x+y+2z=4\\ 2x-y+3z=9\\ 2x+3y-z=-3\end{cases}$

3. Исследовать систему уравнений на совместность и решить ее методом Гаусса, если она совместна. Найти базисное решение. Сделать проверку.

$$\begin{cases}x_1-3x_2-x_3+x_4=3\\ 2x_1+4x_2-x_3=-2\\ 2x_1+x_2+x_3-x_4=5\end{cases}$$

4. Найти опорное решение системы уравнений

$$\begin{cases}2x_1-x_2+2x_3-x_4+x_5=4\\ x_1+10x_2-3x_3-2x_4-x_5=-6\\ 4x_1+19x_2-4x_3-5x_4-x_5=-8\end{cases}$$

5. Группа ребят отправилась в поход. Семеро из них взяли с собой палатки, восемь — пайки, пятеро — и палатки и пайки, 2 не взяли ни палатки, ни пайки. Сколько ребят пошли в поход?

Контрольная работа №2

1. Привести квадратичную форму $3x_1^2+7x_2^2 6x_1x_2-6\sqrt{3}x_1x_3$ к каноническому виду методом Лагранжа.
2. Даны вектора $a_1=(1;2;3)$, $a_2=(3;0;2)$, $a_3=(-2;-3;0)$, $b=(2;4;1)$. Доказать, что вектора a_1, a_2 и a_3 образуют базис в пространстве R^3 и разложить вектор b по этому базису.

3. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $A=\begin{pmatrix}3 & -2\\ 5 & -4\end{pmatrix}$.
4. Даны вершины ΔABC: A(-4;1), B(2;6) и C(-6;3). Найти уравнение прямой, проходящей через точку A параллельно медиане BE.
5. Найти точку симметричную точке A(-2;-3) относительно прямой $2x+5y-10=0$, а также уравнение прямой, проходящей через эти точки.
6. Прямая линия проходит через точки A(-1;2;3) и B(3;4;-1). Написать уравнение этой прямой и найти точку пересечения ее с плоскостью $5x-2y-3z+4=0$.

Контрольная работа №3

1. Дана функция $y=\sqrt{5x-x^2-6}$. Найти область определения и область значения функции.

2. Найти функцию обратную данной функции $y=\dfrac{3x^2+1}{4x^2-1}$. Указать область определения прямой и обратной функций.

3. Найти пределы функций:

а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^2-5x+2}{x^3-3x^2+2x}$; б) $\lim\limits_{x\to 8}\dfrac{\sqrt{x+1}-3}{8-x}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin^2 4x}{1-\cos 4x}$.

4. Исследовать функцию на непрерывность, найти точки разрыва и указать вид разрыва. Построить график функции.

$$y=\begin{cases}-x^2+2, & x\le -2\\ x-1, & -2<x\le 3\\ \sqrt{x+1}, & x>3\end{cases}$$

6. Вычислить: а) $z^3\cdot z_1^{\,2}$; б) $\sqrt[3]{z}$, где $z=-3\sqrt{3}+3i$, $z_1=2\sqrt{2}(\cos\dfrac{\pi}{12}+i\sin\dfrac{\pi}{12})$

II семестр
Контрольная работа №1

1. Найти производные функций:

а) $y=4(\sin 3x-\dfrac{1}{4}x^4+3\sqrt{x})^3$; б) $y=(x^2-1)^{\operatorname{tg}x}$.

2. Найти промежутки монотонности функции, точки экстремума: $y=\dfrac{x^2-16}{x^2+1}$.

3. Найти предел, используя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(\sin 3x)}{\ln(\sin x)}$.

4. Найти интегралы: а) $\int \frac{2x+1}{(x+3)(x-1)}dx$; б) $\int \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}dx$; в) $\int \frac{(x+1)dx}{x^2-3x+3}$;

г) $\int \cos 8x \sin 3x dx$

5. Вычислить определенные интегралы: а) $\int_3^{11} \frac{dx}{2+\sqrt[3]{x-3}}$; б) $\int_4^7 \ln(3x-11)dx$.

6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой $y = x^2 - 5x + 6$ и прямой $y = 3x - 1$.

Контрольная работа №2

1. Дана функция $z = x\ln\frac{y}{x}$. Найти dz.
2. Дана функция $u = x^2z - xyz - y^2 - x - 3$.
3. Найти производную в точке $P(4;-3;1)$ в направлении от этой точки к точке $M(1;3;-1)$.
4. Найти наибольшую скорость возрастания поля $u(P) = \ln(2x^2 + 3y^2 - xyz)$ в точке $P(3;2;1)$.
5. Найти экстремум функции $z = 3x^2 + 3xy + y^2 - 6x - 2y + 1$
6. Найти методом Лагранжа условный экстремум функции $z = 3x^2 + 3xy + y^2 - 6x - 2y + 1$ при условии $2x + y = 11$.

Контрольная работа № 3

1. Найти общее решение уравнения $y' = \frac{5y}{x} + 4\left(\frac{y}{x}\right)^2$.

2. Найти общее и частное решение дифференциального уравнения: $y'' - 2y' - 8y = 16x^2 + 2$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 5$.

3. Выяснить сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n \cdot n!}{n^n}$.

4. Дан степенной ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{5^n \sqrt[3]{n}}$, написать первые четыре члена этого ряда, найти интервал и радиус сходимости ряд.

5. Разложить функцию в ряд и вычислить ее значение в данной точке с точностью 0,001: $y = \frac{arctg(x^2)}{x}$, $x = \frac{1}{2}$.

III семестр

Контрольная работа №1

Задание №1

Первое орудие трехорудийной батареи пристреляно так, что его вероятность попадания равна 0,2 , остальным двум орудиям соответствуют вероятности попадания равные по 0,3. Найти вероятность того, что

а) цель поражена из наудачу выбранного орудия
б) если цель поражена, то выстрел был произведен из первого орудия.

Задание №2

Всхожесть семян данного растения составляет 90%. найти вероятность того, что из пяти посеянных семян взойдут: а) три; б) более трех.

Задание №3

Учебник издан тиражом 10000 экземпляров. Вероятность того, что экземпляр учебника сброшюрован неправильно, равна 0,0001. Найти вероятность того, что тираж содержит: а) ровно 5 бракованных книг, б) менее 4-х бракованных книг.

Задание №4

Два стрелка сделали по одному выстрелу по мишени. Известно, что вероятность попадания в мишень для одного из стрелков равна 0,6, а для другого 0,7. Найти вероятность того, что:
а) только один из стрелков попадет в мишень; б) хотя бы один из стрелков попадет в мишень; в) оба стрелка попадут в мишень; г) хотя бы один из стрелков не попадет в мишень.

Контрольная работа №2

1. В партии из 15 деталей 10 стандартных. Наудачу взяли три детали. Составить закон распределения случайной величины, равной числу стандартных деталей среди отобранных. Построить многоугольник распределения.

2.Случайная величина X задана законом распределения:

x_i	-2	-1	0	1	2
p_i	0.1	0.3	0.1	0.2	0.3

Найти: а) функцию распределения СВ X и построить её график; б) числовые характеристики; в) вероятность того, что СВ X примет значение из промежутка (-1;3).

3.Случайная величина X задана плотностью распределения:

$$f(x)=\begin{cases} a(e^x+x),\ x\in[1;2] \\ 0,\ x\notin[1;2] \end{cases}$$

Найти: а) постоянную a; б) функцию распределения СВ X; в) числовые характеристики; г) вероятность того, что СВ X примет значение из промежутка (1,5 ;3); д) построить графики функций *f(x)* и *F(x)*.

Контрольная работа №3

1.При изучении физико-механических свойств обувных кож было испытано n образцов и получены следующие значения предела прочности на разрыв *X н/мм* .

Требуется:

а) определить выборочную среднюю, выборочную дисперсию, исправленную дисперсию;
б) полагая, что распределение величины *x* описывается нормальным законом, найти доверительный интервал для среднего предела прочности *a* этой кожи на уровне надежности γ.

γ=0,999	14,5	16,2	17,1	15,5	18,0	17,9	16,7	15,2

2.Экономист, изучая зависимость выработки Y (тыс. руб.) на одного работника от величины товарооборота магазина X (тыс. руб.) за отчетный период, обследовал 10 магазинов и получил следующие данные (см. таблицу). Полагая, что между признаками X и Y имеет место линейная корреляционная связь, определите выборочное уравнение линейной регрессии и выборочный коэффициент линейной корреляции. Постройте диаграмму рассеяния и линию регрессии.
Используя полученное уравнение линейной регрессии, оцените ожидаемое среднее значение признака Y при X=100 тыс. руб.

X	100	105	85	70	80
Y	5,5	5,5	6,0	4,0	5,5

Критерии оценки:
Выполнение контрольных работ (0 – 30 баллов). Максимальное число баллов выставляется студенту, если он выполнил и оформил правильно все задания контрольной работы.

III. *Вопросы сессионного контроля* по дисциплине «МАТЕМАТИКА»

I семестр

1. Множества и их элементы. Способы задания множеств: перечислением элементов, наложением условий, графически.
2. Операции над множествами (объединение, пересечение, разность, дополнение, декартово произведение).
3. Мощность множества, его свойства.
4. Определители второго порядка, их свойства и вычисления.
5. Определители третьего порядка, их свойства и вычисления.
6. Миноры и алгебраические дополнения.
7. Теорема разложения определителя.
8. Системы линейных уравнений. Основные понятия.
9. Системы линейных уравнений. Правило Крамера (метод определителей). Условия существования решения СЛУ.
10. Матрицы, действия над ними.
11. Понятие ранга матрицы. Элементарные преобразования матриц. Вычисление ранга матрицы.

12. Транспонированная и обратная матрицы. Нахождение обратной матрицы через алгебраические дополнения и элементарные преобразования.
13. Матричная форма записи системы линейных уравнений. Условия решения СЛУ в матричной форме.
14. Метод Гаусса-решения систем линейных уравнений.
15. Общее решение СЛУ. Базисные и свободные переменные.
16. Теорема Кронекера-Капелли.
17. Система линейных однородных уравнений, ее решения.
18. Квадратичная форма. Матрица квадратичной формы.
19. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Метод ортогональных преобразований.
20. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Метод Лагранжа.
21. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы. Теоремы. Положительно полуопределенные квадратичные формы.
22. Метод координат на плоскости и в пространстве. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении.
23. Полярная система координат. Переход от полярной системы координат к декартовой системе.
24. Векторы и скаляры. Линейные операции над векторами. Радиус-вектор. Координаты вектора. Разложение вектора по ортам.
25. Скалярное произведение векторов, его свойства. Проекция вектора на вектор (ось), свойства и вычисление.
26. Векторное произведение векторов, его свойства и применение.
27. Смешанное произведение векторов, его свойства и применение.
28. Линейная комбинация векторов. Разложение вектора по системе векторов.
29. Линейно-зависимые и линейно-независимые системы векторов. Основные теоремы.
30. Ранг и базис системы векторов. Базис пространства $\boldsymbol{R^3}$.
31. Прямая линия, ее уравнение с угловым коэффициентом.
32. Уравнение прямой, проходящей через данную точку. Уравнение пучка прямых.
33. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Условие, когда три точки лежат на одной прямой.
34. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.
35. Общее уравнение прямой, его исследование.
36. Уравнение прямой в отрезках.
37. Параметрические уравнения прямой линии.
38. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.

39. Нормальное уравнение прямой линии.
40. Расстояние от данной точки до данной прямой линии.
41. Плоскость. Нормальное уравнение плоскости. Нормальный вектор плоскости.
42. Общее уравнение плоскости, его исследование.
43. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку.
44. Уравнение плоскости, проходящей через три данные точки.
45. Угол между плоскостями, условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.
46. Взаимное расположение плоскостей. Расстояние от точки до плоскости.
47. Прямая линия в пространстве, ее векторное и параметрические уравнения. Направляющий вектор прямой линии.
48. Канонические уравнения прямой линии.
49. Прямая как линия пересечение двух плоскостей.
50. Общее уравнение прямой линии.
51. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых.
52. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки.
53. Угол между прямой и плоскостью. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.
54. Пучок плоскостей, его уравнение.
55. Взаимное расположение прямой линии и плоскости.
56. Условие, при котором две прямые лежат в одной плоскости.
57. Уравнение второй степени. Окружность, ее уравнения.
58. Эллипс, его каноническое уравнение. Координаты фокусов. Эксцентриситет. Уравнения директрис.
59. Парабола, ее каноническое уравнение. Координаты фокуса. Эксцентриситет. Уравнение директрисы.
60. Гипербола, ее каноническое уравнение. Координаты фокусов. Эксцентриситет. Уравнения директрис. Уравнения асимптот.
61. Кривые второго порядка как конические сечения.

II семестр

62. Аксиоматическое задание множества действительных чисел.
63. Геометрическая интерпретация действительного числа. Модуль действительного числа и его свойства.
64. Комплексные числа в алгебраической форме и действия с комплексными числами в алгебраической форме.
65. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия с комплексными числами в тригонометрической форме.
66. Функция одной переменной. Основные свойства и.виды функций.

67. Элементарные функции и их графики. Классификация функций. Преобразования графиков функций.
68. Числовая последовательность и ее предел.
69. Предел функции в точке и на бесконечности. Понятие об односторонних пределах.
70. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и их свойства. Связь бесконечно больших и бесконечно малых.
71. Основные теоремы о пределах. Необходимое и достаточное условие существование предела функции в точке.
72. 1-ый и 2-ой замечательные пределы.
73. Непрерывность функции. Теоремы о непрерывных на отрезке функциях.
74. Точки разрыва функции и их классификация.
75. Задачи, приводящие к понятию производной.
76. Определение производной. Геометрический, физический и экономический смысл производной.
77. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции. Производная суммы, произведения, дроби.
78. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Таблица производных основных элементарных функций.
79. Производная неявной функции. Производная функции, заданной параметрически. Производная сложно-показательной функции
80. Понятие дифференциала функции. Его свойства. Инвариантность формы дифференциала.
81. Производные высших порядков. Физический смысл второй производной. Экономический смысл второй производной.
82. Основные теоремы дифференциального исчисления.
83. Теорема Лопиталя.
84. Возрастание и убывание функции $y=f(x)$.
85. Экстремум функции $y=f(x)$. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума функции $y=f(x)$.
86. Выпуклость и вогнутость функции, точки перегиба.
87. Асимптоты графика функции и их нахождение.
88. Применение производной в экономике.
89. Первообразная функция, неопределённый интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
90. Метод замены переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
91. Интегрирование рациональной и дробно-рациональной функций.
92. Интегрирование иррациональной функции.
93. Интегрирование тригонометрических функций.
94. Определённый интеграл и его свойства.

95. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница.
96. Приложения определённого интеграла.
97. Функции нескольких переменных. Область определения и ее геометрическая интерпретация. Линии и поверхности уровня.
98. Понятие предела функции двух переменных. Непрерывность функции нескольких переменных.
99. Частные производные функции двух переменных. Полный дифференциал.
100. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
101. Производная по направлению. Градиент функции.
102. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума.
103. Достаточное условие экстремума. Критерий Сильвестра.
104. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
105. Дифференциальные уравнения. Основные понятия и определения.
106. Дифференциальные уравнения с разделяющими переменными.
107. Дифференциальные однородные уравнения 1-го порядка.
108. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Уравнение Бернулли.
109. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
110. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
111. Числовые ряды. Основные понятия. Сходимость числового ряда. Необходимый признак сходимости.
112. Достаточные признаки сходимости ряда (признаки сравнения, признак Даламбера, интегральный признак, радикальный признак Коши).
113. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость ряда.
114. Понятие о функциональных рядах. Степенные ряды. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Теорема Абеля.
115. Разложение функции в степенной ряд. Ряд Тейлора, ряд Маклорена.

III семестр

1. Предмет и задачи теории вероятностей. Понятие эксперимента, события и их классификация. Пространство элементарных событий.
2. Операции над событиями.
3. Классическое определение вероятности.
4. Элементы комбинаторики. Перестановки, размещения и сочетания с повторениями и без повторений.
5. Статистическое и геометрическое определения вероятности. Примеры.
6. Теоремы произведения вероятностей.

7. Теоремы суммы вероятностей.
8. Вероятность наступления хотя бы одного события. Формула полной вероятности.
9. Формула Байеса.
10. Независимые повторные испытания. Формула Бернулли.
11. Локальная формула Муавра-Лапласа.
12. Формула Пуассона.
13. Интегральная формула Муавра-Лапласа.
14. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.
15. Наивероятнейшее число наступлений события в независимых испытаниях.
16. Случайные величины (СВ). Дискретные и непрерывные случайные величины. Ряд распределения дискретных случайных величин.
17. Функция распределения СВ (или интегральный закон распределения) и её свойства.
18. Плотность вероятности (или дифференциальный закон распределения) и её свойства.
19. Математическое ожидание СВ (дискретной и непрерывной) и его свойства.
20. Дисперсия СВ и её свойства. Среднеквадратическое отклонение.
21. Классические законы распределения: биномиальный закон и его числовые характеристики.
22. Закон распределения Пуассона и его числовые характеристики.
23. Равномерное распределение на отрезке и его числовые характеристики.
24. Нормальное распределение и его числовые характеристики.
25. χ^2 распределение.
26. Распределение Стьюдента.
27. Распределение Фишера-Снедекора.
28. Нормальная кривая и влияние параметров нормального распределения на форму нормальной кривой.
29. Вероятность попадания в заданный интервал нормальной СВ.
30. Вычисление вероятности заданного отклонения.
31. Правило «трёх σ».
32. Начальные и центральные теоретические моменты. Асимметрия и эксцесс.
33. Закон больших чисел: неравенство Маркова, неравенство и теорема Чебышева. Сущность и значение теоремы Чебышева для практики.
34. Понятие о теореме Ляпунова. Центральная предельная теорема.
35. Определение случайного процесса и его характеристики. Понятие марковского случайного процесса.

36. Задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Статистическое распределение выборки, вариационный ряд.
37. Эмпирическая функция распределения.
38. Графическое изображение статистических рядов. Полигон и гистограмма.
39. Статистические оценки параметров распределения. Несмещённые, эффективные, состоятельные оценки.
40. Генеральная средняя и выборочная средняя.
41. Генеральная и выборочная дисперсии. Оценки генеральной дисперсии по исправленной выборочной.
42. Мода, медиана и другие характеристики вариационного ряда.
43. Точечные и интервальные оценки параметров генеральной совокупности. Точность оценки, доверительная вероятность (надёжность).
44. Доверительный интервал для оценки математического ожидания нормального распределения (при известном и неизвестном среднем квадратическом отклонении).
45. Метод моментов для точечной оценки параметров распределения.
46. Метод наибольшего правдоподобия.
47. Условные варианты. Метод произведений для вычисления выборочных средней и дисперсии.
48. Метод произведений. Сведение первоначальных вариант к равноотстоящим.
49. Обычные, начальные и центральные эмпирические моменты.
50. Условные эмпирические моменты. Отыскание центральных моментов по условным.
51. Метод произведений для вычисления условных моментов различных порядков вариационного ряда с равноотстоящими вариантами.
52. Статистическая гипотеза. Нулевая и конкурирующая, простая и сложная гипотезы.
53. Ошибки первого и второго рода при проверке статистических гипотез.
54. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы. Область принятия гипотезы. Критические точки. Уровень значимости.
55. Мощность критерия.
56. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух генеральных совокупностей. Критерий Фишера–Снедекора.
57. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Критерий согласия Пирсона.
58. Дисперсионный анализ (однофакторный).
59. Корреляционный анализ. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости.

60. Основные положения корреляционного анализа. Корреляционные таблицы.
61. Условные средние Выборочное уравнение регрессии. Коэффициент регрессии.
62. Выборочный коэффициент корреляции, его свойства.
63. Регрессионный анализ.
64. Линейные регрессионные модели финансового рынка.
65. Элементы теории массового обслуживания. Системы массового обслуживания с очередью и без очереди.

<u>Критерии оценки:</u>

Т*еоретические вопросы* (0 – 15 баллов). Максимальное число баллов выставляется студенту, если он в полном объёме раскрыл содержание вопросов.

IV. Комплект задач для зачета и экзамена

по дисциплине **«МАТЕМАТИКА»**

I семестр

1. Записать множество A перечислением его элементов: $A=\{x \mid x^2-x-42\le 0,\ x\in[-2;10],\ x\in Z\}$

2.Дано $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15\}$ - универсальное множество, а также множества $A=\{1,2,4,6,8\}$, $B=\{3,4,6\}$, $C=\{5,7\}$. Найти: 1) $A\cup B$; 2) $A\cap B$; 3) $A\Delta B$; 4) $\overline{A}\cap C$; 5) $A\times C$.

3.Даны множества $A=[-2;7)$ и $B=(3;9)$. Найти и построить: 1) $A\bigcup B$; 2) $A\bigcap B$; 3) $A\setminus B$; 4) $A\times B$.

4.В спортивном классе каждый учащийся занимается хотя бы одним видом спорта (гандболом или волейболом), из них гандболом и волейболом занимаются 7 человек. Сколько учащихся в классе, если только гандболом занимается 9 человек, а только волейболом 11?

5.Вычислите определители: а) $\Delta=\begin{vmatrix}-3 & 2\\ 5 & 11\end{vmatrix}$; б) $\Delta=\begin{vmatrix}4 & -2 & -1\\ -1 & 3 & -1\\ 1 & -2 & 2\end{vmatrix}$

6.Вычислите определитель четвертого порядка $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 5 & 2 \\ 3 & 0 & -2 & 1 \\ 4 & 11 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & 7 \end{vmatrix}$: а) по четвертой строке; б) по второму столбцу, приведя сначала этот столбец к единичному виду с помощью элементарных преобразований

7.Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 7 & -3 & 1 \\ 4 & 2 & -2 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ -4 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}$

Вычислите *A+2B; 3A-BC*

8.Найдите значение многочлена $f(x) = 2x^3 + 4x^2 - 2x - 9$ от матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$.

9.Найдите ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 & 6 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & 5 & 6 \\ -2 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$.

10.Найдите матрицу обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ в таблицах Гаусса и с помощью алгебраических дополнений. Показать, что $A^{-1} \cdot A = E$ - единичная матрица.

11.Решите систему линейных уравнений: а) методом определителей (Крамера); б) методом Гаусса; в) с помощью обратной матрицы. В конце сделайте проверку.

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 = -3 \\ -x_1 + x_2 + 3x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 7 \end{cases}$$

12.Решите систему линейных уравнений методом Жордана-Гаусса. Найдите базисное решение и сделайте проверку.

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 3 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 + x_5 = 1 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 7 \end{cases}$$

13.Найдите исходное опорное решение системы линейных уравнений. Сделайте проверку.

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 10 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 + x_5 = 2 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = -2 \end{cases}$$

14.Найдите все опорные решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_4 = 10 \\ x_2 + x_3 - 3x_4 = 2 \\ 3x_2 + x_4 + x_5 = 4 \end{cases}$$

15.Даны вектора $a_1 = (6;4;1;-1)$, $a_2 = (1;-1;2;0)$, $a_3 = (11;9;0;-2)$, $a_4 = (2;6;-1;-5)$. Требуется: а) вычислить линейную комбинацию этих векторов; б) выяснить, являются ли вектора линейно зависимыми.

16.Найти базис системы векторов $a_1 = (2;1;0;4)$, $a_2 = (1;-1;2;4)$, $a_3 = (3;4;-1;2)$, $a_4 = (2;5;-3;-2)$.

17.Даны вектора $a_1 = (1;3;2)$, $a_2 = (-5;0;3)$, $a_3 = (2;-4;-2)$, $b = (2;5;3)$. Доказать, что вектора a_1, a_2 и a_3 образуют базис в пространстве R^3 и разложить вектор b по этому базису.

18.Найти координаты вектора $x = e_1 + 10e_2 + 10e_3$ в базисе (e_1', e_2', e_3'), если известно разложение базисных векторов e_1', e_2', e_3' в базисе (e_1, e_2, e_3):

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + 11e_3 \\ e_2' = \dfrac{11}{10} e_1 - e_2 \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3 \end{cases}.$$

19.Найти собственные значения и собственные векторы матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

20.Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа: $x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3 + 4x_3^2$.

21.Привести квадратичную форму к каноническому виду ортогональным преобразованием: $4x_2^2-3x_3^2-4x_1x_2-4x_1x_3+8x_2x_3$.

22.Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Якоби и выяснить является ли она положительно определенной:
$4x_2^2-3x_3^2-4x_1x_2-4x_1x_3+8x_2x_3$.

23.Даны вершины треугольника ABC: A(-1;-1), B(7;5), C(11;-6). Требуется найти: 1) длины сторон AB и AC, их уравнения и угловые коэффициенты; 2) величину угла A в градусах с точностью до двух знаков; 3) точку F пересечения медиан треугольника ABC; 4) уравнение высоты CN и точку N ее пересечения со стороной AB; 5) уравнение прямой L, проходящей через вершину B параллельно стороне AC и ее точку пересечения с высотой CN; 8) вычислить площадь четырехугольника ABCD; 9) сделать чертеж.

24.Даны точки плоскости A(-1;-3), B(0;4), C(7;3).Требуется:

1) составить уравнение окружности, проходящей через эти точки, определить координаты центра N и величину R радиуса окружности;

2) написать уравнение эллипса, проходящего через точки B и C, найти полуоси, фокусы, эксцентриситет;

4) построить точки и кривые в системе координат.

24.Составить уравнение линии, для каждой точки которой отношение расстояний до точки *F(3;1)* и прямой *x=5* равно $\varepsilon=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. Выполнить чертеж.

25.Даны координаты вершин пирамиды ABCD: A(2;-3;1), B(6;1;-1), C(4;8;-9), D(2;-1;2). Требуется: 1) записать векторы $\overline{AB},\overline{AC},\overline{AD}$ в системе орт и найти модули этих векторов; 2) найти угол между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$ в градусах с точностью до двух знаков после запятой; 3) найти проекцию вектора $\overline{AD}$ на вектор $\overline{AB}$; 4) вычислить площадь грани ABC; 5) найти объем пирамиды ABCD.

26.Даны координаты точек A(3;-1;5), B(7;1;1), C(4;-2;1). Требуется:

1) составить канонические уравнения прямой AB;

2) составить уравнение плоскости Q, проходящей через точку C перпендикулярно прямой AB;

3) найти точку пересечения прямой AB с плоскостью Q;

4) вычислить расстояние от точки C до прямой AB.

II семестр

1.Найти область определения и область значения функции одной переменной: $y=\sqrt{x^3-6x^2+9x}$.

2.Найти функцию обратную данной $y=\frac{1+x^2}{4-x^2}$. Указать область определения прямой и обратной функций.

3.Используя определение предела последовательности, доказать равенство $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{8n+3}{3n-5}=\frac{8}{3}$ сначала для любого ε>0, а затем для ε=0.01.

4.Найти пределы функций: а) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-1}{2x^2-x-1}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3x^2-4x+3}{x+5}$;

в) $\lim\limits_{x\to 5}\frac{\sqrt{2x-1}-3}{x-5}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\mathrm{tg}3x}{7x}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x+3}{2x-1}\right)^{\frac{x}{3}}$.

5.Найти интервалы непрерывности функции $y=\frac{1+x^2}{4-x^2}$ и точки разрыва, используя односторонние пределы.

6.Найти интервалы непрерывности функции $y=f(x)$ и точки разрыва, используя односторонние пределы. Построить график этой функции

$$f(x)=\begin{cases} x+4, & при \quad x<-1 \\ x^2+2, & при \quad -1<x\le 1 \\ 2x, & при \quad x\ge 1 \end{cases}$$

7.Даны комплексные числа $z_1=-2\sqrt{3}-2i$ и $z_2=1-i$ в алгебраической форме. Найти: 1) z_1+z_2; 2) z_1-z_2; 3) $z_1\cdot z_2$; 4) $\frac{z_1}{z_2}$; 5) $z_1^2\cdot\bar{z}_2$.

8.Даны комплексные числа $z_1=-2\sqrt{3}-2i$ и $z_2=1-i$ в алгебраической форме. Требуется: 1) представить z_1 и z_2 в тригонометрической форме; 2) найти: а) $z_1^3\cdot z_2^4$; б) $\frac{z_1^5}{z_2^3}$; в) $\sqrt[4]{z_2}$ и построить.

9.Найдите производные $\frac{dy}{dx}$ заданных функций.

1) $y=\frac{7x-3}{\sqrt{x^2-5x+4}}$; 2) $y=\left(4^{\sin 3x}+\cos^3 3x\right)^5$; 3) $y=arctg\frac{5x+1}{\sqrt{x-1}}$;

4) $y=\ln\sqrt[4]{\dfrac{2-3x}{x^2-6x-7}}$; 5) $y=(arctg2x)^{\sqrt{1+4x^2}}$; 6) $e^{xy}-3xy^2+y^3=0$; 7)

$$\begin{cases} x=e^t+t^2 \\ y=e^t+6t \end{cases}$$

10.Дана функция $y=\sqrt{5x^2-4}$ и значения аргумента x_1 и x_2. Требуется найти приближенное значение функции при x_2=1,92, исходя из ее точного значения при x_1=1, заменяя полное приращение функции ее дифференциалом.

11.Найти предел функции $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x^2}{x^2-\sin x^2}$, используя правило Лопиталя.

12.Записать уравнение касательной к кривой $y=x^2-7x+3$ в точке с абсциссой $x=1$.

13.Исследовать функцию $y=\dfrac{x^2}{x-1}$ методами дифференциального исчисления и построить ее график.

14.Найти неопределенные интегралы, результаты проверить дифференцированием.

а) $\int\dfrac{(4x+2)dx}{x^3-x^2-6x}$; б) $\int\dfrac{(2x+3)dx}{x^2-2x+3}$; в) $\int x^2\sin 2x dx$; г) $\int\dfrac{\sqrt{x}-3}{x-9}dx$;

д) $\int\dfrac{dx}{2-\sin x+2\cos x}$; е) $\int\dfrac{(3x-5)dx}{\sqrt{3+2x-x^2}}$.

15.Вычислить определенные интегралы:

а) $\int\limits_{-0,6}^{0,4}\sqrt[3]{3x+2,8}dx$; б) $\int\limits_{1}^{4}\ln\cdot(3x-2)dx$.

16.Найти площадь фигуры, ограниченной параболами $y=-x^2-4x+5$ и $y=x^2+2x-3$. Провести необходимые вычисления, сделать чертёж.

17.Дана функция $z=x\ln\dfrac{y}{x}$. Требуется найти: 1) полный дифференциал функции; 2) частные производные второго порядка $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$; 3) смешанные частные производные $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ и $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$; 4) дифференциал второго порядка.

18.Дано уравнение поверхности $y^2 z - 2x^2 + 4xyz - 8y + 7 = 0$. Составить уравнение касательной плоскости и уравнение нормали данной поверхности в точке $M_0(x_0; y_0; z_0)$, если абсцисса $x_0 = 2$ и ордината $y_0 = 1$ этой точки заданы.

19.Данную функцию $z = 3x + 6y - x^2 - xy + y^2$ исследовать на экстремум.

20.Дана функция $z = 3x + 6y - x^2 - xy - 2y^2$. Требуется найти условный экстремум при условии $3x + 4y = 12$ двумя методами.

21.Дана функция $u = x^2 z - xyz - y^2 - x - 3$. Найти производную в точке $P(4;-3;1)$ в направлении от этой точки к точке $M(1;3;-1)$.

22.Найти наибольшую скорость возрастания скалярного поля $u(P) = \ln(2x^2 + 3y^2 - xyz)$ в точке $P(3;2;1)$.

23.Найти общее или частное решение дифференциального уравнения первого порядка, если указаны начальные условия.

а) $(4 + x^2)y' = y^2$, $y(2) = \frac{8}{\pi}$; б) $y' = \frac{x + y}{2x + 2y}$; в) $y' + 2xy = 2xe^{-x^2}$.

24.Найти частное решение дифференциального уравнения второго порядка, удовлетворяющее указанным начальным условиям.
$yy'' = (y')^2$; $y(0) = 1$, $y'(0) = 3$.

25.Найти частное решение дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, удовлетворяющее указанным начальным условиям: $y'' - 2y' - 8y = 16x^2 + 2$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 5$.

26.Решить систему дифференциальных уравнений: $\begin{cases} x' = 5x + 3y \\ y' = -12x - 8y \end{cases}$ записать его общее решение и частное решение при указанных начальных условиях $x(0) = 1$ и $y(0) = \frac{1}{3}$.

27.Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{(n+1)(n+2)}$, пользуясь признаком сходимости Даламбера.

28.Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\cdot\sqrt{1+n^2}}$, пользуясь интегральным признаком сходимости Коши.

29.Использовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n+5}{3n-1}\right)^{2n-1}$, пользуясь признаком сходимости Коши.

30.Дан степенной ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7^n x^n}{5^n \sqrt[4]{n}}$, написать первые четыре члена этого ряда, найти интервал сходимости ряда и выяснить вопрос о сходимости ряда на концах интервала.

III семестр

1. Известно, что в школе с 900 учащимися имеется 60 учеников, которые по всем предметам имеют отличные оценки, 180 учеников только по одному предмету имеют хорошую или удовлетворительную оценку, а по остальным отличные, 150 учащихся не имеют ни одной отличной оценки, а 20 учащихся имеют отличные оценки по всем предметам кроме одного, по которому у них оценка неудовлетворительная. Чему равны вероятности встретить учащегося этой школы: А - увидеть отличника, В - учащегося, у которого хотя бы по одному предмету имеется отличная оценка, С - учащегося, у которого только по одному предмету нет отличной оценки?
2. Задумано двузначное число, цифры которого различны. Найти вероятность того, что окажется равным задуманному числу:
а) случайно названное двузначное число, б) случайно названное число, цифры которого различны.
3. Студент пришел на экзамен, зная 20 из 25 вопросов программы и получил 2 вопроса, наудачу выбранных из 25. Найти вероятность того, что студент: а) знает оба вопроса; б) знает один вопрос из двух предложенных; в) не знает оба эти вопроса.
4. В классе 40 учеников, из которых 10 отличников. Класс наудачу разделен на 2 равные части. Какова вероятность того, что в каждой части по 5 отличников?
5. В ящике имеются 10 белых и 5 черных шаров. Наудачу вынимаются 3 из них. Какой состав шаров по цвету извлечь наиболее вероятно?
6. На 5 одинаковых карточках написаны буквы Л, И, Л, И, Я. Найти вероятность того, что выкладывая эти карточки случайным образом получим слово «лилия».
7. Для некоторой местности среднее число пасмурных дней в июле равно 6. Найти вероятность того, что 1 и 2 июля будет ясная погода.

8. В цехе работает 7 мужчин и 3 женщины. По табельным номерам наудачу отобраны 3 человека. Найти вероятность того, что все отобранные лица окажутся мужчинами.
9. На приемник поступают кодовые комбинации, состоящие из двух знаков: 0 и 1. Появление 0 и 1 считается равновероятным. Какова вероятность того, что в первой кодовой комбинации хотя бы один 0?
10. В мастерской работают 3 станка. За смену 1-ый станок может потребовать наладки с вероятностью 0,15. Для 2-ого станка эта вероятность =0,1, и для 3-го - 0,12. Считая, что станки не ломаются одновременно, найти вероятность того, что за смену хотя бы один станок потребует наладки.
12. В урне 5 белых и 4 черных шара. Наудачу извлекают один шар, затем другой. Найти вероятность того, что во втором случае вынут белый шар (шары в урну не возвращаются).
13. В группе из 24 студентов 5 отличников. Вероятность того, что отличник получит хорошую оценку на экзамене, равна 0,9. Для остальных студентов эта вероятность равна 0,65. Вызванный наугад студент получил хорошую оценку. Какова вероятность того, что он отличник?
14. На трех дочерей Алису (А), Марину (М) и Елену (Е) в семье возложена обязанность мыть посуду. Поскольку А старшая, ей приходится выполнять 40% всей работы. Остальные 60% работы М и Е делят поровну. Когда А моет посуду, вероятность для нее разбить по крайней мере одну тарелку равна 0,02. Для М и Е эта вероятность равна 0,03 и 0,04. Родители не знают, кто мыл посуду вечером, но они слышали звон разбитой тарелки. Какова вероятность того, что посуду мыла А?
15. Батарея из трех орудий произвела залп, причем два снаряда попали в цель. Найти вероятность того, что 1-ое орудие дало попадание, если вероятность попадания в цель 1-ым, 2-ым и 3-им орудиями соответственно равны 0,4; 0,3; 0,5.
16. Вероятности правильного определения химического состава продукта для каждого из 3 контролеров равны 4/5, 3/4, 2/3. При одновременном контроле 3 проб тремя контролерами химический состав оказался правильно определенным для 2 проб (что подтвердилось на окончательной проверке в лаборатории). Найти вероятность того, что ошибся третий контролер.
17. Бросается монета, и если она падает так, что сверху оказывается герб, вынимаем один шар из урны 1, в противном случае- из урны 2. Урна 1 содержит 3 красных и 1 белый шар. Урна 2 содержит 1 красный и 3 белых шара. а) Какова вероятность того, что вынутый шар красный? б) Какова вероятность того, что шар вынимался из 1-ой урны, если он оказался красным?

18. Проводятся последовательные независимые испытания пяти приборов на надежность. Каждый следующий прибор испытывается только в том случае, если предыдущий оказался надежным. Построить ряд распределения случайного числа испытанных приборов, если вероятность выдержать испытания для каждого из них равна 0,9.
19. вероятность того, что стрелок попадет в мишень при одном выстреле 0,8. Стрелку последовательно выдаются патроны до тех пор, пока он не промахнется. Требуется: а) составить закон распределения дискретной случайной величины X - числа патронов, выданных стрелку; б) Найти наивероятнейшее число K_0 выданных стрелку патронов.

X	*1*	*2*	*3*	...	*к*	...
P	*0,2*	*0,16*	*0,128*	...	$0{,}8^{k-1}\cdot 0{,}2$	

20. Истребитель выпускает по наземной цели 4 ракеты. Вероятность попадания ракеты в цель 0,8. Определить числовые характеристики числа попаданий.
21. В кармане имеется 4 монеты по 5 копеек, 2 монеты по 50 копеек. Пассажир извлекает из кармана по одной монете до появления 5 копеек без возвращения. Построить ряд распределения случайной величины X-число попыток. Найти математическое ожидание и дисперсию. Найти функции F(x) и f(x).
22. Случайная величина X подчинена закону распределения с плотностью

$$f(x)=\begin{cases}0, x<0\\ A(3x-x^2), 0\le x\le 3\\ 0, x>3\end{cases}$$

Найти A , построить график f(x), функцию распределения F(x), P(1<X<2), моду, медиану.
23. Вероятность хотя бы одного появления события A при 4 независимых опытах равна 0,59. Какова вероятность появления события A при одном опыте?
24. В семье 10 детей. Считая, что вероятность рождения мальчика равна 0,5, найти вероятность того, что в семье 0,1,2, ... ,10 мальчиков.
25. Партия изделий содержит 1% брака. каков должен быть объём случайной выборки, чтобы вероятность встретить в ней хотя бы одно бракованное изделие была больше 0,95?
26. При установившемся технологическом процессе в среднем 0,5% шариков для шарикоподшипников оказываются бракованными. Найти вероятность того, что в партии из 1000 шариков бракованными окажутся 40 штук, 60 штук.

27. По линии связи передаётся 1000 телеграфных сигналов в минуту (“точек” и “тире”). Из-за помех 0,1% сигналов искажается. Какова вероятность того, что в течение 1 минуты будет не более 4 искажений.
28. Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $m_X = 0, \quad \sigma_X = 1$. Что больше $P(-0{,}5 \le X \le -0{,}1)$ или $P(1 \le X \le 2)$?
29. На полезный сигнал накладывается случайная нормально распределенная помеха с плотностью распределения $f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}}$, где u – напряжение в В. Найти вероятность того, что помеха не превысит по абсолютной величине 3В.
30. Производится взвешивание некоторого вещества без систематических ошибок. Случайные ошибки взвешивания подчинены нормальному закону со среднеквадратическим отклонением $\sigma = 20$. Найти вероятность того, что взвешивание будет произведено с ошибкой, не превосходящей по абсолютной величине 10 г.
31. На станке изготавливается некоторая деталь. Ее длина представляет собой случайную величину, распределенную по нормальному закону со средним значением 20 см и дисперсией 0,04 см^2. Найти вероятность того, что длина детали будет заключена между 19,7 см и 20,3 см. Какую точность длины изделия можно гарантировать с вероятностью 0,95.
32. Стрельба ведется из точки O вдоль прямой OX. Средняя дальность полета снаряда равна 1200 м. Предполагая, что дальность полета H распределена по нормальному закону со средним квадратическим отклонением 40 м, найти, какой процент выпускаемых снарядов даст перелет от 60 до 80 м.

Критерии оценки:
Практическая задача (0 – 15 баллов). Максимальное число баллов выставляется студенту, если он правильно решил, оформил и объяснил решение задачи.

Критерии общей оценки:
- Оценка «отлично» выставляется студенту, если он набрал 86-100 баллов
- Оценка «хорошо»- 70-85 баллов,
- Оценка «удовлетворительно»- 55-69 баллов,
- Оценка «неудовлетворительно»- 0-54 баллов.
- Зачёт выставляется студенту, если он набрал 70 баллов.