

Государственное образовательное учреждение
«Приднестровский государственный университет им. Т. Г. Шевченко»

Физико-технический институт

Физико-математический факультет

Кафедра высшей и прикладной математики и информатики

УТВЕРЖДАЮ
Директор физико-технического
института
 / Калошин Д.Н.
«___» _____ 2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по дисциплине

Б1.В.05 «Интегральные уравнения и вариационное исчисление»
на 2024/ 2025 учебный год

Направление

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль

Системное программирование и компьютерные технологии

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

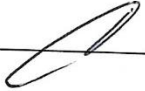
Очная

ГОД НАБОРА 2022

Тирасполь 2024 г.

Рабочая программа дисциплины *«Интегральные уравнения и вариационное исчисление»* разработана в соответствии с требованиями Государственного образовательного стандарта ВО по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» и основной профессиональной образовательной программы (учебного плана) по профилю подготовки «Системное программирование и компьютерные технологии».

Составитель рабочей программы

Доцент, к. ф. м. наук  / Алещенко С.А.

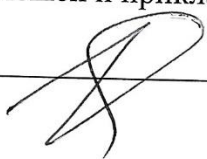
Рабочая программа утверждена на заседании кафедры ВПМИ

«30» августа 2024 г. протокол № 1

Зав. кафедрой, отвечающей за реализацию дисциплины

«30» 08 2024 г.  / Коровай А.В.

Зав. выпускающей кафедрой высшей и прикладной математики и информатики

«30» 08 2024 г.  / Коровай А.В.

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» является: формирование математической культуры и научного мировоззрения студентов, фундаментальная подготовка студентов в области интегральных уравнений и вариационного исчисления, овладение современным аппаратом теории интегральных уравнений и вариационного исчисления для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

Задачами освоения дисциплины «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» являются:

- умение решать типовые задачи курса интегральных уравнений и вариационного исчисления, приобретение навыков работы со специальной математической литературой;
- умение доказывать основные теоретические положения и выводить формулы для решения стандартных задач курса интегральных уравнений и вариационного исчисления;
- умение использовать теоретический аппарат курса интегральных уравнений и вариационного исчисления для решения вычислительных и прикладных задач.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.05 «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, цикла Б1 ОПОП по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», профиль подготовки «Системное программирование и компьютерные технологии».

3. Требования к результатам освоения дисциплины:

Изучение дисциплины направлено на формирование компетенций, приведенных в таблице ниже

Категория (группа) компетенций	Код и наименование	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции
Обязательные профессиональные компетенции и индикаторы их достижения		
	ПК-1 Способен демонстрировать общенаучные базовые знания естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой.	ИД-1 _{ПК-1} Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий. ИД-2 _{ПК-1} Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий. ИД-3 _{ПК-1} Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.
	ПК-2 Способен понимать и применять в	ИД-1 _{ПК-2} Знает современный математический аппарат.

	исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат.	ИД-2 _{ПК-2} Умеет применять методы, алгоритмы и приёмы современного математического аппарата. ИД-3 _{ПК-2} Владеет практическими навыками применения современного математического аппарата в исследовательской и прикладной деятельности.
--	---	---

4. Структура и содержание дисциплины

4.1. Распределение трудоемкости в з.е./часах по видам аудиторной и самостоятельной работы студентов по семестрам:

Семестр	Количество часов						Форма контроля
	Трудоемкость, з.е./часы	В том числе					
		Аудиторных				Самост. работы	
		Всего	Лекций	Лаб. раб.	Практич. занятие		
5	4/144	72	36	–	36	36	Экзамен/36
Итого	4/144	72	36	–	36	36	36

4.2. Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеауд. работа (СР)
			Л	ЛР	ПР	
1	Интегральные уравнения.	62	22	—	22	18
2	Вариационное исчисление.	46	14	—	14	18
ИТОГО:		108	36	—	36	36

4.3. Тематический план по видам учебной деятельности

Лекции

№ п/п	Номер раздела дисциплины	Объем часов	Тема лекции	Учебно-наглядные пособия
Интегральные уравнения.				
1	1	2	Понятие интегрального уравнения. Классификация интегральных уравнений. Задачи, приводящие к понятию интегрального уравнения.	[1] – [6]
2	1	2	Метрические пространства. Сходящиеся и фундаментальные последовательности в метрических пространствах. Полные метрические пространства. Принцип сжимающих отображений.	[1] – [6]

3	1	2	Принцип сжимающих отображений. Метод последовательных приближений. Решение интегральных уравнений Фредгольма II рода методом последовательных приближений.	[1] – [6]
4	1	2	Обобщенный принцип сжимающих отображений. Решение интегральных уравнений Вольтерра II рода методом последовательных приближений. Линейные нормированные пространства.	[1] – [6]
5	1	2	Линейные непрерывные операторы. Операторы Фредгольма и Вольтерра. Решение интегральных уравнений Фредгольма II рода с помощью резольвенты.	[1] – [6]
6	1	2	Решение интегральных уравнений Вольтерра II рода с помощью резольвенты. Интегральные уравнения Фредгольма II рода с вырожденными ядрами.	[1] – [6]
7	1	2	Преобразование Лапласа и его свойства. Свёртка функций одной переменной и её свойства.	[1] – [6]
8	1	2	Решение интегральных уравнений Вольтерра II рода с помощью преобразования Лапласа. Построение резольвенты для интегрального уравнения Вольтерра II рода с помощью преобразования Лапласа.	[1] – [6]
9	1	2	Гильбертовы пространства. Ряды Фурье в гильбертовом пространстве. Компактные операторы в гильбертовом пространстве. Свойства оператора Фредгольма в $L_{2[a,b]}$.	[1] – [6]
10	1	2	Собственные значения и собственные элементы компактного самосопряжённого оператора. Структура множества собственных значений и собственных элементов компактного самосопряженного оператора.	[1] – [6]
11	1	2	Ядро компактного самосопряженного оператора. Спектральное разложение гильбертова пространства. Интегральные уравнения Фредгольма II рода с симметричными и эрмитовыми ядрами.	[1] – [6]
Итого по разделу часов		22		
Вариационное исчисление.				
12	2	2	Дифференцируемые функционалы. Экстремум нелинейного действительного функционала. Возникновение вариационного исчисления. Первые вариационные задачи. Основная лемма вариационного исчисления.	[1] – [6]
13	2	2	Простейшая задача вариационного исчисления и её обобщения.	[1] – [6]
14	2	2	Задача Больца. Функционалы, зависящие от старших производных.	[1] – [6]

15	2	2	Необходимое условие экстремума функционала, зависящего от вектор-функций. Необходимое условие экстремума функционала в задаче с подвижными границами.	[1] – [6]
16	2	2	Необходимое условие экстремума функционала, зависящего от функции нескольких переменных.	[1] – [6]
17	2	2	Достаточные условия экстремума в простейшей задаче вариационного исчисления.	[1] – [6]
18	2	2	Вариационные задачи на условный экстремум. Изопериметрическая задача.	[1] – [6]
Итого по разделу часов		14		
ИТОГО:		36		

Практические (семинарские) занятия

№ п/п	Номер раздела дисциплины	Объем часов	Тема практических (семинарских) занятий	Учебно-наглядные пособия
Интегральные уравнения.				
1	1	2	Решение интегральных уравнений Фредгольма II рода методом последовательных приближений.	[1] – [6]
2	1	2	Решение интегральных уравнений Вольтерра II рода методом последовательных приближений.	[1] – [6]
3	1	2	Решение интегральных уравнений Фредгольма II рода с помощью резольвенты.	[1] – [6]
4	1	2	Решение интегральных уравнений Вольтерра II рода с помощью резольвенты.	[1] – [6]
5	1	2	Решение интегральных уравнений Вольтерра II рода с помощью преобразования Лапласа.	[1] – [6]
6	1	2	Решение интегральных уравнений Вольтерра I рода с помощью преобразования Лапласа. Построение резольвенты для интегральных уравнений Вольтерра II рода с помощью преобразования Лапласа.	[1] – [6]
7	1	2	Решение интегральных уравнений Фредгольма II рода с вырожденными ядрами.	[1] – [6]
8	1	2	Однородные интегральные уравнения Фредгольма II рода с симметричными ядрами. Характеристические числа и собственные функции.	[1] – [6]
9	1	2	Решение неоднородных интегральных уравнений Фредгольма II рода с симметричными ядрами.	[1] – [6]

10	1	2	Применение рядов Фурье к решению интегральных уравнений Фредгольма II рода.	[1] – [6]
11	1	2	Контрольная работа №1.	Карточки
Итого по разделу часов		22		
Вариационное исчисление.				
12	2	2	Простейшая задача вариационного исчисления..	[1] – [6]
13	2	2	Непосредственное исследование характера экстремума в простейшей задаче вариационного исчисления.	[1] – [6]
14	2	2	Обобщения простейшей вариационной задачи. Задача Больца.	[1] – [6]
15	2	2	Вариационные задачи с вектор-функциями и старшими производными.	[1] – [6]
16	2	2	Достаточные условия экстремума в простейшей задаче вариационного исчисления.	[1] – [6]
17	2	2	Вариационные задачи на условный экстремум. Изопериметрическая задача.	[1] – [6]
18	2	2	Контрольная работа №2.	Карточки
Итого по разделу часов		14		
ИТОГО:		36		

Лабораторные занятия – не предусмотрены

Самостоятельная работа обучающегося

Раздел дисциплины	№ п/п	Тема и вид самостоятельной работы обучающегося	Трудоемкость (в часах)
Раздел 1	1	Изучение теоретического материала по разделу.	18
	2	Домашние задания и индивидуальная работа: решение интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерра II рода методом последовательных приближений; решение интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерра II рода с помощью резольвенты; решение интегральных уравнений Фредгольма II рода с вырожденными ядрами; решение интегральных уравнений Вольтерра II рода с помощью преобразования Лапласа; решение интегральных уравнений Фредгольма II рода с симметричными ядрами; решение интегральных уравнений Фредгольма II рода с помощью рядов Фурье.	
Итого по разделу часов			18
Раздел 2	1	Изучение теоретического материала по разделу.	18
	2	Домашние задания и индивидуальная работа: исследование на экстремум нелинейных действительных функционалов в простейшей задаче вариационного исчисления, задаче Больца, задаче со свободными концами, задаче с подвижными концами, задаче со старшими производными, задаче	

		с вектор-функциями, задаче с частными производными; изучение характера доставляемого экстремума с помощью условий Якоби, Вейерштрасса, Лежандра; исследование на условный экстремум функционалов в изопериметрической задаче.	
Итого по разделу часов			18
ИТОГО:			36

5. Примерная тематика курсовых проектов (работ)

Курсовые проекты и курсовые работы учебным планом не предусмотрены.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1. Обеспеченность обучающихся учебниками, учебными пособиями

№ п/п	Наименование учебника, учебного пособия	Автор	Год издания	Количество экземпляров	Электронная версия	Место размещения электронной версии
Основная литература						
1	Интегральные уравнения.	Васильева А.Б., Тихонов Н.А.	2002	5	+	https://obuchalka.org/20230325152690/integralnie-uravneniya-vasileva-a-b-tihonov-n-a-2002.html
2	Интегральные уравнения.	Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И.	1968	5	+	https://obuchalka.org/20190609110022/integralnie-uravneniya-krasnov-m-l-kiselev-a-i-makarenko-g-i-1968.html
3	Вариационное исчисление.	Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И.	1973	5	+	http://mathscinet.ru/files/KrasnovMLMakarenkoGIKiselevAI.pdf
4	Элементы теории функций и функционального анализа.	Колмогоров А.Н., Фомин С.В.	1976	5	+	https://ikfia.ysn.ru/wp-content/uploads/2018/01/KolmogorovFomin1976ru.pdf
5	Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление.	Эльсгольц Л.Э.	1969	5	+	https://ikfia.ysn.ru/wp-content/uploads/2018/01/Elsgolc1969ru.pdf

6	Интегральные уравнения	Забрейко П.П. и др.	1968	5	+	https://obuchalka.org/2012110467764/integralnie-uravneniya-zabreiko-p-p-koshelev-a-i-kranoselskii-m-a-1968.html
Дополнительная литература						
1	Оптимальное управление.	Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В.	1979	5	+	https://studizba.com/files/optimalnoe-upravlenie/book/204833-alekseev-v.m.-tihomirov-v.m.-fomin-s.v.-.html
2	Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи.	Алексеев В.М., Галеев Э.М., Тихомиров В.М.	2011	5	+	https://www.klex.ru/udm
3	Уравнения математической физики.	Владимиров В.С.	1981	5	+	https://csc-knu.github.io/umph/books/vladimirov-lectures-1981.pdf
4	Сборник задач по уравнениям математической физики	Владимиров В.С.	2003	5	+	https://studizba.com/files/uravneniya-matematicheskoy-fiziki-umf/book/276017-vladimirov-s.v.-sbornik-zadach-po.html
5	Операционное исчисление.	Мартыненко В.С.	1990	5	+	https://vtome.ru/knigi/nauka_ucheba/351194-operacionnoe-ischislenie-1990.html
Итого по дисциплине: 100 % печатных изданий; 100 % электронных						

6.2. Программное обеспечение и Интернет-ресурсы

При изучении дисциплины полезно посетить следующие Интернет-ресурсы, электронные информационные источники:

<http://www.gpntb.ru> – Государственная публичная научно-техническая библиотека России

<http://elibrary.ru> – Научная электронная библиотека,

<http://www.lib.msu.ru> – научная библиотека Московского государственного университета

<http://www.lib.berkeley.edu/> - список библиотек мира в Сети
<http://ipl.sils.umich.edu> - публичная библиотека Интернет
<http://www.riis.ru> – Международная образовательная ассоциация. Задачи – содействие развитию образования в различных областях

6.3. Методические указания и материалы по видам занятий

В освоении дисциплины студентам помогут:

- библиотечный фонд библиотеки ПГУ;
- рабочая программа по дисциплине;
- учебные тексты, предлагаемые студентам в ходе занятия;
- научные статьи;
- Федеральный государственный образовательный стандарт;
- учебный план;
- учебно-методический комплекс дисциплины.

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Таблица производных, таблица интегралов, таблица основных тригонометрических формул, графики основных элементарных функций, таблица разложений элементарных функций в ряд Тейлора, таблица оригиналов и изображений, аудиторный фонд физико-математического факультета.

8. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины:

Студентам предлагается использовать указанную литературу для более полного усвоения учебного материала, а также для изучения материала, запланированного для самостоятельной работы. Студентам необходимо выполнять домашние задания и индивидуальную работу по основным темам курса. Задания, вынесенные на самостоятельную работу, проверяются преподавателем в течение семестра; оценки за домашние задания, индивидуальную работу и контрольные работы учитываются в конце семестра во время сдачи экзамена.

Для успешной подготовки и сдачи экзамена необходимо проделать следующую работу:

- Изучить теоретический материал, относящийся к каждому разделу.
- Выработать устойчивые навыки в решении типовых практических заданий.
- Выполнить домашние задания, индивидуальную работу и контрольные работы, проводимые в течение семестра.
- Принимать активное участие в решении задач на практических занятиях.
- Посещать консультации и принимать активное участие в обсуждении изучаемого материала.

9. Технологическая карта дисциплины

Технологическая карта
по дисциплине «Интегральные уравнения и вариационное исчисление»

Курс III

группа ФМ22ДР62ПФ1 (303)

семестр 5

2024-2025 учебный год

Преподаватель-лектор – *доцент Алещенко С.А.*

Преподаватель, ведущий практические занятия, – *доцент Алещенко С.А.*

Кафедра Высшей и прикладной математики и информатики

Семестр	Количество часов						Форма контроля
	Трудоемкость, з.е./часы	В том числе					
		Аудиторных				Самост. работы	
		Всего	Лекций	Лаб. раб.	Практич. занятие		
5	4/144	72	36	—	36	36	Экзамен/36

Форма текущей аттестации	Расшифровка	Минимальное количество баллов	Максимальное количество баллов
Посещение лекционных занятий	<i>Рассчитывается согласно приложению 4</i>	0	10
Работа на практических занятиях	<i>Рассчитывается согласно приложению 5</i>	0	10
Домашние задания и индивидуальная работа		0	30
Контрольная работа №1		0	10
Контрольная работа №2			10
Итого количество баллов по текущей аттестации		45	70
Промежуточная аттестация	Экзамен	10	30
Итого по дисциплине		55	100

Приложение 4

Начисление баллов по результатам посещения лекций*

Процент посещенных лекций	Начисляемые баллы
0-49%	0 баллов
50-54%	1 балл
55-59%	2 балла
60-64%	3 балла
65-69%	4 балла
70-74%	5 баллов
75-79%	6 баллов
80-84%	7 баллов
85-89%	8 баллов
90-94%	9 баллов
95-100%	10 баллов

*В случае посещения студентом менее чем 85% лекций, предусмотренных учебной программой по дисциплине, для получения рейтингового балла, начисляемого по данному критерию, студент обязан предоставить преподавателю конспект пропущенных лекций.

Приложение 5

Начисление баллов по рейтингу текущей успеваемости на практических занятиях*

Средняя оценка полученных оценок на занятиях	Начисляемые баллы
3	6 баллов
3,5	7 баллов
4	8 баллов
4,5	9 баллов
5	10 баллов

*Практические занятия, пропущенные по уважительной или по неуважительной причине, должны быть отработаны в течение семестра в установленном порядке.