

Государственное образовательное учреждение
«Приднестровский Государственный Университет им. Т.Г. Шевченко»

Физико-технический институт

Физико-математический факультет

Кафедра высшей и прикладной математики и информатики

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой разработчика

Коровай А.В.

протокол № 1 «30» августа 2024 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине

Б1.В.13 «ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА»

Направление подготовки:

2.21.03.02 – Землеустройство и кадастры

Профиль подготовки

Землеустройство

квалификация (степень) выпускника

Бакалавр

Форма обучения:

Заочная

Год набора: 2023 г.

Разработчик: старший преподаватель

Е.И.Белая

«30» августа 2024г.

Тирасполь 2024 г.

**Паспорт фонда оценочных средств по учебной дисциплине
«ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА»**

1. В результате изучения дисциплины *«Прикладная математика»* у обучающихся должны быть сформированы следующие компетенции:

Категория (группа) компетенций	Код и наименование	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции
Общепрофессиональные компетенции и индикаторы их достижения		
Применение фундаментальных знаний	ОПК-1 - Способен решать задачи профессиональной деятельности применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания	ИД-1 _{ОПК.1.1} . Знает: теоретические положения общенаучных и естественнонаучных дисциплин; принципиальные особенности моделирования математических, физических и химических процессов, предназначенные для конкретных технологических процессов; ИД-2 _{ОПК.1.2} . Умеет: использовать основные законы естественнонаучных дисциплин, правила построения технических схем и чертежей, основные законы дисциплин инженерно-механического модуля; ИД-3 _{ОПК.1.3} . Владеет: основными методами геологической разведки, интерпретации данных геофизических исследований, технико-экономического анализа, навыками составления рабочих проектов в составе творческой команды.

2. Программа оценивания контролируемой компетенции:

Текущая аттестация	Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины и их наименование	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
1	Раздел 1: Элементы теории вероятностей.	ОПК-1	Комплект разноуровневых задач и заданий
2	Раздел 2: Элементы математической статистики, математическая обработка результатов эксперимента.	ОПК-1	Комплект разноуровневых задач и заданий
3	Раздел 3: Оптимизация в линейном программировании.	ОПК-1	Комплект разноуровневых задач и заданий
4	Раздел 4: Элементы теории игр.	ОПК-1	Комплект разноуровневых задач и заданий
Промежуточная аттестация		Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
Зачет		ОПК-1	Вопросы и задачи к эзачету

**Разноуровневые задачи и задания
по дисциплине «ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА»**

Раздел 1: Элементы теории вероятностей..

1. Было куплено три билета розыгрышей различных лотерей. Вероятность того, что выиграет лотерейный билет первого вида, равна p_1 , для второго и для третьего лотерейных билетов равна p_2 и p_3 , соответственно. Найти вероятности того, что:
- Все билеты выиграют.
 - Два билета не выиграют.
 - Все три билета не выиграют.

Таблица № 1.

p_1	p_2	p_3
0,7	0,8	0,9

2. В группе из 20 студентов, пришедших на экзамен, n студентов подготовлены отлично, m – хорошо, k – посредственно и остальные – плохо. В экзаменационных билетах имеется 50 вопросов. Отлично подготовленный студент может ответить на все вопросы, хорошо подготовленный – на 40 вопросов, удовлетворительно подготовленный – на 25 вопросов, плохо – на $(N+15)$ вопросов. Вызванный наугад студент ответил на три заданных вопроса. Найти вероятности того, что этот студент подготовлен:
- отлично;
 - плохо.

Таблица № 2.

n	m	k
3	4	8
	3	7

3. Магазин получил 1000 бутылок минеральной воды. Вероятность того, что при перевозке бутылка окажется разбитой, равна $0,001 \cdot N$. Найти вероятности того, что при перевозке разобьются:
- две бутылки;
 - более трех бутылок;
 - не более четырех бутылок.
4. Закон распределения $P(X = x_i)$ ДСВ X приведен в таблице. Требуется:
- определить математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение С.В.
 - построить многоугольник распределения.

Таблица № 3.

$\frac{X}{N}$	X	0	1	2	3	4	5
1	P	0,04	0,16	0,30	0,30	0,17	0,03
2	P	0,08	0,11	0,42	0,30	0,08	0,01
3	P	0,02	0,08	0,54	0,31	0,03	0,02
4	P	0,05	0,13	0,32	0,37	0,12	0,01
5	P	0,01	0,31	0,48	0,11	0,06	0,03

Раздел 2: Элементы математической статистики, математическая обработка результатов эксперимента.

5. При оценке свойств чая было обследовано n проб и получены следующие значения содержания дубильных веществ Y в процентах.

Требуется:

- 1) Определить выборочную среднюю, выборочную и исправленную дисперсии.
- 2) Полагая, что распределение признака Y описывается нормальным законом распределения, найти доверительный интервал для среднего содержания a дубильных веществ в обследуемой партии чая на уровне надежности α .

Исходные данные в таблице.

Таблица № 4.

№ варианта	1 $Y\%$	2 $Y\%$	3 $Y\%$	4 $Y\%$	5 $Y\%$
	21,1	17,9	10,3	16,8	26,6
	24,6	16,2	21,2	19,4	26,7
	25,2	22,5	23,1	20,0	25,8
	23,7	19,3	22,7	19,5	26,0
	26,8	21,7	20,5	14,6	25,3
	24,8	20,3	22,4	17,1	26,8
	22,4	16,1	21,2	18,2	25,5
	20,1	19,5	19,5	17,5	27,2
	27,2	20,0	22,9	16,2	26,6
	26,4	19,1	18,8	15,5	26,9
	25,6	18,8		19,5	27,1
		17,0		15,5	
n	11	12	10	12	11
α	0,95	0,999	0,99	0,95	0,99

6. С целью заказа спецодежды для работников фирмы «шериф» проведено обследование рабочих этой фирмы и получено следующие распределение количества рабочих по величине роста X (см)(таблица № 5). Требуется:

- 1) построить гистограмму относительных частот для значений признака X ;
- 2) определить выборочную среднюю, выборочную и исправленную дисперсии;
- 3) используя полученные результаты и полагая, что распределение признака X подчинено нормальному закону, найдите:
 - а) доверительный интервал для ожидаемого среднего значения величины роста на уровне надежности γ ;
 - б) вероятность того, что величина признака X у выбранного наугад из данной группы рабочих окажется в пределах от α до β см.

Значение α , β , γ в таблице №6.

Таблица № 5.

№	160-162	163-165	166-168	169-171	172-174	175-177	178-180	181-183
1	0	0	10	15	4	50	16	5
2	19	4	55	51	23	28	0	0
3	0	30	49	54	50	17	30	0
4	0	0	4	6	30	40	18	2
5	15	10	20	45	5	5	0	0

Таблица № 6.

γ	α	β
0,95	166	170

7. Была изучена зависимость между количеством внесенных удобрений Y (кг/га) и урожайностью кукурузы X (ц/га) и обследовано 10 хозяйств. В результате были получены следующие данные (см. таблицу №7). Полагая, что между признаками X и Y имеет место линейная корреляционная связь, определите выборочное уравнение линейной регрессии и выборочный коэффициент линейной корреляции. Сделайте вывод о направлении и тесноте связи между X и Y . Постройте диаграмму рассеяния и линию регрессии. Используя полученное уравнение линейной регрессии, оцените ожидаемое среднее значение признака Y при $X=90$ ц/га.

Таблица № 7.

1	X	65	70	75	80	85	95	100	110	115	120
	Y	3,8	3,9	3,9	4,1	4,3	4,0	4,5	4,6	4,7	4,3
2	X	75	65	70	85	95	95	100	105	110	120
	Y	4,3	4,1	4,2	4,7	4,9	5,0	4,5	4,6	4,8	4,8
3	X	55	60	70	75	60	85	95	100	105	100
	Y	3,6	3,8	3,9	4,1	3,7	4,2	4,5	4,7	4,6	4,8
4	X	65	55	60	75	70	75	85	80	110	120
	Y	3,6	2,9	3,1	3,8	3,6	3,9	4,0	4,0	4,7	5,0
5	X	105	100	110	95	85	95	65	70	110	120
	Y	3,9	3,8	5,1	5	4	4,9	2,9	3,4	5,1	5,2

Раздел 3: Оптимизация в линейном программировании.

8. Условие задачи об оптимальном плане выпуска продукции заданы в таблице.

Вид ресурса	Расход ресурса на производство одной единицы продукции вида		Объем ресурса
	A	B	
Материал 1 сорта (кг)	5	7	1460
Материал 2 сорта (кг)	0	5	575
Материал 3 сорта (кг)	4	10	1470
Прибыль от реализации 1 ед. продукции (д.е.)	2	10	max

Определить максимальную суммарную прибыль от реализации всей продукции. Решить задачу симплекс–методом.

9. Три шахты могут поставить каменный уголь на три электростанции. Суточная производительность шахт a_i ($i=\overline{1,3}$), потребности электростанций b_j ($j=\overline{1,3}$) и стоимость транспортировки c_{ij} ($i, j=\overline{1,3}$) 1т/км угля с каждой шахты на каждую станцию заданы. Составить план транспортировки угля, обеспечивающий минимальные транспортные издержки.

$$a_1 = 90, a_2 = 55, a_3 = 80 \quad b_1 = 75, b_2 = 70, b_3 = 75 \quad C = (c_{ij}) = \begin{pmatrix} 18 & 5 & 9 \\ 6 & 3 & 2 \\ 2 & 9 & 12 \end{pmatrix}$$

Раздел 4: Элементы теории игр.

10. На технологическую линию поступает сырьё I и II видов- с малым и с большим количеством примесей. В среднем используется 80% сырья I вида и 20% сырья II вида. Технологическая линия может работать в четырех режимах. Доход предприятия от единицы продукции, изготовленной из сырья I вида при различных режимах работы технологической линии, составляет соответственно 1;2;5;6 денежных единиц; а из сырья II вида -2;5;3;1 денежных единиц. В каких режимах и сколько времени должна работать технологическая линия, чтоб доход от выпущенной продукции был наибольшим.
11. Для следующих платёжных матриц определить нижнюю и верхнюю цены, минимаксные стратегии и наличие седловых точек; в последнем случае (при наличии седловых точек) определить оптимальное решение игры.

а)
$$\begin{pmatrix} 3 & 6 & 8 \\ 9 & 4 & 2 \\ 7 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

б)
$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 3 \\ 6 & 7 & 4 \\ 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Вопросы для подготовки к зачету по дисциплине «ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА»

- Предмет и задачи теории вероятностей. Понятие эксперимента, события и их классификация. Пространство элементарных событий. Операции над событиями.
- Классическое определение вероятности. Элементы комбинаторики. Перестановки, размещения и сочетания с повторениями и без повторений. Статистическое и геометрическое определения вероятности. Примеры.
- Теоремы произведения вероятностей. Теоремы суммы вероятностей.
- Вероятность наступления хотя бы одного события. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
- Независимые повторные испытания. Формула Бернулли. Локальная формула Муавра-Лапласа. Формула Пуассона. Интегральная формула Муавра-Лапласа.
- Случайные величины (СВ). Дискретные и непрерывные случайные величины. Ряд распределения дискретных случайных величин.
- Функция распределения СВ (или интегральный закон распределения) и её свойства.
- Плотность вероятности (или дифференциальный закон распределения) и её свойства.
- Математическое ожидание СВ (дискретной и непрерывной) и его свойства. Дисперсия СВ и её свойства. Среднеквадратическое отклонение.
- Классические законы распределения: биномиальный закон и его числовые характеристики. Закон распределения Пуассона и его числовые характеристики. Нормальное распределение и его числовые характеристики.
- Вероятность попадания в заданный интервал нормальной СВ. Вычисление вероятности заданного отклонения. Правило «трёх σ ».
- Задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Статистическое распределение выборки, вариационный ряд. Эмпирическая функция распределения.
- Графическое изображение статистических рядов. Полигон и гистограмма.
- Статистические оценки параметров распределения. Несмещённые, эффективные, состоятельные оценки. Генеральная средняя и выборочная средняя. Генеральная и выборочная дисперсии. Оценки генеральной дисперсии по исправленной выборочной.
- Точечные и интервальные оценки параметров генеральной совокупности. Точность оценки, доверительная вероятность (надёжность).
- Доверительный интервал для оценки математического ожидания нормального распределения (при известном и неизвестном среднем квадратическом отклонении).
- Условные варианты. Метод произведений для вычисления выборочных средних и дисперсии.
- Метод произведений. Сведение первоначальных вариантов к равноотстоящим.
- Статистическая гипотеза. Нулевая и конкурирующая, простая и сложная гипотезы. Ошибки первого и второго рода при проверке статистических гипотез.

20. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы. Область принятия гипотезы. Критические точки. Уровень значимости. Мощность критерия.
21. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух генеральных совокупностей. Критерий Фишера–Снедекора.
22. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Критерий согласия Пирсона.
23. Корреляционный анализ. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости.
24. Основные положения корреляционного анализа. Корреляционные таблицы.
25. Условные средние. Выборочное уравнение регрессии. Коэффициент регрессии.
26. Выборочный коэффициент корреляции, его свойства.
27. Регрессионный анализ.
28. Предмет математического программирования. Краткая характеристика изучаемых задач.
29. Математическое моделирование: понятие модели, особенности модели.
30. Этапы математического моделирования.
31. Общая задача линейного программирования (ЗЛП). ЗЛП в стандартной форме. Различные формы записи ЗЛП. Приведение любой ЗЛП к стандартному виду. Переход от ЗЛП в стандартном виде к ЗЛП с ограничениями - неравенствами.
32. Геометрическая интерпретация ЗЛП. Графический метод решения ЗЛП.
33. Свойства решений ЗЛП (4 теоремы):
34. Симплекс - метод, 2 этапа метода. Основная теорема симплекс - метода. Симплекс - таблицы.
35. Альтернативный оптимум в ЗЛП, вырожденность в ЗЛП.
36. Метод искусственного базиса. М - задача. Теорема о связи между решениями исходной задачи и М - задачи.
37. Двойственность в линейном программировании. Симметрическая пара и несимметричная пара двойственных задач.
38. Теорема о связи между целевыми функциями пары двойственных задач.
39. Теорема, содержащая достаточный признак оптимальности решений пары двойственных задач.
40. Первая теорема двойственности. Вторая теорема двойственности. Следствия из второй теоремы двойственности.
41. Транспортная задача (ТЗ). Постановка и математическая модель задачи.
42. Условия разрешимости ТЗ (теорема). Особенности ограничений ТЗ.
43. Метод северо-западного угла. Метод минимального элемента.
44. Условия оптимальности плана перевозок ТЗ (теорема).
45. Метод потенциалов. Построение цикла пересчетов в ТЗ.
46. Открытая модель ТЗ. ТЗ с запрещенными перевозками. Вырожденность в ТЗ.
47. Задачи, приводящиеся к математической модели ТЗ.
48. Элементы теории игр. Основные понятия теории игр. Матричные игры. Примеры игр. Игры с седловой точкой.
49. Игры без седловой точки. Смешанные стратегии. Решение игр методом линейного программирования. Игры с природой.
50. Графический метод решения игр.

Комплект задач для зачета
по дисциплине «ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА»

1. При оценке свойств айвы было обследовано n проб и получены, следующие значения содержания витамина C в процентах.
Требуется :
 - 1) Определить выборочную среднюю, выборочную и исправленную дисперсии.
 - 2) Полагая, что распределение признака X описывается нормальным законом распределения, найти доверительный интервал для среднего содержания a витамина C в обследуемой партии айвы на уровне надежности γ .
- Исходная информация в таблице №1.

Таблица №1.

№ ва ри ан та	1 X%	2 X%	3 X%	4 X%	5 X%	6 X%	7 X%	8 X%	9 X%	10 X%
	15,7	17,6	12,8	13,0	12,0	13,3	14,9	12,4	14,5	11,0
	16,7	17,3	12,6	12,4	13,5	12,4	12,6	13,7	14,6	13,2
	17,1	17,0	13,5	12,6	15,9	12,0	12,4	16,5	13,8	13,0
	17,0	16,5	12,9	11,7	13,1	14,3	14,3	13,5	16,0	12,5
	16,6	16,5	14,2	13,0	15,5	13,3	15,5	15,7	15,8	13,5
	15,0	16,1	13,2	15,1	14,2	14,9	13,1	15,1	14,4	10,7
	15,9	16,2	14,5	14,7	12,8	14,5	13,6	15,1	16,8	12,3
	16,2	15,3	14,9	14,3	12,3	15,3	12,1	12,2	17,0	12,4
	16,4	16,9	15,9	12,2	14,3	15,0	13,0	14,5	13,5	14,2
	16,5	15,1	13,6	11,4	13,3	13,9	14,7	14,3	14,2	12,5
	15,4	15,0	12,9	14,7			15,3		13,3	
			14,3	15,0			11,7			
n	11	11	12	12	10	10	12	10	11	10
γ	0,99	0,999	0,99	0,999	0,99	0,95	0,999	0,95	0,999	0,95

2. С целью изготовления спортивной обуви (кроссовок) для баскетбольных команд высшей лиги Молдовы было проведено обследование спортсменов этих команд и получено следующие распределение количества спортсменов по размеру ноги X .

(таблица №2). Требуется:

- 1) построить гистограмму относительных частот для наблюдаемых значений признака X;
- 2) определить выборочную среднюю, выборочную и исправленную дисперсии;
- 3) используя полученные результаты и полагая, что распределение признака X подчинено нормальному закону, найдите:
 - а) доверительный интервал для ожидаемого среднего значения размера ноги на уровне надежности γ ;
 - б) вероятность того, что величина признака X у выбранного наугад из данной группы спортсмена окажется в пределах от α до β

Значение α , β , γ в таблице № 3.

Таблица №2.

№	36-37	38-39	40-41	42-43	44-45	46-47	48-49	50-51
1	0	0	10	15	4	50	16	5
2	19	4	55	51	23	28	0	0
3	0	30	49	54	50	17	30	0
4	0	0	4	6	30	40	18	2
5	15	10	20	45	5	5	0	0

Таблица №3.

γ	α	β
0,995	38	44

3. Экономист, изучая зависимость выработки Y (тыс. руб.) на одного работника от величины товарооборота магазина X (тыс. руб.) за отчетный период, обследовал 10 магазинов и получил следующие данные (см. таблицу № 4). Полагая , что между признаками X и Y имеет место линейная корреляционная связь, определите выборочное уравнение линейной регрессии и

выборочный коэффициент линейной корреляции. Постройте диаграмму рассеяния и линию регрессии. Сделайте вывод о направлении и тесноте связи между X и Y. Используя полученное уравнение линейной регрессии, оцените ожидаемое среднее значение признака Y при X=100 тыс. руб.

Таблица № 4.

1	X	120	110	130	130	60	95	100	75	70	140
	Y	7,5	7	10,0	10,0	3,5	7	6	6	4	8,5
2	X	85	100	60	120	70	110	100	65	80	50
	Y	3,5	3,8	3,5	4,6	3,1	4,4	4,3	3,2	3,8	2,8
3	X	120	70	100	55	75	85	110	80	60	95
	Y	4,6	2,6	4,3	2,4	3,1	3,8	4,2	2,9	2,7	3,4
4	X	70	80	40	55	100	75	50	110	95	85
	Y	3,6	4,4	3,1	4	4,3	3,7	3,8	5,7	5	4,2
5	X	140	100	170	130	180	130	100	150	110	200
	Y	8	9	11	8	11	7,5	5	10	7,5	11
6	X	100	105	85	70	80	120	125	90	65	110
	Y	4,5	4,5	5	3	4,5	5,5	7	4	4	6

4. Для следующих платёжных матриц определить нижнюю и верхнюю цены, минимаксные стратегии и наличие седловых точек; в последнем случае (при наличии седловых точек) определить оптимальное решение игры.

а) $\begin{pmatrix} 3 & 6 & 8 \\ 9 & 4 & 2 \\ 7 & 5 & 4 \end{pmatrix}$

в) $\begin{pmatrix} 8 & 5 & 8 & 6 & 7 & 9 \\ 3 & 4 & 6 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 10 & 12 & 8 & 11 \end{pmatrix}$

б) $\begin{pmatrix} 4 & 5 & 3 \\ 6 & 7 & 4 \\ 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

г) $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 6 & 4 & 5 \\ 3 & 3 & 6 \end{pmatrix}$

5. Построить полигон относительных частот по данному распределению выборки:

X_i	1	4	5	8	9
n_i	0,15	0,25	0,3	0,2	0,1

6. Построить гистограмму частот по данному распределению выборки:

Номер интервала i	Частичный интервал $x_i - x_{i+1}$	Сумма частот вариант интервала n_i	Плотность частоты $\frac{n_i}{h}$
1	2 – 7	5	
2	7 – 12	10	
3	12 – 17	25	
4	17 – 22	6	
5	22 – 27	4	

Указание. Найти предварительно плотность $\frac{n_i}{h}$ для каждого интервала и заполнить последний столбец таблицы.

7. Построить гистограмму относительных частот по данному распределению выборки:

Номер интервала i	Частичный интервал $x_i - x_{i+1}$	Сумма частот вариант частичного интервала n_i
1	10 – 15	2
2	15 – 20	4
3	20 – 25	8
4	25 – 30	4
5	30 – 35	2
		$n = \sum n_i = 20$

Критерии оценки:

«зачтено» выставляется студенту, если он правильно решил, оформил и объяснил решение задач, ответил на теоретические вопросы;

«не зачтено» выставляется студенту, если он не справился с решением и предложенных задач, оформил рассуждения не в соответствии с требованиями и не ответил на теоретические вопросы.