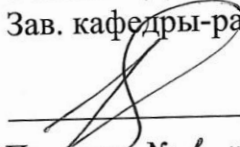


Государственное образовательное учреждение
«Приднестровский государственный университет им. Т. Г. Шевченко»
Физико-технический институт
Физико-математический факультет
Кафедра высшей и прикладной математики и информатики

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедры-разработчика

 / Коровай А.В.

Протокол № 1 «14» 09 2023 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине

Б1.В.05 «Вариационное и операционное исчисления»

на 2023/ 2024 учебный год

Направление

01.04.01 Математика

Профиль

Математика. Преподавание математики и информатики

Квалификация

Магистр

Форма обучения

Очная

ГОД НАБОРА 2023

Разработчик: доцент кафедры ВПМИ

 / Алещенко С.А.
«14» 09 2023 г.

Тирасполь 2023 г.

**Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине
«Вариационное и операционное исчисления»**

1. В результате изучения дисциплины «*Вариационное и операционное исчисления*» у обучающихся должны формироваться следующие компетенции:

Категория (группа) компетенций	Код и наименование	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции
Обязательные профессиональные компетенции и индикаторы их достижения		
	ПК-1 Способен на самостоятельное построение целостной картины дисциплины	ИД-1_{ПК-1} Знать: историю, теорию, закономерности и принципы построения и функционирования образовательных систем, роль и место образования в жизни личности и общества ИД-2_{ПК-1} Уметь: разрабатывать и реализовывать программы учебных дисциплин в рамках основной общеобразовательной программы ИД-3_{ПК-1} Владеть: формами и методами обучения, в том числе выходящими за рамки учебных занятий: проектная деятельность, лабораторные эксперименты, полевая практика и т.п.
	ПК-2 Владеет методами математического моделирования при анализе глобальных проблем на основе глубоких знаний фундаментальных математических дисциплин и компьютерных наук	ИД-1_{ПК-2} Знать: преподаваемый предмет в пределах требований федеральных государственных образовательных стандартов и основной общеобразовательной программы, его истории и места в мировой культуре и науке ИД-2_{ПК-2} Уметь: обеспечивать коммуникативную и учебную «включенности» всех учащихся в образовательный процесс (в частности, понимание формулировки задания, основной терминологии, общего смысла идущего в классе обсуждения) ИД-3_{ПК-2} Владеть: предметно-педагогической ИКТ-компетентностью (отражающей профессиональную ИКТ-компетентность соответствующей области человеческой деятельности)
	ПК-7 Способен к организации учебной деятельности в конкретной предметной области (математика, физика, информатика)	ИД-1_{ПК-7} Знать: преподаваемый предмет в пределах требований федеральных государственных образовательных стандартов и основной общеобразовательной программы, его истории и места в мировой культуре и науке ИД-2_{ПК-7} Уметь: использовать информационные источники, следить за последними открытиями в области математики и знакомить с ними обучающихся, квалифицированно набирать математический текст, проводить различия между точным и (или) приближенным математическим доказательством, в частности, компьютерной оценкой, приближенным измерением, вычислением и др. ИД-3_{ПК-7} Владеть: основными математическими компьютерными инструментами визуализации данных, зависимостей, отношений, процессов, геомет-

		рических объектов; вычислений - численных и символьных; обработки данных (статистики); экспериментальных лабораторий (вероятность, информатика)
--	--	---

2. Программа оценивания контролируемой компетенции:

Текущая аттестация	Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины и их наименование	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	Раздел 1, 2 Элементы дифференциального исчисления в линейных пространствах. Необходимое условие экстремума в различных вариационных задачах.	ПК-1, 2, 7.	Комплект задач реконструктивно-творческого уровня №1
2	Раздел 3,4 Достаточные условия экстремума функционала. Задачи на условный экстремум.	ПК-1, 2, 7.	Комплект задач реконструктивно-творческого уровня №2
3	Раздел 5-7 Интеграл Фурье. Преобразование Фурье. Преобразование Лапласа и его основные свойства. Обратное преобразование Лапласа.	ПК-1, 2, 7.	Комплект задач реконструктивно-творческого уровня №3
4	Раздел 8 Приложения преобразования Лапласа.	ПК-1, 2, 7.	Комплект задач реконструктивно-творческого уровня №4
Промежуточная аттестация		Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
Зачет		ПК-1, 2, 7.	Вопросы к зачету
Экзамен		ПК-1, 2, 7.	Вопросы к экзамену

Комплект задач реконструктивно-творческого уровня №1

по дисциплине «Вариационное и операционное исчисления»

Тема: Элементы дифференциального исчисления в линейных пространствах. Необходимое условие экстремума в различных вариационных задачах.

Вариант №1.

1. Исследовать отображение на дифференцируемость по Фреше и найти сильную производную в случае дифференцируемости, если $F : H \rightarrow \mathbb{R}$, где H – гильбертово пространство, $F(x) = \|x\|^2 = (x, x)$.
2. Исследовать отображение на дифференцируемость по Фреше и найти сильную производную в случае дифференцируемости, если $F : C_{[0,1]} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = e^{x(0)}$.
3. Найти допустимые экстремали и непосредственно исследовать характер экстремума в простейшей вариационной задаче $\int_0^1 (1+t)x'^2 dt \rightarrow \text{extr}$, $x(0) = 0$, $x(1) = 1$.
4. Найти допустимые экстремали в простейшей вариационной задаче $\int_1^2 \left(\frac{3x^2}{t^3} + t^2 + \frac{x'^2}{t} \right) dt \rightarrow \text{extr}$, $x(1) = 2$, $x(2) = 8 \frac{1}{2}$.
5. Найти допустимые экстремали в задаче Больца $\int_0^1 (x'^2(t) + t^2 x(t)) dt + 4x^2(0) - 5x^2(1) \rightarrow \text{extr}$.
6. Найти допустимые экстремали в задаче со свободным концом $\int_1^2 (t^2 x'^2(t) + 6x^2(t) + 2t^3 x(t)) dt \rightarrow \text{extr}$, $x(1) = \frac{1}{6}$.
7. Найти допустимые экстремали в задаче $\int_0^1 (x''^2(t) - 24tx(t)) dt \rightarrow \text{extr}$, $x(0) = 0$, $x'(0) = 0$, $x(1) = \frac{1}{5}$, $x'(1) = 1$.
8. Найти допустимые экстремали в задаче $\int_0^{\pi/2} (x'^2(t) + y'^2(t) - 2x(t)y(t)) dt \rightarrow \text{extr}$, $x(0) = 1$, $y(0) = -1$, $x\left(\frac{\pi}{2}\right) = e^{\frac{\pi}{2}}$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -e^{\frac{\pi}{2}}$.
9. Исследовать на экстремум функционал $J[u(x, y)] = \iint_{x^2+y^2 < R^2} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right\} dx dy$, если $u(x, y)|_{x^2+y^2=R^2} = |y|$.

Вариант №2.

1. Исследовать отображение на дифференцируемость по Фреше и найти сильную производную в случае дифференцируемости, если $F : H \rightarrow \mathbb{R}$, где H – гильбертово пространство, $F(x) = \|x\| = \sqrt{(x, x)}$.
2. Исследовать отображение на дифференцируемость по Фреше и найти сильную производную в случае дифференцируемости, если $F : C_{[0,1]} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \sin x(1)$.
3. Найти допустимые экстремали и непосредственно исследовать характер экстремума в простейшей вариационной задаче $\int_1^e (tx'^2 + 2x) dt \rightarrow \text{extr}$, $x(1) = 1$, $x(e) = 0$.
4. Найти допустимые экстремали в простейшей вариационной задаче $\int_1^2 \left(tx'^2 + \frac{x^2}{t} \right) dt \rightarrow \text{extr}$, $x(1) = 2$, $x(2) = 2 \frac{1}{2}$.
5. Найти допустимые экстремали в задаче Больца $\int_0^\pi \frac{x'^2(t) - x^2(t) - x(t)}{2} dt - x^2(0) - \frac{1}{2} x^2(\pi) \rightarrow \text{extr}$.
6. Найти допустимые экстремали в задаче со свободными концами $\int_1^e \left(tx'^2(t) + \frac{x^2(t)}{t} + \frac{2x(t) \ln t}{t} \right) dt \rightarrow \text{extr}$.
7. Найти допустимые экстремали в задаче $\int_0^1 e^{-t} x''^2(t) dt \rightarrow \text{extr}$, $x(0) = 0$, $x'(0) = 1$, $x(1) = e$, $x'(1) = 2e$.
8. Найти допустимые экстремали в задаче $\int_1^2 (12x^2(t) + y^2(t) + t^2 x'^2(t) + y'^2(t)) dt \rightarrow \text{extr}$, $x(1) = 1$, $y(1) = e$, $x(2) = 8$, $y(2) = e^2$.
9. Исследовать на экстремум функционал $J[u(x, y)] = \iint_{1 < x^2 + y^2 < 4} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right\} dx dy$, если $u(x, y)|_{x^2 + y^2 = 1} = u_1$, $u(x, y)|_{x^2 + y^2 = 4} = u_2$.

Вариант №3.

1. Исследовать отображение на дифференцируемость по Фреше и найти сильную производную в случае дифференцируемости, если $F : H \rightarrow \mathbb{R}$, где H – гильбертово пространство, $F(x) = (Ax, Bx)$, $A, B \in L(H)$.
2. Исследовать отображение на дифференцируемость по Фреше и найти сильную производную в случае дифференцируемости, если $F : C_{[0,1]} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \int_0^1 x^3(t) dt$.
3. Найти допустимые экстремали и непосредственно исследовать характер экстремума в простейшей вариационной задаче $\int_1^e (x - tx'^2) dt \rightarrow \text{extr}$, $x(1) = 1$, $x(e) = 2$.

4. Найти допустимые экстремали в простейшей вариационной задаче

$$\int_1^4 \left(\sqrt{t} x'^2 + \frac{x^2}{2t\sqrt{t}} \right) dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(1) = 2, \quad x(4) = 4 \frac{1}{2}.$$

5. Найти допустимые экстремали в задаче Больца

$$\int_0^1 (x'^2(t) + x^2(t)) dt - 2x(1) \sin 1 \rightarrow \text{extr}.$$

6. Найти допустимые экстремали в задаче со свободным концом

$$\int_1^2 (t^2 x'^2(t) + 12x^2(t)) dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(1) = 97.$$

7. Найти допустимые экстремали в задаче $\int_0^\pi (x''^2(t) - x^2(t)) dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(0) = x'(0) = 0,$

$$x(\pi) = \sin \pi, \quad x'(\pi) = \cos \pi + 1.$$

8. Найти допустимые экстремали в задаче

$$\int_0^{\pi/2} (2x(t)y(t) - 2x^2(t) + x'^2(t) - y'^2(t)) dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(0) = y(0) = 0, \quad x\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1.$$

9. Исследовать на экстремум функционал $J[u(x, y)] = \int_0^a \int_0^b \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right\} dx dy$, если

$$u|_{x=0} = T_0 \sin \frac{\pi y}{b}, \quad u|_{x=a} = u|_{y=0} = u|_{y=b} = 0.$$

Вариант №4.

1. Исследовать отображение на дифференцируемость по Фреше и найти сильную производную в случае дифференцируемости, если $F: H \rightarrow H$, где H – гильбертово пространство, $F(x) = (a, x) \cdot x$.

2. Исследовать отображение на дифференцируемость по Фреше и найти сильную производную в случае дифференцируемости, если $F: C_{[0,1]} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x(0)x(1)$.

3. Найти допустимые экстремали и непосредственно исследовать характер экстремума в простейшей вариационной задаче $\int_1^2 t^2 x'^2 dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(1) = 3, \quad x(2) = 1.$

4. Найти допустимые экстремали в простейшей вариационной задаче

$$\int_1^4 \left(\frac{x'^2}{\sqrt{t}} + \frac{x^2}{t^2 \sqrt{t}} \right) dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(1) = 2, \quad x(4) = 16 \frac{1}{2}.$$

5. Найти допустимые экстремали в задаче Больца $\int_0^1 e^{x(t)} x'^2(t) dt + 4e^{x(0)} + 32e^{-x(1)} \rightarrow \text{extr}.$

6. Найти допустимые экстремали в задаче со свободными концами

$$\int_0^{\pi/2} (4x^2(t) + x'^2(t) + 2x(t) \cos t) dt \rightarrow \text{extr}.$$

7. Найти допустимые экстремали в задаче

$$\int_0^1 (t+1)^2 x''^2(t) dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 1, \quad x(1) = \ln 2, \quad x'(1) = \frac{1}{2}.$$

8. Найти допустимые экстремали в задаче $\int_0^1 (y^2(t) + x'^2(t) + y'^2(t)) dt \rightarrow \text{extr}$, $x(0) = 0$, $y(0) = 1$, $x(1) = 1$, $y(1) = e$.

9. Исследовать на экстремум функционал $J[u(x, y)] = \iint_{x^2+y^2 < R^2} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + 2T_0 xy \cdot u(x, y) \right\} dx dy$, если $u(x, y)|_{x^2+y^2=R^2} = 0$.

Вариант №5.

1. Исследовать отображение на дифференцируемость по Фреше и найти сильную производную в случае дифференцируемости, если $F: L_2[0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \int_0^1 x^2(t) dt$.

2. Исследовать отображение на дифференцируемость по Фреше и найти сильную производную в случае дифференцируемости, если $F: C_{[0,1]} \rightarrow C_{[0,1]}$, $(F(x))(t) = \ln(1 + x^2(t))$.

3. Найти допустимые экстремали и непосредственно исследовать характер экстремума в простейшей вариационной задаче $\int_2^3 (t^2 - 1) x'^2 dt \rightarrow \text{extr}$, $x(2) = 0$, $x(3) = 1$.

4. Найти допустимые экстремали в простейшей вариационной задаче

$$\int_1^2 \left(\frac{1}{2} t x'^2 + t x x' + \frac{1}{2} x^2 \right) dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(1) = 0, \quad x(2) = 1.$$

5. Найти допустимые экстремали в задаче Больца

$$\int_0^\pi (x'^2 + x^2 - 4x \sin t) dt + 2x^2(0) + 2x(\pi) - x^2(\pi) \rightarrow \text{extr}.$$

6. Найти допустимые экстремали в задаче со свободным концом

$$\int_1^2 \left(\frac{x'^2(t)}{t} + \frac{3x^2(t)}{t^3} \right) dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(2) = \frac{19}{2}.$$

7. Найти допустимые экстремали в задаче $\int_0^\pi (x''^2(t) + 4x^2(t)) dt \rightarrow \text{extr}$, $x(0) = 0$, $x'(0) = 0$, $x(\pi) = 0$, $x'(\pi) = \text{sh } \pi$.

8. Найти допустимые экстремали в задаче $\int_0^1 (2x(t) + y^2(t) + x'^2(t) + y'^2(t)) dt \rightarrow \text{extr}$, $x(0) = 0$, $y(0) = 1$, $x(1) = \frac{1}{2}$, $y(1) = \frac{1}{e}$.

9. Исследовать на экстремум функционал $J[u(x, y, z)] = \iiint_{x^2+y^2+z^2 < R^2} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right\} dx dy dz$, если $u(x, y, z)|_{x^2+y^2+z^2=R^2} = x^2 + y^2$.

Примечание. Задачи из КЗРТУ №1 обучающиеся выполняют в индивидуальном порядке по вариантам в качестве домашней индивидуальной работы; преподаватель проверяет выполнение КЗРТУ №1 согласно графику проведения КСР.

Критерии оценки:

Комплект задач реконструктивно-творческого уровня №1 оценивается максимум в 25 баллов. Баллы определяются по формуле $B = \frac{M}{N} \cdot 25$, где $N = 9$ – общее количество задач в индивидуальной работе №1, M – количество правильно решенных задач.

- **оценка «отлично»** выставляется студенту, если он набрал от 22 до 25 баллов;
- **оценка «хорошо»** выставляется студенту, если он набрал от 17 до 21,9 баллов;
- **оценка «удовлетворительно»** выставляется студенту, если он набрал от 12 до 16,9 баллов;
- **оценка «неудовлетворительно»** выставляется студенту, если он набрал менее шести баллов.

Комплект задач реконструктивно-творческого уровня №2

по дисциплине «Вариационное и операционное исчисления»

Тема: Достаточные условия экстремума функционала. Задачи на условный экстремум.

Вариант №1.

1. Исследовать на локальный экстремум функцию $z = \frac{5 - x - y}{\sqrt{1 + x^2 + y^2}}$.
2. Исследовать на условный локальный экстремум функцию $z = xy$, если $4x^2 + 9y^2 = 72$.
3. В прямоугольной системе координат дана точка $P(1, 2)$. Провести через эту точку прямую линию так, чтобы она образовывала вместе с положительными полуосями координат треугольник наименьшей площади.
4. Найти треугольник данного периметра $2p$, которых при вращении вокруг одной из своих сторон образует тело наибольшего объема.
5. Найти экстремали и исследовать характер доставляемого экстремума:
$$\int_0^1 (1+t) x'^2 dt \rightarrow \text{extr}, x(0) = 0, x(1) = 1.$$
6. Найти экстремали и исследовать характер доставляемого экстремума:
$$\int_1^2 \left(\frac{3x^2}{t^3} + t^2 + \frac{x'^2}{t} \right) dt \rightarrow \text{extr}, x(1) = 2, x(2) = 8\frac{1}{2}.$$
7. Исследовать на экстремум в зависимости от параметров функционал
$$\int_0^{T_0} \sqrt{x(t) + h} \cdot \sqrt{1 + (x'(t))^2} dt \rightarrow \text{extr}, x(0) = 0, x(T_0) = \xi.$$
8. Решить изопериметрическую задачу: $\int_0^\pi x(t) \sin t dt \rightarrow \text{extr}, \int_0^\pi x'^2(t) dt = \frac{3\pi}{2}, x(0) = 0,$
 $x(\pi) = \pi.$

Вариант №2.

1. Исследовать на локальный экстремум функцию $z = e^{2x+3y} (8x^2 - 6xy + 3y^2)$.
2. Исследовать на условный локальный экстремум функцию $z = x^2 + y^2$, если $x^2 + xy + y^2 = a^2$.
3. В прямоугольной системе координат дана точка $P(1, 4)$. Провести через эту точку прямую линию, не проходящую через начало координат, так, чтобы сумма длин отрезков, отсекаемых ею на положительных координатных полуосях, была наименьшей.
4. В данный конус вписать цилиндр наибольшего объема.
5. Найти экстремали и исследовать характер доставляемого экстремума:
$$\int_1^e (tx'^2 + 2x) dt \rightarrow \text{extr}, x(1) = 1, x(e) = 0.$$

6. Найти экстремали и исследовать характер доставляемого экстремума:

$$\int_1^2 \left(tx'^2 + \frac{x^2}{t} \right) dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(1) = 2, \quad x(2) = 2\frac{1}{2}.$$

7. Исследовать на экстремум в зависимости от параметров функционал

$$\int_0^{T_0} \left((x'(t))^2 - x^2(t) - x(t) \right) dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(0) = 0, \quad x(T_0) = \xi.$$

8. Решить изопериметрическую задачу: $\int_0^1 x'^2(t) dt \rightarrow \text{extr}, \quad \int_0^1 e^t x(t) dt = 0, \quad x(0) = 0, \quad x(1) = e - 3.$

Вариант №3.

- Исследовать на локальный экстремум функцию $z = xy + \frac{50}{x} + \frac{20}{y}$.
- Исследовать на условный локальный экстремум функцию $u = 2z - 3x - y$, если $x^2 + y^2 + 4z^2 = 11$.
- На эллипсе $2x^2 + y^2 = 18$ даны две точки $A(1; 4)$ и $B(3; 0)$. На данном эллипсе найти третью точку C такую, чтобы площадь треугольника ABC была бы наибольшей.
- В шар радиуса R вписать прямоугольный параллелепипед наибольшего объема.
- Найти экстремали и исследовать характер доставляемого экстремума:

$$\int_1^e (x - tx'^2) dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(1) = 1, \quad x(e) = 2.$$

6. Найти экстремали и исследовать характер доставляемого экстремума:

$$\int_1^4 \left(\sqrt{t} x'^2 + \frac{x^2}{2t\sqrt{t}} \right) dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(1) = 2, \quad x(4) = 4\frac{1}{2}.$$

7. Исследовать на экстремум в зависимости от параметров функционал

$$\int_0^{T_0} \left((x'(t))^2 - x(t) + 4x(t) \cos t \right) dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(0) = 0, \quad x(T_0) = \xi.$$

8. Решить изопериметрическую задачу: $\int_1^2 t x'^2(t) dt \rightarrow \text{extr}, \quad \int_1^2 t x(t) dt = 9, \quad x(1) = 0, \quad x(2) = 12.$

Вариант №4.

- Исследовать на локальный экстремум функцию $z = x^3 + y^3 - 9xy + 27$.
- Исследовать на условный локальный экстремум функцию $u = x - 2y + 2z$, если $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.
- Через точку $M(x, y)$ эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ провести касательную, образующую с осями координат треугольник наименьшей площади.
- В полушар радиуса R вписать прямоугольный параллелепипед наибольшего объема.
- Найти экстремали и исследовать характер доставляемого экстремума:

$$\int_1^2 t^2 x'^2 dt \rightarrow \text{extr}, x(1) = 3, x(2) = 1.$$

6. Найти экстремали и исследовать характер доставляемого экстремума:

$$\int_1^4 \left(\frac{x'^2}{\sqrt{t}} + \frac{x^2}{t^2 \sqrt{t}} \right) dt \rightarrow \text{extr}, x(1) = 2, x(4) = 16 \frac{1}{2}.$$

7. Исследовать на экстремум в зависимости от параметров функционал $\int_0^{T_0} \sin x'(t) dt \rightarrow \text{extr}$, $x(0) = 0, x(T_0) = \xi$.

8. Решить изопериметрическую задачу: $\int_0^1 x'^2(t) dt \rightarrow \text{extr}, \int_0^1 e^{-t} x(t) dt = e$, $x(0) = 2e + 1, x(1) = 2$.

Вариант №5.

- Исследовать на локальный экстремум функцию $z = xy \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}$.
- Исследовать на условный локальный экстремум функцию $z = 5x + y - 2$, если $2x^2 + xy - y^2 = 252$.
- В сегмент круга радиуса R , имеющего центральный угол α , где $0 < \alpha < \pi$, вписать прямоугольник наибольшей площади.
- Тело состоит из прямого кругового цилиндра, завершенного прямым круговым конусом. При данной полной поверхности тела, равной Q , определить его измерения так, чтобы объем тела был бы наибольшим.
- Найти экстремали и исследовать характер доставляемого экстремума: $\int_2^3 (t^2 - 1) x'^2 dt \rightarrow \text{extr}, x(2) = 0, x(3) = 1$.
- Найти экстремали и исследовать характер доставляемого экстремума: $\int_1^2 \left(\frac{1}{2} t x'^2 + t x x' + \frac{1}{2} x^2 \right) dt \rightarrow \text{extr}, x(1) = 0, x(2) = 1$.
- Исследовать на экстремум, используя условие Вейерштрасса $\int_0^a \left((x'(t))^2 + 2x(t)x'(t) - 16x^2(t) \right) dt \rightarrow \text{extr}, x(0) = 0, x(a) = 0$.
- Решить изопериметрическую задачу: $\int_0^1 x'^2(t) dt \rightarrow \text{extr}, \int_0^1 t x(t) dt = 1, x(0) = 0, x(1) = 2$.

Примечание. Задачи из КЗРТУ №2 обучающиеся выполняют в индивидуальном порядке по вариантам в качестве домашней индивидуальной работы; преподаватель проверяет выполнение КЗРТУ №2 согласно графику проведения КСР.

Критерии оценки:

Комплект задач реконструктивно-творческого уровня №2 оценивается максимум в 25 баллов. Баллы определяются по формуле $B = \frac{M}{N} \cdot 25$, где $N = 8$ – общее количество задач в индивидуальной работе №2, M – количество правильно решенных задач.

- **оценка «отлично»** выставляется студенту, если он набрал от 22 до 25 баллов;
- **оценка «хорошо»** выставляется студенту, если он набрал от 17 до 21,9 баллов;
- **оценка «удовлетворительно»** выставляется студенту, если он набрал от 12 до 16,9 баллов;
- **оценка «неудовлетворительно»** выставляется студенту, если он набрал менее шести баллов.

Комплект задач реконструктивно-творческого уровня №3

по дисциплине «Вариационное и операционное исчисления»

Тема: Преобразование Фурье. Преобразование Лапласа и его основные свойства. Обратное преобразование Лапласа.

Вариант №1.

1. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = h\left(1 - \frac{|x|}{a}\right) \cdot \eta(a - |x|)$.
2. Найти преобразование Фурье функции $f(x) = e^{-a|x|}$.
3. Найти синус-преобразование Фурье функции $f(x) = \frac{e^{-x}}{x}$.
4. Проверить, какие из указанных функций являются функциями-оригиналами:
 $f(t) = \frac{\eta(t)}{e^t + 1}$, $f(t) = \eta(t) \frac{e^{2t}}{t}$.
5. Пользуясь определением, найти изображение функции $f(t) = t$.
6. Пользуясь свойствами преобразования Лапласа, найти изображение функции $f(t) = \sin \alpha t \cos \beta t$.
7. Найти изображение периодической функции $f(t) = t - [t]$.
8. Найти изображение функции $f(t) = \frac{\sin t - \sin 2t}{t}$.
9. Найти оригинал функции $F(p) = \frac{p}{p^3 + 1}$.
10. Найти оригинал функции $F(p) = \frac{p}{(p^2 + 1)^2}$.

Вариант №2.

1. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = x e^{-\gamma x^2}$.
2. Найти преобразование Фурье функции $f(x) = e^{-|x|} \cos \omega x$.
3. Найти косинус-преобразование Фурье функции $f(x) = \frac{1 - e^{-\beta x}}{x}$.
4. Проверить, какие из указанных функций являются функциями-оригиналами:
 $f(t) = \frac{\eta(t)}{e^t - 1}$, $f(t) = \eta(t) e^{2t} \sin 3t$.
5. Пользуясь определением, найти изображение функции $f(t) = \sin 3t$.
6. Пользуясь свойствами преобразования Лапласа, найти изображение функции $f(t) = \cos^3 t$.
7. Найти изображение периодической функции $f(t) = \arcsin(\sin t)$, $0 \leq t < 1$;
 $f(t+1) = f(t)$, $t \geq 0$.

8. Найти изображение функции $f(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{t}$.
9. Найти оригинал функции $F(p) = \frac{1}{p^2 + 4p + 3}$.
10. Найти оригинал функции $F(p) = \frac{2p^3 + p^2 + 2p + 2}{p^5 + 2p^4 + 2p^3}$.

Вариант №3.

1. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = \eta(x)e^{-\beta x}$.
2. Найти преобразование Фурье функции $f(x) = e^{-|x|} \sin \omega x$.
3. Найти синус-преобразование Фурье функции $f(x) = \frac{1}{x(x^2 + b^2)}$.
4. Проверить, какие из указанных функций являются функциями-оригиналами:
 $f(t) = \eta(t) \frac{t}{e^t - 1}$, $f(t) = \eta(t) e^{2t} \operatorname{tg} 3t$.
5. Пользуясь определением, найти изображение функции $f(t) = t^2$.
6. Пользуясь свойствами преобразования Лапласа, найти изображение функции $f(t) = \cos \alpha t \operatorname{ch} \beta t$.
7. Найти изображение периодической функции $f(t) = |\sin t|$.
8. Найти изображение функции $f(t) = \frac{e^t - 1 - t}{t}$.
9. Найти оригинал функции $F(p) = \frac{1}{p^2 + 4p + 5}$.
10. Найти оригинал функции $F(p) = \frac{1}{p^4 + 2p^3 + 3p^2 + 2p + 1}$.

Вариант №4.

1. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = e^{-\gamma x^2}$.
2. Найти преобразование Фурье функции $f(x) = \eta(x) e^{-x} \cos x$.
3. Найти косинус-преобразование Фурье функции $f(x) = \frac{1}{1 + x^4}$.
4. Проверить, какие из указанных функций являются функциями-оригиналами:
 $f(t) = \frac{\eta(t)}{2 \operatorname{ch} t - 1}$, $f(t) = \eta(t) e^{t\sqrt{t}}$.
5. Пользуясь определением, найти изображение функции $f(t) = te^t$.
6. Пользуясь свойствами преобразования Лапласа, найти изображение функции $f(t) = \sin^4 t$.
7. Найти изображение периодической функции $f(t) = \cos t + |\cos t|$.
8. Найти изображение функции $f(t) = \frac{\sin^2 t}{t}$.

9. Найти оригинал функции $F(p) = \frac{1}{p(p-1)(p^2+1)}$.

10. Найти оригинал функции $F(p) = \frac{3p^2}{(p^3-1)^2}$.

Вариант №5.

1. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = \eta(\pi - |x|) \sin x$.

2. Найти преобразование Фурье функции $f(x) = \frac{x}{(1+x^2)^2}$.

3. Найти синус-преобразование Фурье функции $f(x) = xe^{-x^2/2}$.

4. Проверить, какие из указанных функций являются функциями-оригиналами:

$$f(t) = \eta(t) \frac{\sin t}{\ln(t+1)}, \quad f(t) = \eta(t) \frac{2^t + 8}{2^t - 8}.$$

5. Пользуясь определением, найти изображение функции $f(t) = t^2 e^{-t}$.

6. Пользуясь свойствами преобразования Лапласа, найти изображение функции $f(t) = \cos \alpha t \cos \beta t$.

7. Найти изображение периодической функции $f(t) = t^2, 0 \leq t < 1; f(t+1) = f(t), t \geq 0$.

8. Найти изображение функции $f(t) = \frac{\cos t - \cos 2t}{t}$.

9. Найти оригинал функции $F(p) = \frac{p+2}{(p+1)(p-2)(p^2+4)}$.

10. Найти оригинал функции $F(p) = \frac{p^2 + 2p - 1}{p^3 - 2p^2 + 2p - 1}$.

Примечание. Задачи из КЗРТУ №3 обучающиеся выполняют в индивидуальном порядке по вариантам в качестве домашней индивидуальной работы; преподаватель проверяет выполнение КЗРТУ №3 согласно графику проведения КСР.

Критерии оценки:

Комплект задач реконструктивно-творческого уровня №3 оценивается максимум в 25 баллов. Баллы определяются по формуле $B = \frac{M}{N} \cdot 25$, где $N = 10$ – общее количество задач в индивидуальной работе №3, M – количество правильно решенных задач.

- **оценка «отлично»** выставляется студенту, если он набрал от 22 до 25 баллов;
- **оценка «хорошо»** выставляется студенту, если он набрал от 17 до 21,9 баллов;
- **оценка «удовлетворительно»** выставляется студенту, если он набрал от 12 до 16,9 баллов;
- **оценка «неудовлетворительно»** выставляется студенту, если он набрал менее шести баллов.

Комплект задач реконструктивно-творческого уровня №4

по дисциплине «Вариационное и операционное исчисления»

Тема: Приложения преобразования Лапласа.

Вариант №1.

1. С помощью преобразования Лапласа решить дифференциальное уравнение при заданных начальных условиях $x'' + x = t \cos 2t$, $x(0) = x'(0) = 0$.
2. С помощью преобразования Лапласа решить дифференциальное уравнение при заданных начальных условиях $x''' + 6x'' + 11x' + 6x = 1 + t + t^2$, $x(0) = x'(0) = x''(0) = 0$.
3. С помощью преобразования Лапласа решить систему дифференциальных уравнений при заданных начальных условиях
$$\begin{cases} x' - x - 2y = t, \\ -2x + y' - y = t, \end{cases} \quad x(0) = 2, \quad y(0) = 4.$$
4. С помощью преобразования Лапласа решить интегральное уравнение Вольтерра II рода
$$x(t) = t - \int_0^t sh(t-s)x(s)ds.$$
5. Построить резольвенту с помощью преобразования Лапласа и решить интегральное уравнение Вольтерра II рода
$$x(t) = 1 + t + \int_0^t e^{-2(t-s)}x(s)ds.$$
6. С помощью преобразования Лапласа решить интегральное уравнение Вольтерра I рода
$$\int_0^t (1 + e^{t-s})x(s)ds = sh t.$$
7. Решить систему интегральных уравнений Вольтерра II рода
$$\begin{cases} x(t) = \sin t + \int_0^t x(s)ds - \int_0^t y(s)ds, \\ y(t) = -4 \int_0^t x(s)ds + \int_0^t y(s)ds. \end{cases}$$
8. Найти сумму числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{2}{(2n-1)^2}.$

Вариант №2.

1. С помощью преобразования Лапласа решить дифференциальное уравнение при заданных начальных условиях $x'' - x' = t^2$, $x(0) = 0$, $x'(0) = 1$.
2. С помощью преобразования Лапласа решить дифференциальное уравнение при заданных начальных условиях $x^{IV} + 2x'' + x = t \sin t$, $x(0) = x'(0) = x''(0) = x'''(0) = 0$.
3. С помощью преобразования Лапласа решить систему дифференциальных уравнений при заданных начальных условиях
$$\begin{cases} x' = -2x - 2y - 4z, \\ y' = -2x + y - 2z, \\ z' = 5x + 2y + 7z, \end{cases} \quad x(0) = y(0) = z(0) = 1.$$

4. С помощью преобразования Лапласа решить интегральное уравнение Вольтерра II рода

$$x(t) = 4 \int_0^t \sin 2(t-s) x(s) ds + t^3.$$

5. Построить резольвенту с помощью преобразования Лапласа и решить интегральное

уравнение Вольтерра II рода $x(t) = \int_0^t e^{s-t} x(s) ds + e^{2t}.$

6. С помощью преобразования Лапласа решить интегральное уравнение Вольтерра I рода

$$\int_0^t (1 + 2e^{t-s}) x(s) ds = sh t.$$

7. Решить систему интегральных уравнений Вольтерра II рода

$$\begin{cases} x(t) = 5 \int_0^t x(s) ds + 2 \int_0^t y(s) ds, \\ y(t) = e^t - 4 \int_0^t x(s) ds - \int_0^t y(s) ds. \end{cases}$$

8. Найти сумму числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3 (n+1)^3}.$

Вариант №3.

1. С помощью преобразования Лапласа решить дифференциальное уравнение при заданных начальных условиях $x'' - 3x' + 2x = e^t$, $x(0) = x'(0) = 0.$

2. С помощью преобразования Лапласа решить дифференциальное уравнение при заданных начальных условиях $x''' + x = \frac{1}{2} t^2 e^t$, $x(0) = x'(0) = x''(0) = 0.$

3. С помощью преобразования Лапласа решить систему дифференциальных уравнений при заданных начальных условиях $\begin{cases} 3x' + 2x + y' = 1, \\ x' + 4y' + 3y = 0, \end{cases} x(0) = y(0) = 0.$

4. С помощью преобразования Лапласа решить интегральное уравнение Вольтерра II рода

$$x(t) = \frac{1}{3} \int_0^t (8e^{2(s-t)} - 5e^{t-s}) x(s) ds + ch 2t.$$

5. Построить резольвенту с помощью преобразования Лапласа и решить интегральное

уравнение Вольтерра II рода $x(t) = \frac{1}{2} \int_0^t (t-s)^2 x(s) ds + t^2.$

6. С помощью преобразования Лапласа решить интегральное уравнение Вольтерра I рода

$$\int_0^t (2 + e^{t-s}) x(s) ds = sh 2t.$$

7. Решить систему интегральных уравнений Вольтерра II рода

$$\begin{cases} x(t) = \int_0^t x(s) ds + 2 \int_0^t y(s) ds, \\ y(t) = e^{-2t} + 4 \int_0^t x(s) ds + 3 \int_0^t y(s) ds. \end{cases}$$

8. Найти сумму числового ряда $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \operatorname{arctg} \frac{2n+3}{n^2+3n+1}$.

Вариант №4.

- С помощью преобразования Лапласа решить дифференциальное уравнение при заданных начальных условиях $x'' - x' + x = e^{-t}$, $x(0) = 0$, $x'(0) = 1$.
- С помощью преобразования Лапласа решить дифференциальное уравнение при заданных начальных условиях $x''' - 2x'' + x' = 4$, $x(0) = 1$, $x'(0) = 2$, $x''(0) = -2$.
- С помощью преобразования Лапласа решить систему дифференциальных уравнений при заданных начальных условиях
$$\begin{cases} x' = 2x - y + z, \\ y' = x + z, \\ z' = -3x + y - 2z, \end{cases} \quad x(0) = 1, y(0) = 1, z(0) = 0.$$
- С помощью преобразования Лапласа решить интегральное уравнение Вольтерра II рода
$$x(t) = 2 \int_0^t (\cos(t-s) + 2 \sin 2(t-s)) x(s) ds + t \cos t.$$
- Построить резольвенту с помощью преобразования Лапласа и решить интегральное уравнение Вольтерра II рода
$$x(t) = \int_0^t \cos \frac{t-s}{2} x(s) ds + e^t.$$
- С помощью преобразования Лапласа решить интегральное уравнение Вольтерра I рода
$$\int_0^t (1 + 2e^{t-s}) x(s) ds = sh 2t.$$
- Решить систему интегральных уравнений Вольтерра II рода
$$\begin{cases} x(t) = sh t + 3 \int_0^t x(s) ds + \int_0^t y(s) ds, \\ y(t) = - \int_0^t x(s) ds + \int_0^t y(s) ds. \end{cases}$$
- Найти сумму числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^3 (2n-1)^3}$.

Вариант №5.

- С помощью преобразования Лапласа решить дифференциальное уравнение при заданных начальных условиях $x'' + 2x' + 2x = 1$, $x(0) = x'(0) = 0$.
- С помощью преобразования Лапласа решить дифференциальное уравнение при заданных начальных условиях $x^{IV} - x'' = 1$, $x(0) = x'(0) = x''(0) = x'''(0) = 0$.
- С помощью преобразования Лапласа решить систему дифференциальных уравнений при заданных начальных условиях
$$\begin{cases} x' = 3y - x, \\ y' = y + x + e^{-2t}, \end{cases} \quad x(0) = 1, y(0) = 1.$$
- С помощью преобразования Лапласа решить интегральное уравнение Вольтерра II рода
$$x(t) = \frac{1}{3} \int_0^t (4e^{t-s} + 5e^{2(s-t)}) x(s) ds + sh 2t.$$

5. Построить резольвенту с помощью преобразования Лапласа и решить интегральное уравнение Вольтерра II рода $x(t) = \int_0^t e^{-(t-s)} \sin(t-s) x(s) ds + e^{-t}$.
6. С помощью преобразования Лапласа решить интегральное уравнение Вольтерра I рода $\int_0^t (2 + e^{t-s}) x(s) ds = \sin 2t$.
7. Решить систему интегральных уравнений Вольтерра II рода

$$\begin{cases} x(t) = 3 \int_0^t x(s) ds - \int_0^t y(s) ds, \\ y(t) = te^{-2t} + 4 \int_0^t x(s) ds - \int_0^t y(s) ds. \end{cases}$$
8. Найти сумму числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{1}{n^2 + n + 1}$.

Примечание. Задачи из КЗРТУ №4 обучающиеся выполняют в индивидуальном порядке по вариантам в качестве домашней индивидуальной работы; преподаватель проверяет выполнение КЗРТУ №4 согласно графику проведения КСР.

Критерии оценки:

Комплект задач реконструктивно-творческого уровня №4 оценивается максимум в 25 баллов. Баллы определяются по формуле $B = \frac{M}{N} \cdot 25$, где $N = 8$ – общее количество задач в индивидуальной работе №4, M – количество правильно решенных задач.

- **оценка «отлично»** выставляется студенту, если он набрал от 22 до 25 баллов;
- **оценка «хорошо»** выставляется студенту, если он набрал от 17 до 21,9 баллов;
- **оценка «удовлетворительно»** выставляется студенту, если он набрал от 12 до 16,9 баллов;
- **оценка «неудовлетворительно»** выставляется студенту, если он набрал менее шести баллов.

Вопросы к зачету

по дисциплине «Вариационное и операционное исчисления»

1. Дифференциал Фреше и его свойства.
2. Дифференциал Гато. Связь между сильной и слабой дифференцируемостью.
3. Дифференцируемые функционалы. Экстремум нелинейного действительного функционала. Необходимое условие экстремума.
4. Основная лемма вариационного исчисления.
5. Простейшая задача вариационного исчисления. Необходимое условие экстремума функционала в простейшей задаче. Уравнение Эйлера. Экстремали.
6. Необходимые условия экстремума в задаче с левым свободным концом.
7. Необходимые условия экстремума в задаче с правым свободным концом.
8. Необходимые условия экстремума в задаче с двумя свободными концами.
9. Необходимые условия экстремума в задаче Больца. Условия трансверсальности.
10. Необходимые условия экстремума в задаче с подвижными границами. Условия трансверсальности.
11. Необходимые условия экстремума функционала, зависящего от вектор-функции.
12. Необходимые условия экстремума функционала, зависящего от производных более высокого порядка.
13. Необходимые условия экстремума функционала, зависящего от функции двух переменных.
14. Необходимые условия экстремума функционала, зависящего от функции трех переменных.
15. Поле экстремалей. Условие Якоби.
16. Условие Вейерштрасса.
17. Понятие сильного и слабого экстремума в простейшей задаче вариационного исчисления. Условие Лежандра.
18. Вариационные задачи на условный экстремум. Изопериметрические задачи.
19. Задача о брахистохроне.
20. Задача Дидоны.
21. Необходимое и достаточное условия локального экстремума функции нескольких переменных. Критерий Сильвестра.
22. Условный экстремум функции нескольких переменных. Метод неопределенных множителей Лагранжа. Необходимое и достаточное условия существования условного локального экстремума функции нескольких переменных.

Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если он ответил на все вопросы в зачетном задании без доказательств, может дать ответ на некоторые дополнительные вопросы (не менее 50%), связанные с темами вопросов в зачетном задании, имеет среднюю оценку не менее «3» по задачам реконструктивно-творческого уровня №1,2.

Вопросы к экзамену

по дисциплине «Вариационное и операционное исчисления»

1. Дифференциал Фреше и его свойства.
2. Дифференциал Гато. Связь между сильной и слабой дифференцируемостью.
3. Дифференцируемые функционалы. Экстремум нелинейного действительного функционала. Необходимое условие экстремума.
4. Основная лемма вариационного исчисления.
5. Простейшая задача вариационного исчисления. Необходимое условие экстремума функционала в простейшей задаче. Уравнение Эйлера. Экстремали.
6. Необходимые условия экстремума в задаче с левым свободным концом.
7. Необходимые условия экстремума в задаче с правым свободным концом.
8. Необходимые условия экстремума в задаче с двумя свободными концами.
9. Необходимые условия экстремума в задаче Больца. Условия трансверсальности.
10. Необходимые условия экстремума в задаче с подвижными границами. Условия трансверсальности.
11. Необходимые условия экстремума функционала, зависящего от вектор-функции.
12. Необходимые условия экстремума функционала, зависящего от производных более высокого порядка.
13. Необходимые условия экстремума функционала, зависящего от функции двух переменных.
14. Необходимые условия экстремума функционала, зависящего от функции трех переменных.
15. Поле экстремалей. Условие Якоби.
16. Условие Вейерштрасса.
17. Понятие сильного и слабого экстремума в простейшей задаче вариационного исчисления. Условие Лежандра.
18. Вариационные задачи на условный экстремум. Изопериметрические задачи.
19. Задача о брахистохроне.
20. Задача Дидоны.
21. Необходимое и достаточное условия локального экстремума функции нескольких переменных. Критерий Сильвестра.
22. Условный экстремум функции нескольких переменных. Метод неопределенных множителей Лагранжа. Необходимое и достаточное условия существования условного локального экстремума функции нескольких переменных.
23. Интеграл Фурье.
24. Преобразование Фурье и его свойства.
25. Функции, изображаемые по Лапласу. Преобразование Лапласа. Оригинал и изображение. Область существования изображения.
26. Необходимое условие существования изображения. Теорема единственности.
27. Функция Хевисайда. Изображение функции Хевисайда. Изображение показательной и степенной функции.
28. Линейность преобразования Лапласа. Изображение функций $\sin t$, $\cos t$, $\sinh t$, $\cosh t$.
29. Теорема подобия. Изображение функций $\sin at$, $\cos at$, $\sinh at$, $\cosh at$.
30. Изображение функций $\sin^2 at$, $\cos^2 at$, $\sinh^2 at$, $\cosh^2 at$. Изображение функций Крылова.
31. Теорема запаздывания. Изображение функций $\sin(\omega t - \varphi_0)$, $\cos(\omega t - \varphi_0)$, $\sinh(\omega t - \varphi_0)$, $\cosh(\omega t - \varphi_0)$. Теорема опережения.
32. Изображение кусочно-заданных функций. Изображение периодических функций.
33. Теорема смещения. Изображение функций $e^{-at} \sin \omega t$, $e^{-at} \cos \omega t$, $e^{-at} \sinh \omega t$, $e^{-at} \cosh \omega t$.

34. Дифференцирование оригинала. Дифференцирование изображения. Изображение функций $t^n e^{-at}$, $t^n \sin at$, $t^n \cos at$, $t^n \operatorname{sh} at$, $t^n \operatorname{ch} at$.
35. Интегрирование оригинала. Изображение синус- и косинус-интегралов Френеля.
36. Интегрирование изображения. Изображение интегрального синуса и косинуса, интегрального гиперболического синуса и косинуса, интегральной показательной функции.
37. Свертка функций. Свойства свертки. Изображение свертки.
38. Теорема Эфроса. Интеграл Дюамеля.
39. Связь преобразования Фурье с преобразованием Лапласа.
40. Формула обращения Римана-Меллина.
41. Обратное преобразование Лапласа. Достаточное условие существования изображения.
42. Нахождение оригинала по формуле обращения. Теорема разложения.
43. Формулы разложения.
44. Обобщенное умножение изображений. Умножение оригиналов.
45. Применение преобразования Лапласа к дифференциальным уравнениям и к системам дифференциальных уравнений.
46. Применение преобразования Лапласа к интегральным уравнениям и к системам интегральных уравнений.
47. Применение преобразования Лапласа к суммированию рядов и к вычислению несобственных интегралов.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если он ответил на все вопросы в билете, изложил правильно в логической последовательности доказательства всех утверждений и теорем по билету, отвечает на дополнительные вопросы, связанные с темами вопросов в билете, имеет среднюю оценку не менее «4.5» по задачам реконструктивно-творческого уровня №1-4;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если ответил на все вопросы в билете, изложил доказательства не менее 50% утверждений и теорем по билету, отвечает на дополнительные вопросы, связанные с темами вопросов в билете, имеет среднюю оценку не менее «3.5» по задачам реконструктивно-творческого уровня №1-4;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он ответил на все вопросы в билете без доказательств, может дать ответ на некоторые дополнительные вопросы (не менее 50%), связанные с темами вопросов в билете, имеет среднюю оценку не менее «3» по задачам реконструктивно-творческого уровня №1-4.