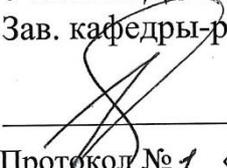


Государственное образовательное учреждение
«Приднестровский государственный университет им. Т. Г. Шевченко»
Физико-технический институт
Физико-математический факультет
Кафедра высшей и прикладной математики и информатики

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедры-разработчика

/ Коровай А.В.
Протокол № 1 «30» 08 2024 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине
Б1.В.08 «Дополнительные главы функционального анализа»
на 2024/ 2025 учебный год

Направление
01.04.01 Математика

Профиль
Математика. Преподавание математики и информатики

Квалификация
Магистр

Форма обучения
Очная

ГОД НАБОРА 2023

Разработчик: доцент кафедры ВПМИ


/ Алещенко С.А.
«30» 08 2024 г.

Тирасполь 2024 г.

**Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине
«Дополнительные главы функционального анализа»**

1. В результате изучения дисциплины «Дополнительные главы функционального анализа» у обучающихся должны формироваться следующие компетенции:

Категория (группа) компетенций	Код и наименование	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции
Обязательные профессиональные компетенции и индикаторы их достижения		
	ПК-1 Способен на самостоятельное построение целостной картины дисциплины	ИД-1 _{ПК-1} Знает: историю, теорию, закономерности и принципы построения и функционирования образовательных систем, роль и место образования в жизни личности и общества ИД-2 _{ПК-1} Умеет: разрабатывать и реализовывать программы учебных дисциплин в рамках основной общеобразовательной программы ИД-3 _{ПК-1} Владеет: формами и методами обучения, в том числе выходящими за рамки учебных занятий: проектная деятельность, лабораторные эксперименты, полевая практика и т.п.
	ПК-2 Владеет методами математического моделирования при анализе глобальных проблем на основе глубоких знаний фундаментальных математических дисциплин и компьютерных наук	ИД-1 _{ПК-2} Знает: преподаваемый предмет в пределах требований федеральных государственных образовательных стандартов и основной общеобразовательной программы, его истории и места в мировой культуре и науке ИД-2 _{ПК-2} Умеет: обеспечивать коммуникативную и учебную «включенности» всех учащихся в образовательный процесс (в частности, понимание формулировки задания, основной терминологии, общего смысла идущего в классе обсуждения) ИД-3 _{ПК-2} Владеет: предметно-педагогической ИКТ-компетентностью (отражающей профессиональную ИКТ-компетентность соответствующей области человеческой деятельности)
	ПК-7 Способен к организации учебной деятельности в конкретной предметной области (математика, физика, информатика)	ИД-1 _{ПК-7} Знает: преподаваемый предмет в пределах требований федеральных государственных образовательных стандартов и основной общеобразовательной программы, его истории и места в мировой культуре и науке ИД-2 _{ПК-7} Умеет: использовать информационные источники, следить за последними открытиями в области математики и знакомить с ними обучающихся, квалифицированно набирать математический текст, проводить различия между точным и (или) приближенным математическим доказательством, в частности, компьютерной оценкой, приближенным измерением, вычислением и др. ИД-3 _{ПК-7} Владеет: основными математическими компьютерными инструментами визуализации данных, зависимостей, отношений, процессов, геометрических объектов; вычислений - численных и символьных; обработки данных (статистики); экспериментальных лабораторий (вероятность, информатика)

2. Программа оценивания контролируемой компетенции:

Текущая аттестация	Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины и их наименование	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	Раздел 1 Итерационные методы.	ПК-1, 2, 7.	Комплект задач реконструктивно-творческого уровня для домашних заданий; комплект задач реконструктивно-творческого уровня для индивидуальной работы
2	Раздел 2 Градиентные методы.	ПК-1, 2, 7.	Комплект задач реконструктивно-творческого уровня для домашних заданий; комплект задач реконструктивно-творческого уровня для индивидуальной работы
3	Раздел 3 Вариационные методы.	ПК-1, 2, 7.	Комплект задач реконструктивно-творческого уровня для домашних заданий; комплект задач реконструктивно-творческого уровня для индивидуальной работы
4	Раздел 4 Проекционные методы.	ПК-1, 2, 7.	Комплект задач реконструктивно-творческого уровня для домашних заданий; комплект задач реконструктивно-творческого уровня для индивидуальной работы
Промежуточная аттестация		Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
Зачет		ПК-1, 2, 7.	Вопросы к зачету

Комплект задач реконструктивно-творческого уровня

для домашних заданий

по дисциплине «Дополнительные главы функционального анализа»

Тема: Итерационные методы. Градиентные методы. Вариационные методы. Проекционные методы.

1. Методом последовательных приближений найти первых 5 приближенных решений интегрального уравнения $x(t) + \int_0^1 K(t,s)x(s)ds = t^3 - 3t$, где $K(t,s) = \begin{cases} t, 0 \leq t \leq s \leq 1, \\ s, 0 \leq s \leq t \leq 1. \end{cases}$
Оценить погрешность вычислений.
2. Методом последовательных приближений найти первых 10 приближенных решений интегрального уравнения $x(t) = \sin t + 2 \int_0^t (3 - e^{t-s})x(s)ds$. Оценить погрешность вычислений.
3. Методом последовательных приближений найти первых 5 приближенных решений краевой задачи $\begin{cases} -y'' + 2y = x^2, & 0 < x < 1, \\ y(0) = 0, & y(1) = 0. \end{cases}$ Оценить погрешность вычислений.
4. Методом последовательных приближений найти первых 4 приближенных решения интегрального уравнения $x(t) = \sin t + \frac{1}{5} \int_0^1 \sqrt{t(1-s)} \sin(s|x(s)|)ds$. Оценить погрешность вычислений.
5. С помощью стационарного оптимального итерационного процесса найти первых 4 приближенных решения интегрального уравнения $x(t) + \int_0^1 K(t,s)x(s)ds = t^3 - 3t$, где $K(t,s) = \begin{cases} t, 0 \leq t \leq s \leq 1, \\ s, 0 \leq s \leq t \leq 1. \end{cases}$ Оценить погрешность вычислений.
6. С помощью нестационарного оптимального итерационного процесса найти первых 4 приближенных решения интегрального уравнения $x(t) + \int_0^1 K(t,s)x(s)ds = t^3 - t$, где $K(t,s) = \begin{cases} t(1-s), & 0 \leq t \leq s \leq 1, \\ s(1-t), & 0 \leq s \leq t \leq 1. \end{cases}$ Оценить погрешность вычислений.
7. С помощью общего стационарного итерационного процесса первых 4 приближенных решения краевой задачи $\begin{cases} -y'' + 2y = x^2, & 0 < x < 1, \\ y(0) = 0, & y(1) = 0. \end{cases}$ Оценить погрешность вычислений.
8. С помощью метода наискорейшего спуска найти первых 4 приближенных решения интегрального уравнения $x(t) + \int_0^1 K(t,s)x(s)ds = t^3 - 3t$, где $K(t,s) = \begin{cases} t, 0 \leq t \leq s \leq 1, \\ s, 0 \leq s \leq t \leq 1. \end{cases}$ Оценить погрешность вычислений.
9. С помощью метода наискорейшего спуска найти первых 3 собственных значения интегрального оператора $(Ax)(t) = \int_0^1 K(t,s)x(s)ds$, где $K(t,s) = \begin{cases} t^2(1-s), & 0 \leq t \leq s \leq 1, \\ s^2(1-t), & 0 \leq s \leq t \leq 1. \end{cases}$

10. С помощью метода минимальных невязок найти первых 4 приближенных решения интегрального уравнения $x(t) + \int_0^1 K(t,s)x(s)ds = t^3 - t$, где $K(t,s) = \begin{cases} t(1-s), & 0 \leq t \leq s \leq 1, \\ s(1-t), & 0 \leq s \leq t \leq 1. \end{cases}$ Оценить погрешность вычислений.
11. С помощью метода минимальных погрешностей найти первых 5 приближенных решений интегрального уравнения $x(t) - \frac{1}{10} \int_{-1}^1 (2ts^3 + 5t^2s^2)x(s)ds = 7t^4 + 3$. Оценить погрешность вычислений.
12. С помощью метода Рунге найти первых 5 приближенных решений краевой задачи $\begin{cases} -y'' + \pi(x^2 + 1)y = x, & 0 < x < 1, \\ y(0) = 0, & y(1) = 0. \end{cases}$ Оценить погрешность вычислений.
13. Написать программу для метода конечных элементов и решить приближенно краевую задачу $\begin{cases} -(x^2 + 1)y'' - 2xy' + e^x y = \sin \pi x, & 0 < x < 1, \\ y(0) = 0, & y(1) = 0. \end{cases}$
14. С помощью метода наименьших квадратов найти первых 5 приближенных решений краевой задачи $\begin{cases} y'' + y = x, & 0 < x < 1, \\ y(0) = 0, & y'(1) = 0. \end{cases}$ Оценить погрешность вычислений.
15. С помощью метода Бубнова-Галеркина найти первых 4 приближенных решения интегрального уравнения $x(t) + \int_0^1 K(t,s)x(s)ds = t^3 - 3t$, где $K(t,s) = \begin{cases} t, & 0 \leq t \leq s \leq 1, \\ s, & 0 \leq s \leq t \leq 1. \end{cases}$ Оценить погрешность вычислений.
16. С помощью метода Галеркина-Петрова найти первых 5 приближенных решений краевой задачи $\begin{cases} y'' + xy' + y = 4x - 1, & 0 < x < 1, \\ y(0) = 0, & y(1) = 0. \end{cases}$ Оценить погрешность вычислений.
17. С помощью метода коллокаций найти первые 5 приближенных решений интегрального уравнения $x(t) + \int_0^1 K(t,s)x(s)ds = t^3 - t$, где $K(t,s) = \begin{cases} t(1-s), & 0 \leq t \leq s \leq 1, \\ s(1-t), & 0 \leq s \leq t \leq 1. \end{cases}$ Оценить погрешность вычислений.

Критерии оценки:

Комплект задач реконструктивно-творческого уровня для домашних заданий оценивается максимум в 30 баллов. Баллы определяются по формуле $B = \frac{M}{N} \cdot 30$, где $N = 17$ – общее количество домашних задач, M – количество правильно решенных задач.

- **оценка «отлично»** выставляется студенту, если он набрал от 25,6 до 30 баллов;
- **оценка «хорошо»** выставляется студенту, если он набрал от 19,6 до 25,5 баллов;
- **оценка «удовлетворительно»** выставляется студенту, если он набрал от 12 до 19,5 баллов;
- **оценка «неудовлетворительно»** выставляется студенту, если он набрал менее шести баллов.

Комплект задач реконструктивно-творческого уровня

для индивидуальной работы

по дисциплине «Дополнительные главы функционального анализа»

Тема: Итерационные методы. Градиентные методы. Вариационные методы. Проекционные методы.

Вариант №1.

1. С помощью метода последовательных приближений найти первые 5 приближенных решений интегрального уравнения

$$x(t) = 0.2 \int_0^{\pi} \sin(2t+s)x(s)ds + t^2 - \pi t.$$

Построить графики приближенных решений. Оценить погрешность вычислений.

2. С помощью метода Рунге найти первых 5 приближенных решений краевой задачи

$$\begin{cases} -y'' + (x+2)y = x+1, & 0 < x < 1, \\ y(0) = 0, & y(1) = 0. \end{cases}$$

Построить графики приближенных решений. Оценить погрешность вычислений.

Вариант №2.

1. С помощью метода последовательных приближений найти первые 5 приближенных решений краевой задачи

$$\begin{cases} -y'' + (x+2)y = x+1, & 0 < x < 1, \\ y(0) = 0, & y(1) = 0. \end{cases}$$

Построить графики приближенных решений. Оценить погрешность вычислений.

2. С помощью метода Бубнова-Галеркина найти первых 5 приближенных решений интегрального уравнения

$$x(t) = 0.25 \int_0^{\pi} \sin(2t+s)x(s)ds + t^2 - \pi t.$$

Построить графики приближенных решений. Оценить погрешность вычислений.

Вариант №3.

1. С помощью метода последовательных приближений найти первые 5 приближенных решений интегрального уравнения

$$x(t) = t + t^2 - 0.2 \int_0^1 (t + s - 2ts) x(s) ds .$$

Построить графики приближенных решений. Оценить погрешность вычислений.

2. С помощью общего стационарного итерационного процесса первые 5 приближенных решений краевой задачи

$$\begin{cases} -y'' + (x+1)y = x^2, & 0 < x < 1, \\ y(0) = 0, & y(1) = 0. \end{cases}$$

Построить графики приближенных решений. Оценить погрешность вычислений.

Вариант №4.

1. С помощью метода последовательных приближений найти первые 5 приближенных решений краевой задачи

$$\begin{cases} -y'' + (x+1)y = x^2, & 0 < x < 1, \\ y(0) = 0, & y(1) = 0. \end{cases}$$

Построить графики приближенных решений. Оценить погрешность вычислений.

2. С помощью метода наискорейшего спуска найти первые 5 приближенных решений интегрального уравнения

$$x(t) = t + t^2 - 0.25 \int_0^1 (t + s - 2ts) x(s) ds .$$

Построить графики приближенных решений. Оценить погрешность вычислений.

Критерии оценки:

Комплект задач реконструктивно-творческого уровня для индивидуальной работы оценивается максимум в 20 баллов.

- **оценка «отлично»** выставляется студенту, если он набрал от 17 до 20 баллов;
- **оценка «хорошо»** выставляется студенту, если он набрал от 13 до 16,9 баллов;
- **оценка «удовлетворительно»** выставляется студенту, если он набрал от 8 до 12,9 баллов;
- **оценка «неудовлетворительно»** выставляется студенту, если он набрал менее четырех баллов.

Вопросы к зачету

по дисциплине «*Дополнительные главы функционального анализа*»

1. Классификация методов решения операторных уравнений. Краткий анализ методов. Классификация линейных и нелинейных интегральных уравнений.
2. Принцип сжимающих отображений, метод последовательных приближений. Скорость сходимости метода, оценка точности приближения.
3. Метод последовательных приближений для линейных интегральных уравнений.
4. Метод последовательных приближений для нелинейных интегральных уравнений.
5. Метод последовательных приближений для краевых задач.
6. Стационарный итерационный процесс. Оценка скорости сходимости метода.
7. Нестационарный итерационный процесс. Оценка скорости сходимости метода.
8. Общий итерационный процесс. Оценка скорости сходимости метода. Применение к краевым задачам.
9. Многошаговый итерационный процесс. Оценка скорости сходимости метода.
10. Общие принципы градиентных методов.
11. Метод наискорейшего спуска. Оценка скорости сходимости метода.
12. Метод минимальных невязок. Оценка скорости сходимости метода.
13. Метод минимальных погрешностей. Оценка скорости сходимости метода.
14. Энергетическое пространство и его свойства. Построение энергетического пространства для краевой задачи.
15. Общие принципы вариационных методов. Свойства уравнений с положительными операторами.
16. Метод Рунге. Применение метода Рунге к краевым задачам.
17. Метод конечных элементов. Применение метода конечных элементов к краевым задачам.
18. Метод наименьших квадратов. Применение метода наименьших квадратов к краевым задачам.
19. Метод Бубнова - Галёркина. Применение к интегральным уравнениям и краевым задачам.
20. Метод моментов. Применение к интегральным уравнениям и краевым задачам.
21. Метод Галёркина – Петрова. Применение к интегральным уравнениям и краевым задачам.
22. Метод подобластей. Применение к интегральным уравнениям и краевым задачам.
23. Метод коллокаций. Применение к интегральным уравнениям и краевым задачам.
24. Проекционно-итерационный метод. Применение к решению интегральных уравнений.

Критерии оценки:

Ответ студента на зачете оценивается от 10 до 30 баллов. Каждый вопрос зачета оценивается максимум в 10 баллов.

- **оценка «зачтено»** выставляется студенту согласно положению о балльно-рейтинговой системе;
- **оценка «не зачтено»** выставляется студенту согласно положению о балльно-рейтинговой системе.