

Государственное образовательное учреждение  
«Приднестровский государственный университет им. Т. Г. Шевченко»

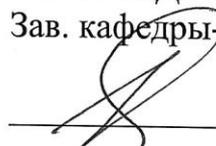
Физико-технический институт

Физико-математический факультет

Кафедра высшей и прикладной математики и информатики

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедры-разработчика

 / Коровай А.В.

Протокол № 1 «30» 08 2024 г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

по дисциплине

**Б1.О.07 «Обобщённые функции»**

на 2024/ 2025 учебный год

**Направление**

01.04.01 Математика

**Профиль**

Математика. Преподавание математики и информатики

**Квалификация**

Магистр

**Форма обучения**

Очная

**ГОД НАБОРА 2023**

Разработчик: доцент кафедры ВПМИ

 / Алещенко С.А.  
«30» 08 2024 г.

Тирасполь 2024 г.

**Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине  
«Обобщённые функции»**

1. В результате изучения дисциплины «Обобщённые функции» у обучающихся должны формироваться следующие компетенции:

Категория (группа) компетенций	Код и наименование	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции
Общепрофессиональные компетенции и индикаторы их достижения		
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1 Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики	ИД-1 <sub>опк-1,опк-2, опк-3</sub> Знает виды деятельности по реализации научной педагогической деятельности, направленной на изучение совокупности отношений, возникающих в педагогической сфере, новых образовательных технологий, активных и интерактивных форм обучения
	ОПК-2 Способен строить и анализировать математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении	ИД-2 <sub>опк-1,опк-2, опк-3</sub> Умеет: осуществлять практическую педагогическую деятельность в двух ее формах (учебной и воспитательной); планировать результаты обучения, проводить промежуточный и итоговый контроль знаний обучающихся
	ОПК-3 Способен использовать знания в сфере математики при осуществлении педагогической деятельности	ИД-3 <sub>опк-1,опк-2, опк-3</sub> Владеет методами подготовки к проведению занятий по основным профессиональным образовательным программам и дополнительным профессиональным программам
Обязательные профессиональные компетенции и индикаторы их достижения		
	ПК-1 Способен на самостоятельное построение целостной картины дисциплины	ИД-1 <sub>пк-1</sub> Знает: историю, теорию, закономерности и принципы построения и функционирования образовательных систем, роль и место образования в жизни личности и общества  ИД-2 <sub>пк-1</sub> Умеет:разрабатывать и реализовывать программы учебных дисциплин в рамках основной общеобразовательной программы  ИД-3 <sub>пк-1</sub> Владеет:формами и методами обучения, в том числе выходящими за рамки учебных занятий: проектная деятельность, лабораторные эксперименты, полевая практика и т.п.
	ПК-2 Владеет методами математического моделирования при анализе глобальных проблем на основе глубоких знаний фундаментальных математических дисциплин и компьютерных наук	ИД-1 <sub>пк-2</sub> Знает: преподаваемый предмет в пределах требований федеральных государственных образовательных стандартов и основной общеобразовательной программы, его истории и места в мировой культуре и науке  ИД-2 <sub>пк-2</sub> Умеет: обеспечивать коммуникативную и учебную «включенности» всех учащихся в образовательный процесс (в частности, понимание формулировки задания, основной терминологии, общего смысла идущего в классе обсуждения)  ИД-3 <sub>пк-2</sub> Владеет: предметно-педагогической ИКТ-компетентностью (отражающей профессиональную

		ИКТ-компетентность соответствующей области человеческой деятельности)
	ПК-7 Способен к организации учебной деятельности в конкретной предметной области (математика, физика, информатика)	<p>ИД-1<sub>ПК-7</sub> Знает: преподаваемый предмет в пределах требований федеральных государственных образовательных стандартов и основной общеобразовательной программы, его истории и места в мировой культуре и науке</p> <p>ИД-2<sub>ПК-7</sub> Умеет: использовать информационные источники, следить за последними открытиями в области математики и знакомить с ними обучающихся, квалифицированно набирать математический текст, проводить различия между точным и (или) приближенным математическим доказательством, в частности, компьютерной оценкой, приближенным измерением, вычислением и др.</p> <p>ИД-3<sub>ПК-7</sub> Владеет: основными математическими компьютерными инструментами визуализации данных, зависимостей, отношений, процессов, геометрических объектов; вычислений - численных и символьных; обработки данных (статистики); экспериментальных лабораторий (вероятность, информатика)</p>

## 2. Программа оценивания контролируемой компетенции:

Текущая аттестация	Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины и их наименование	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	Раздел 1 Пространства $D$ и $D^*$	ОПК-1, 2, 3; ПК-1, 2, 7.	Комплект задач реконструктивно-творческого уровня для домашних заданий; комплект задач реконструктивно-творческого уровня для индивидуальной работы
2	Раздел 2 Пространства $S$ и $S^*$	ОПК-1, 2, 3; ПК-1, 2, 7.	Комплект задач реконструктивно-творческого уровня для домашних заданий; комплект задач реконструктивно-творческого уровня для индивидуальной работы
3	Раздел 3 Применение обобщенных функций.	ОПК-1, 2, 3; ПК-1, 2, 7.	Комплект задач реконструктивно-творческого уровня для домашних заданий; комплект задач реконструктивно-творческого уровня для индивидуальной работы
<b>Промежуточная аттестация</b>		Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
Зачет		ОПК-1, 2, 3; ПК-1, 2, 7.	Вопросы к зачету

## Комплект задач реконструктивно-творческого уровня

### для домашних заданий

по дисциплине «Обобщённые функции»

**Тема: Пространства  $D$  и  $D^*$ . Пространства  $S$  и  $S^*$ . Применение обобщенных функций.**

1. Пусть  $\varphi(x) \in D$ . Выяснить, сходится ли в  $D$  последовательность  $\frac{1}{k} \varphi\left(\frac{x}{k}\right)$ . Ответ обосновать.
2. Пусть  $\varphi(x) \in D$ . Выяснить, сходится ли в  $D$  последовательность  $\frac{1}{2^k} \varphi(kx)$ . Ответ обосновать.
3. Доказать, что  $\delta(x - \nu) \rightarrow 0$  при  $\nu \rightarrow \infty$  в  $D^*(\square)$ .
4. Вычислить предел в  $D^*(\square)$  при  $\varepsilon \rightarrow 0+$  семейства функций  $f_\varepsilon(x) = \frac{1}{2\varepsilon} \chi_{[-\varepsilon, \varepsilon]}(x)$ .
5. Вычислить предел в  $D^*(\square)$  при  $\varepsilon \rightarrow 0+$  семейства функций  $f_\varepsilon(x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi\varepsilon}} e^{-\frac{x^2}{4\varepsilon}}$ .
6. Показать, что в  $D^*(\square)$   $\rho(x)\delta'(x) = -\rho'(0)\delta(x) + \rho(0)\delta'(x)$ , где  $\rho(x) \in C^1(\square)$ .
7. Показать, что в  $D^*(\square)$   $x\delta^{(m)}(x) = -m\delta^{(m-1)}(x)$ ,  $m \in \square$ .
8. Показать, что в  $D^*(\square)$   $x^m\delta^{(m)}(x) = (-1)^m m!\delta(x)$ ,  $m \in \square$ .
9. Показать, что в  $D^*(\square)$   $x^k\delta^{(m)}(x) = 0$ ,  $0 \leq m \leq k-1$ .
10. Вычислить в  $D^*(\square)$   $\theta'(-x)$ .
11. Вычислить в  $D^*(\square)$   $(\theta(x)\cos x)'$ .
12. Вычислить в  $D^*(\square)$  производные 1, 2, 3 порядка функции  $|x|\cos x$ .
13. Вычислить в  $D^*(\square)$  производные  $f^{(m)}$  функции  $f(x) = [x]$ .
14. Записать  $(f, \varphi)$ , если  $\varphi \in D(\square)$ ,  $f(x) = \sin \pi x \delta''(x+1)$ .
15. Записать  $(f, \varphi)$ , если  $\varphi \in D(\square)$ ,  $f(x) = x^2 \delta(2x-1) + \theta(x)\cos x$ .
16. Вычислить в  $D^*(\square)$  производные  $f^{(m)}$  функции  $f(x) = \text{sign}(\cos x)$ .
17. Вычислить в  $D^*(\square)$  все производные функции  $y = \begin{cases} \cos x, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$
18. Вычислить в  $D^*(\square)$  все производные функции  $y = \begin{cases} x^2, & -1 \leq x \leq 1, \\ 0, & |x| > 1. \end{cases}$
19. Вычислить в  $D^*(\square)$  все производные функции  $y = \begin{cases} \sin x, & -\pi \leq x \leq \pi, \\ 0, & |x| \geq \pi. \end{cases}$

20. Доказать в  $D^*(\mathbb{R})$   $|\cos x|'' + |\cos x| = 2 \sum_{k \in \mathbb{Z}} \delta\left(x - \frac{2k+1}{2}\pi\right)$ .

21. Найти в  $D^*(\mathbb{R})$  свёртку  $\delta(x-a) * f(x)$ .

22. Найти в  $D^*(\mathbb{R})$  свёртку  $\delta^{(k)}(x-a) * f(x)$ .

23. Найти в  $D^*(\mathbb{R})$  свёртку  $\theta(x)x^2 * \theta(x)\sin x$ .

24. Найти в  $D^*(\mathbb{R})$  свёртку  $\theta(x)\sin x * \theta(x)\operatorname{sh} x$ .

25. Найти в  $D^*(\mathbb{R})$  свёртку  $e^{-ax^2} * xe^{-ax^2}$ ,  $a > 0$ .

26. Найти в  $D^*(\mathbb{R})$  свёртку  $\frac{x}{x^2+a^2} * \theta(a-|x|)$ ,  $a > 0$ .

27. Найти в  $D^*(\mathbb{R})$  свёртку  $\delta''\left(x - \frac{\pi}{2}\right) * \cos x$ .

28. Найти в  $D^*(\mathbb{R})$  свёртку  $f_\alpha(x) * f_\beta(x)$ , если  $f_\alpha(x) = \theta(x) \frac{x^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} e^{-mx}$ ,

$$f_\beta(x) = \theta(x) \frac{x^{\beta-1}}{\Gamma(\beta)} e^{-mx}, \quad \alpha, \beta, m > 0.$$

29. Найти в  $S^*(\mathbb{R})$  преобразование Фурье функции  $e^{-\alpha x^2}$ ,  $\alpha > 0$ .

30. Найти в  $S^*(\mathbb{R})$  преобразование Фурье функции  $e^{-i\alpha x^2}$ ,  $\alpha > 0$ .

31. Найти в  $S^*(\mathbb{R})$  преобразование Фурье функции  $\theta(x)[x]$ .

32. Найти в  $S^*(\mathbb{R})$  преобразование Фурье функции  $\theta(-x)e^{\alpha x}$ ,  $\alpha > 0$ .

33. Найти в  $S^*(\mathbb{R})$  преобразование Фурье функции  $e^{-\alpha|x|}$ ,  $\alpha > 0$ .

34. Найти в  $S^*(\mathbb{R})$  преобразование Фурье функции  $e^{-i\alpha x}$ .

35. Найти в  $S^*(\mathbb{R})$  преобразование Фурье функции  $\sin \alpha x$ .

36. Найти в  $S^*(\mathbb{R})$  преобразование Фурье функции  $\delta^{(k)}(x-a)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

37. Найти в  $S^*(\mathbb{R})$  преобразование Фурье функции  $\delta^{(k)}(x+a)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

38. Найти в  $S^*(\mathbb{R})$  преобразование Фурье функции  $x^k e^{i\alpha x}$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

39. Найти в  $S^*(\mathbb{R})$  преобразование Фурье функции  $x^k e^{-i\alpha x}$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

40. Найти в  $S^*(\mathbb{R})$  преобразование Фурье функции  $x^k \cos \alpha x$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

41. Доказать, что функция  $E(x) = \theta(x)e^{-ax}$  – фундаментальное решение оператора

$$A = \frac{d}{dx} + a \text{ в } D_+^*(\mathbb{R}).$$

42. Доказать, что функция  $E(x) = \theta(x) \frac{\operatorname{sh} \alpha x}{a}$  – фундаментальное решение оператора

$$A = \frac{d^2}{dx^2} - a^2 \text{ в } D_+^*(\mathbb{R}).$$

43. Найти единственное в  $D_+^*(\square)$  фундаментальное решение оператора

$$A = \frac{d^2}{dx^2} + 3 \frac{d}{dx} + 2.$$

44. Найти единственное в  $D_+^*(\square)$  фундаментальное решение оператора

$$A = \frac{d^3}{dx^3} - 3 \frac{d^2}{dx^2} + 2 \frac{d}{dx}.$$

45. Найти единственное в  $D_+^*(\square)$  фундаментальное решение оператора  $A = \frac{d^4}{dx^4} - a^4$ .

46. Найти единственное в  $D_+^*(\square)$  решение уравнения  $u'' + 3u' + 2u = \theta(x)$ .

47. Найти единственное в  $D_+^*(\square)$  решение уравнения  $u'' + 3u' + 2u = \theta(x)x$ .

48. Найти единственное в  $D_+^*(\square)$  решение уравнения  $u'' + 3u' + 2u = \theta(x)e^{-x}$ .

49. Найти единственное в  $D_+^*(\square)$  решение уравнения  $u'' + 3u' + 2u = \delta(x)e^{-2x}$ .

50. Найти единственное в  $D_+^*(\square)$  решение уравнения  $u'' + 3u' + 2u = \delta'(x)e^{-2x}$ .

51. Найти единственное в  $D_+^*(\square)$  решение уравнения  $u'' - a^2u = \theta(x)\sin ax$ .

52. Найти единственное в  $D_+^*(\square)$  решение уравнения  $u'' - a^2u = \theta(x)\operatorname{ch} ax$ .

53. Найти единственное в  $D_+^*(\square)$  решение уравнения  $u'' - a^2u = \delta(x)$ .

54. Найти единственное в  $D_+^*(\square)$  решение уравнения  $u'' - a^2u = \delta'(x)$ .

55. С помощью определения найти преобразование Лапласа в  $D_+^*(\square)$  функции  $\delta(t - t_0)$ .

56. С помощью определения найти преобразование Лапласа в  $D_+^*(\square)$  функции  $\delta'(t - t_0)$ .

57. С помощью свойств найти преобразование Лапласа в  $D_+^*(\square)$  функции  $\delta^{(m)}(t - t_0)$ .

58. Решить в  $D_+^*(\square)$  интегральное уравнение  $\int_0^t e^{t-\tau} x(\tau) d\tau = t$ .

59. Решить в  $D_+^*(\square)$  интегральное уравнение  $\int_0^t e^{t-\tau} x(\tau) d\tau = \delta(t)$ .

60. Решить в  $D_+^*(\square)$  интегральное уравнение  $\int_0^t \cos(t - \tau) x(\tau) d\tau = t + t^2$ .

61. Решить в  $D_+^*(\square)$  интегральное уравнение  $\int_0^t \cos(t - \tau) x(\tau) d\tau = 1$ .

62. Решить в  $D_+^*(\square)$  интегральное уравнение  $\int_0^t \operatorname{sh}(t - \tau) x(\tau) d\tau = cht$ .

63. Решить в  $D_+^*(\square)$  интегральное уравнение  $\int_0^t \operatorname{sh}(t - \tau) x(\tau) d\tau = \delta'(t)$ .

### **Критерии оценки:**

Комплект задач реконструктивно-творческого уровня для домашних заданий оценивается максимум в 30 баллов. Баллы определяются по формуле  $B = \frac{M}{N} \cdot 30$ , где  $N = 63$  – общее количество домашних задач,  $M$  – количество правильно решенных задач.

- **оценка «отлично»** выставляется студенту, если он набрал от 25,6 до 30 баллов;
- **оценка «хорошо»** выставляется студенту, если он набрал от 19,6 до 25,5 баллов;
- **оценка «удовлетворительно»** выставляется студенту, если он набрал от 12 до 19,5 баллов;
- **оценка «неудовлетворительно»** выставляется студенту, если он набрал менее шести баллов.

Комплект задач реконструктивно-творческого уровня

для индивидуальной работы

по дисциплине «Обобщённые функции»

Тема: Пространства  $D$  и  $D^*$ . Пространства  $S$  и  $S^*$ . Применение обобщенных функций.

Вариант №1.

1. Записать  $(f, \varphi)$ , если  $\varphi \in D(\square)$ ,  $f(x) = \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) \delta'(x)$ .
2. Записать  $(f, \varphi)$ , если  $\varphi \in D(\square)$ ,  $f(x) = (x-1)^2 \delta(2x-6) + \theta(x) \sin x$ .
3. Найти  $f'$ ,  $f''$ ,  $f'''$  в  $D^*(\square)$ , если  $f(x) = \begin{cases} 0, & x < -1, \\ x^2, & -1 \leq x \leq 1, \\ (x-2)^2, & 1 \leq x \leq 3, \\ 0, & x > 3. \end{cases}$
4. Найти  $F[f]$ , если  $f \in S^*(\square)$ ,  
 $f(x) = (x-1)^2 \delta(2x-6) + \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) \delta'(x)$ .
5. Найти  $F[f]$ , если  $f \in S^*(\square)$ ,  $f(x) = \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$ .
6. Найти единственное в  $D_+^*(\square)$  фундаментальное решение оператора  
 $A = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{d}{dx} - 2$ .
7. Найти единственное в  $D_+^*(\square)$  решение уравнения  $Au = \theta(x) \sin x$ .
8. Найти единственное в  $D_+^*(\square)$  решение уравнения  $Au = f(x)$ , если  
 $f(x) = \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) \delta'(x)$ .
9. Решить интегральное уравнение  $x(t) = \frac{1}{3} \int_0^t (8e^{\tau-t} + e^{2(t-\tau)}) x(\tau) d\tau + \delta(t)$ .
10. Решить интегральное уравнение  $\int_0^t \sin 2(t-\tau) x(\tau) d\tau = 4\delta''(t) + t^3$ .

Вариант №2.

1. Записать  $(f, \varphi)$ , если  $\varphi \in \mathbf{D}(\square)$ ,  $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)\delta'(x)$ .
2. Записать  $(f, \varphi)$ , если  $\varphi \in \mathbf{D}(\square)$ ,  $f(x) = (x+1)\delta(3x-3) + \theta(x)e^{3x}$ .
3. Найти  $f', f'', f'''$  в  $\mathbf{D}^*(\square)$ , если  $f(x) = \begin{cases} |\sin x|, & -\pi \leq x \leq \pi, \\ 0, & |x| \geq \pi. \end{cases}$
4. Найти  $F[f]$ , если  $f \in \mathbf{S}^*(\square)$ ,  
 $f(x) = (x+1)\delta(3x-3) + \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)\delta'(x)$ .
5. Найти  $F[f]$ , если  $f \in \mathbf{S}^*(\square)$ ,  $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ .
6. Найти единственное в  $\mathbf{D}_+^*(\square)$  фундаментальное решение оператора  
 $A = \frac{d^2}{dx^2} + 6\frac{d}{dx} + 13$ .
7. Найти единственное в  $\mathbf{D}_+^*(\square)$  решение уравнения  $Au = \theta(x)e^{3x}$ .
8. Найти единственное в  $\mathbf{D}_+^*(\square)$  решение уравнения  $Au = f(x)$ , если  
 $f(x) = (x+1)\delta(3x-3)$ .
9. Решить интегральное уравнение  $x(t) = 2\int_0^t (e^{2(t-\tau)} - e^{t-\tau})x(\tau)d\tau + \delta'(t)$ .
10. Решить интегральное уравнение  $\int_0^t \operatorname{sh} 2(t-\tau)x(\tau)d\tau = 6\delta(t) + t$ .

Вариант №3.

1. Записать  $(f, \varphi)$ , если  $\varphi \in \mathbf{D}(\square)$ ,  $f(x) = \cos\frac{\pi x}{2}\delta''(x-1)$ .
2. Записать  $(f, \varphi)$ , если  $\varphi \in \mathbf{D}(\square)$ ,  $f(x) = x\delta(3x+2) + \theta(x)e^{-x}$ .
3. Найти  $f', f'', f'''$  в  $\mathbf{D}^*(\square)$ , если  $f(x) = \begin{cases} \cos x, & -\pi \leq x \leq \pi, \\ 0, & |x| > \pi. \end{cases}$
4. Найти  $F[f]$ , если  $f \in \mathbf{S}^*(\square)$ ,  $f(x) = x\delta(3x+2) + \cos\frac{\pi x}{2}\delta''(x-1)$ .
5. Найти  $F[f]$ , если  $f \in \mathbf{S}^*(\square)$ ,  $f(x) = \theta(x)xe^{-x}$ .

6. Найти единственное в  $D_+^*(\square)$  фундаментальное решение оператора

$$A = \frac{d^2}{dx^2} - 4 \frac{d}{dx} + 3.$$

7. Найти единственное в  $D_+^*(\square)$  решение уравнения  $Au = \theta(x)e^{-x}$ .

8. Найти единственное в  $D_+^*(\square)$  решение уравнения  $Au = f(x)$ , если

$$f(x) = \cos \frac{\pi x}{2} \delta''(x-1).$$

9. Решить интегральное уравнение

$$x(t) = \int_0^t (3 \cos 2(t-\tau) + \sin 2(t-\tau)) x(\tau) d\tau + \delta''(t).$$

10. Решить интегральное уравнение  $\int_0^t (t-\tau)^2 x(\tau) d\tau = \delta'(t) - \frac{1}{2}t^2$ .

Вариант №4.

1. Записать  $(f, \varphi)$ , если  $\varphi \in D(\square)$ ,  $f(x) = \sin \pi x \delta''(x+1)$ .

2. Записать  $(f, \varphi)$ , если  $\varphi \in D(\square)$ ,  $f(x) = x^2 \delta(2x-1) + \theta(x) \cos x$ .

3. Найти  $f'$ ,  $f''$ ,  $f'''$  в  $D^*(\square)$ , если  $f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1, \\ 1-x^2, & -1 \leq x \leq 0, \\ 1-x, & 0 \leq x \leq 1, \\ (x-1)^2, & x \geq 1. \end{cases}$

4. Найти  $F[f]$ , если  $f \in S^*(\square)$ ,  $f(x) = x^2 \delta(2x-1) + \sin \pi x \delta''(x+1)$ .

5. Найти  $F[f]$ , если  $f \in S^*(\square)$ ,  $f(x) = x \sin \pi x$ .

6. Найти единственное в  $D_+^*(\square)$  фундаментальное решение оператора

$$A = \frac{d^2}{dx^2} + 4 \frac{d}{dx} + 29.$$

7. Найти единственное в  $D_+^*(\square)$  решение уравнения  $Au = \theta(x) \cos x$ .

8. Найти единственное в  $D_+^*(\square)$  решение уравнения  $Au = f(x)$ , если

$$f(x) = x^2 \delta(2x-1).$$

9. Решить интегральное уравнение  $x(t) = \frac{1}{3} \int_0^t (2e^{\tau-t} - 5e^{2(t-\tau)}) x(\tau) d\tau + \delta'(t)$ .

10. Решить интегральное уравнение  $\int_0^t \cos \frac{t-\tau}{2} x(\tau) d\tau = e^t - 2\delta''(t)$ .

### **Критерии оценки:**

Комплект задач реконструктивно-творческого уровня для индивидуальной работы оценивается максимум в 20 баллов.

- **оценка «отлично»** выставляется студенту, если он набрал от 17 до 20 баллов;
- **оценка «хорошо»** выставляется студенту, если он набрал от 13 до 16,9 баллов;
- **оценка «удовлетворительно»** выставляется студенту, если он набрал от 8 до 12,9 баллов;
- **оценка «неудовлетворительно»** выставляется студенту, если он набрал менее четырех баллов.

## Вопросы к зачету

по дисциплине «Обобщённые функции»

1. Задачи, приводящие к понятию обобщённой функции.
2. Топологические линейные пространства. Задание топологии с помощью сходимости. Счётно-нормированные пространства.
3. Понятие основной функции. Пространство основных функций  $D$ . Действия над основными функциями. Сходимость в  $D$ .
4. Примеры основных функций. Построение основных функций с помощью «шапочки».
5. Понятие обобщённой функции. Пространство обобщённых функций  $D^*$ . Сходимость в  $D^*$ . Полнота  $D^*$ .
6. Носитель обобщённой функции. Регулярные и сингулярные обобщённые функции. Примеры обобщённых функций.
7. Действия над обобщёнными функциями: невырожденное линейное преобразование, умножение на бесконечно-дифференцируемую функцию. Примеры.
8. Дифференцирование обобщённых функций. Примеры.
9. Формулы Сохоцкого.
10. Прямое произведение обобщённых функций; их свойства. Примеры.
11. Свёртка обобщённых функций; их свойства. Примеры.
12. Свёрточная алгебра  $D_+^*$ . Топологические и функциональные свойства  $D_+^*$ .
13. Семейство функций  $f_\alpha$  и его свойства. Понятие о производной и первообразной дробного порядка.
14. Понятие основной быстро убывающей функции. Пространство основных быстро убывающих функций  $S$ . Действия над основными быстро убывающими функциями. Сходимость в  $S$ . Примеры. Связь пространств  $D$  и  $S$ .
15. Понятие обобщённой функции медленного роста. Пространство обобщённых функций медленного роста  $S^*$ . Действия над функциями из  $S^*$ . Сходимость в  $S^*$ . Примеры. Связь пространств  $D^*$  и  $S^*$ .
16. Преобразование Фурье в  $S$  и его свойства. Примеры.
17. Преобразование Фурье в  $S^*$  и его свойства. Примеры.
18. Преобразование Лапласа в  $D_+^*$ .
19. Обобщённые решения линейных дифференциальных уравнений. Фундаментальные решения линейных дифференциальных операторов.
20. Решение линейных дифференциальных уравнений в классе обобщённых функций.
21. Фундаментальное решение линейного дифференциального оператора с обыкновенными производными. Примеры.
22. Фундаментальное решение оператора теплопроводности.
23. Фундаментальное решение волнового оператора.
24. Обобщённая задача Коши для линейного дифференциального оператора с обыкновенными производными. Примеры.
25. Обобщённая задача Коши для оператора теплопроводности.
26. Обобщённая задача Коши для волнового оператора.
27. Решение краевых задач для уравнения теплопроводности в классе обобщённых функций.
28. Решение краевых задач для волнового уравнения в классе обобщённых функций.

**Критерии оценки:**

Ответ студента на зачете оценивается от 10 до 30 баллов. Каждый вопрос зачета оценивается максимум в 10 баллов.

- **оценка «зачтено»** выставляется студенту согласно положению о балльно-рейтинговой системе;
- **оценка «не зачтено»** выставляется студенту согласно положению о балльно-рейтинговой системе.