

Государственное образовательное учреждение  
«Приднестровский государственный университет им. Т. Г. Шевченко»

Физико-технический институт

Физико-математический факультет

Кафедра высшей и прикладной математики и информатики

УТВЕРЖДАЮ

Директор физико-технического  
института



/ Калошин Д.Н.

\_\_\_\_\_ 2024 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

по дисциплине

**Б1.О.07 «Обобщенные функции»**

на 2024/ 2025 учебный год

**Направление**

01.04.01 Математика

**Профиль**

Математика. Преподавание математики и информатики

**Квалификация**

Магистр

**Форма обучения**

Очная

ГОД НАБОРА 2023

Тирасполь 2024 г.

Рабочая программа дисциплины «*Обобщенные функции*» разработана в соответствии с требованиями Государственного образовательного стандарта ВО по направлению подготовки 01.04.01 «Математика» и основной профессиональной образовательной программы (учебного плана) по профилю подготовки «Математика. Преподавание математики и информатики».

Составитель рабочей программы

Доцент, к. ф. м. наук  / Алещенко С.А.

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры ВПМИ

«30» 08 2024 г. протокол № 1

Зав. кафедрой, отвечающей за реализацию дисциплины

«30» 08 2024 г.  / Коровой А.В.

Зав. выпускающей кафедрой высшей и прикладной математики и информатики

«30» 08 2024 г.  / Коровой А.В.

## 1. Цели и задачи освоения дисциплины

**Целью освоения дисциплины «Обобщенные функции»** является: формирование математической культуры, научного мировоззрения и навыков самостоятельной научной работы студентов, фундаментальная подготовка студентов в области теории обобщенных функций, овладение научным аппаратом теории обобщенных функций для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

**Задачами освоения дисциплины «Обобщенные функции»** являются:

- умение решать типовые задачи теории обобщенных функций, приобретение навыков работы со специальной математической литературой;
- умение доказывать основные теоретические положения и решать теоретические задачи дисциплины «Обобщенные функции»;
- умение использовать аппарат теории обобщенных функций для решения вычислительных, теоретических и прикладных задач.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.07 «Обобщенные функции» относится к обязательной части цикла Б1 ОПОП по направлению подготовки 01.04.01 «Математика», профиль подготовки «Математика. Преподавание математики и информатики».

## 3. Требования к результатам освоения дисциплины:

Изучение дисциплины направлено на формирование компетенций, приведенных в таблице ниже

Категория (группа) компетенций	Код и наименование	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции
Общепрофессиональные компетенции и индикаторы их достижения		
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1 Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики	ИД-1 <sub>ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3</sub> Знает виды деятельности по реализации научной педагогической деятельности, направленной на изучение совокупности отношений, возникающих в педагогической сфере, новых образовательных технологий, активных и интерактивных форм обучения
	ОПК-2 Способен строить и анализировать математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении	ИД-2 <sub>ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3</sub> Умеет: осуществлять практическую педагогическую деятельность в двух ее формах (учебной и воспитательной); планировать результаты обучения, проводить промежуточный и итоговый контроль знаний обучающихся
	ОПК-3 Способен использовать знания в сфере математики при осуществлении педагогической деятельности	ИД-3 <sub>ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3</sub> Владеет методами подготовки к проведению занятий по основным профессиональным образовательным программам и дополнительным профессиональным программам
Обязательные профессиональные компетенции и индикаторы их достижения		
	ПК-1 Способен на самостоятельное	ИД-1 <sub>ПК-1</sub> Знает: историю, теорию, закономерности и принципы построения и

	<p>построение целостной картины дисциплины</p>	<p>функционирования образовательных систем, роль и место образования в жизни личности и общества ИД-2<sub>ПК-1</sub> Умеет: разрабатывать и реализовывать программы учебных дисциплин в рамках основной общеобразовательной программы ИД-3<sub>ПК-1</sub> Владеет: формами и методами обучения, в том числе выходящими за рамки учебных занятий: проектная деятельность, лабораторные эксперименты, полевая практика и т.п.</p>
	<p>ПК-2 Владеет методами математического моделирования при анализе глобальных проблем на основе глубоких знаний фундаментальных математических дисциплин и компьютерных наук</p>	<p>ИД-1<sub>ПК-2</sub> Знает: преподаваемый предмет в пределах требований федеральных государственных образовательных стандартов и основной общеобразовательной программы, его истории и места в мировой культуре и науке ИД-2<sub>ПК-2</sub> Умеет: обеспечивать коммуникативную и учебную «включенности» всех учащихся в образовательный процесс (в частности, понимание формулировки задания, основной терминологии, общего смысла идущего в классе обсуждения) ИД-3<sub>ПК-2</sub> Владеет: предметно-педагогической ИКТ-компетентностью (отражающей профессиональную ИКТ-компетентность соответствующей области человеческой деятельности)</p>
	<p>ПК-7 Способен к организации учебной деятельности в конкретной предметной области (математика, физика, информатика)</p>	<p>ИД-1<sub>ПК-7</sub> Знает: преподаваемый предмет в пределах требований федеральных государственных образовательных стандартов и основной общеобразовательной программы, его истории и места в мировой культуре и науке ИД-2<sub>ПК-7</sub> Умеет: использовать информационные источники, следить за последними открытиями в области математики и знакомить с ними обучающихся, квалифицированно набирать математический текст, проводить различия между точным и (или) приближенным математическим доказательством, в частности, компьютерной оценкой, приближенным измерением, вычислением и др. ИД-3<sub>ПК-7</sub> Владеет: основными математическими компьютерными инструментами визуализации данных, зависимостей, отношений, процессов, геометрических объектов; вычислений - численных и символьных; обработки данных (статистики); экспериментальных лабораторий (вероятность, информатика)</p>

#### 4. Структура и содержание дисциплины

##### 4.1. Распределение трудоемкости в з.е./часах по видам аудиторной и самостоятельной работы студентов по семестрам:

Семестр	Количество часов						Форма контроля
	Трудоемкость, з.е./часы	В том числе					
		Аудиторных				Самост. работы	
		Всего	Лекций	Лаб. раб.	Практич. занятие		
3	2/72	36	18	-	18	36	Зачет
<b>Итого</b>	<b>2/72</b>	<b>36</b>	<b>18</b>	<b>-</b>	<b>18</b>	<b>36</b>	

##### 4.2. Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеауд. работа (СР)
			Л	ЛР	ПР	
1	Пространства $D$ и $D^*$ .	32	10	-	10	12
2	Пространства $S$ и $S^*$ .	20	4	-	4	12
3	Применение обобщенных функций.	20	4	-	4	12
<b>ИТОГО:</b>		<b>72</b>	<b>18</b>	<b>-</b>	<b>18</b>	<b>36</b>

##### 4.3. Тематический план по видам учебной деятельности

###### Лекции

№ п/п	Номер раздела дисциплины	Объем часов	Тема лекции	Учебно-наглядные пособия
Пространства $D$ и $D^*$ .				
1	1	2	Задачи, приводящие к понятию обобщенной функции. Пространство основных функций $D$ . Примеры основных функций. Носитель основной функции. Топологические и функциональные свойства пространства $D$ .	[1] – [6]
2	1	2	Понятие обобщенной функции. Пространство обобщенных функций $D^*$ . Топологические свойства пространства $D^*$ . Полнота пространства $D^*$ . Носитель обобщенной функции. Регулярные и сингулярные обобщенные функции. Примеры обобщенных функций.	[1] – [6]

№ п/п	Номер раздела дисциплины	Объем часов	Тема лекции	Учебно-наглядные пособия
3	1	2	Действия над обобщенными функциями: невырожденное линейное преобразование, умножение на бесконечно дифференцируемую функцию. Дифференцирование обобщенных функций. Примеры.	[1] – [6]
4	1	2	Прямое произведение обобщенных функций и его свойства. Свёртка обобщенных функций и её свойства. Примеры. Свёрточная алгебра $D_+^*$ . Топологические и функциональные свойства $D_+^*$ .	[1] – [6]
5	1	2	Формулы Сохоцкого. Решение уравнений в классе обобщенных функций. Интегрирование обобщенных функций. Понятие о производной дробного порядка.	[1] – [6]
<b>Итого по разделу часов</b>		<b>10</b>		
Пространства $S$ и $S^*$ .				
6	2	2	Пространство основных быстро убывающих функций $S$ . Пространство обобщенных функций медленного роста $S^*$ . Действия над функциями из $S^*$ . Примеры.	[1] – [6]
7	2	2	Преобразование Фурье в $S$ и $S^*$ ; его свойства. Примеры. Преобразование Лапласа в $D_+^*$ . Примеры.	[1] – [6]
<b>Итого по разделу часов</b>		<b>4</b>		
Применение обобщенных функций.				
8	3	2	Обобщенные решения линейных дифференциальных уравнений и фундаментальные решения линейных дифференциальных операторов. Решение линейных дифференциальных уравнений в классе обобщенных функций. Фундаментальные решения волнового оператора и оператора теплопроводности.	[1] – [6]
9	3	2	Решение краевых задач в классе обобщенных функций.	[1] – [6]
<b>Итого по разделу часов</b>		<b>4</b>		
<b>ИТОГО:</b>		<b>18</b>		

### Практические (семинарские) занятия

№ п/п	Номер раздела дисциплины	Объем часов	Тема практических (семинарских) занятий	Учебно-наглядные пособия
Пространства $D$ и $D^*$				
1	1	2	Основные и обобщенные функции. Сходимость в $D$ и $D^*$ .	[1] – [6]
2	1	2	Простейшие действия над обобщенными функциями. Дифференцирование обобщенных функций.	[1] – [6]
3	1	2	Дифференцирование обобщенных функций.	[1] – [6]
4	1	2	Прямое произведение и свертка обобщенных функций.	[1] – [6]
5	1	2	Свёрточная алгебра $D_+^*$ . Производные и первообразные дробного порядка. Решение уравнений в классе обобщенных функций.	[1] – [6]
<b>Итого по разделу часов</b>		<b>10</b>		
Пространства $S$ и $S^*$				
6	2	2	Основные быстро убывающие функции и обобщенные функции медленного роста. Сходимость в $S$ и $S^*$ . Преобразование Фурье в $S$ .	[1] – [6]
7	2	2	Преобразование Фурье в $S^*$ . Свойства преобразования Фурье. Преобразование Лапласа в $D_+^*$ .	[1] – [6]
<b>Итого по разделу часов</b>		<b>4</b>		
Применение обобщенных функций				
8	3	2	Фундаментальные решения линейных дифференциальных операторов. Решение задачи Коши для ОДУ в классе обобщенных функций.	[1] – [6]
9	3	2	Решение обобщенной задачи Коши для волнового оператора и оператора теплопроводности. Решение краевых задач для УЧП в классе обобщенных функций.	[1] – [6]
<b>Итого по разделу часов</b>		<b>4</b>		
<b>ИТОГО:</b>		<b>18</b>		

**Лабораторные занятия – не предусмотрены**

## Самостоятельная работа обучающегося

Раздел дисциплины	№ п/п	Тема и вид самостоятельной работы обучающегося	Трудоемкость (в часах)
Раздел 1	1	Изучение теоретического материала по разделу.	12
	2	Домашнее задание и индивидуальная работа: Исследование на сходимость последовательностей и рядов в $D$ и $D^*$ ; простейшие действия над обобщенными функциями; дифференцирование обобщенных функций; прямое произведение и свертка обобщенных функций; производные и первообразные дробного порядка; решение уравнений в классе обобщенных функций.	
<b>Итого по разделу часов</b>			<b>12</b>
Раздел 2	1	Изучение теоретического материала по разделу.	12
	2	Домашнее задание и индивидуальная работа: Изучение топологических и функциональных свойств пространств $S$ и $S^*$ ; изучение связи пространств $D, S, D^*, S^*$ ; исследование на сходимость последовательностей и рядов в $S$ и $S^*$ ; действия над обобщенными функциями в $S^*$ ; свертка в $S$ и $S^*$ ; преобразование Фурье в $S$ и $S^*$ ; преобразование Лапласа в $D_+$ .	
<b>Итого по разделу часов</b>			<b>12</b>
Раздел 3	1	Изучение теоретического материала по разделу.	12
	2	Домашнее задание и индивидуальная работа: Поиск фундаментальных решений различных дифференциальных операторов; решение задачи Коши для ОДУ в классе обобщенных функций; решение обобщенной задачи Коши для волнового оператора и оператора теплопроводности; решение краевых задач для УЧП в классе обобщенных функций; постановка и решение задачи Коши и краевых задач для некоторых физических процессов, описываемых обобщенными функциями.	
<b>Итого по разделу часов</b>			<b>12</b>
<b>ИТОГО:</b>			<b>36</b>

## 5. Примерная тематика курсовых проектов (работ)

Курсовые проекты и курсовые работы учебным планом не предусмотрены.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 6.1. Обеспеченность обучающихся учебниками, учебными пособиями

№ п/п	Наименование учебника, учебного пособия	Автор	Год издания	Количество экземпляров	Электронная версия	Место размещения электронной версии
Основная литература						
1	Уравнения математической физики	Владимиров В.С.	1981	5	+	<a href="https://csc-knu.github.io/mp/h/books/vladimirov-lectures-1981.pdf">https://csc-knu.github.io/mp/h/books/vladimirov-lectures-1981.pdf</a>
2	Элементы теории функций и функционального анализа	Колмогоров А.Н., Фомин С.В.	1976	5	+	<a href="https://ikfia.ysn.ru/wp-content/uploads/2018/01/KolmogorovFomin1976ru.pdf">https://ikfia.ysn.ru/wp-content/uploads/2018/01/KolmogorovFomin1976ru.pdf</a>
3	Обобщенные функции и действия над ними	Гельфанд И.М., Шилов Г.Е.	1959	5	+	<a href="https://libcats.org/book/812558">https://libcats.org/book/812558</a>
4	Пространства основных и обобщенных функций	Гельфанд И.М., Шилов Г.Е.	1958	5	+	<a href="https://libarch.nmu.org.ua/handle/GenofondUA/29743?locale-attribute=es">https://libarch.nmu.org.ua/handle/GenofondUA/29743?locale-attribute=es</a>
5	Сборник задач по уравнениям математической физики	Владимиров В.С.	2003	5	+	<a href="https://studizba.com/files/uravneniya-matematicheskoy-fiziki-umf/book/276017-vladimirov-s.v.-sbornik-zadach-po.html">https://studizba.com/files/uravneniya-matematicheskoy-fiziki-umf/book/276017-vladimirov-s.v.-sbornik-zadach-po.html</a>
6	Теория обобщенных функций: секвенциальный подход	Антосик П., Микусинский Я., Сикорский Р.	1976	5	+	<a href="https://libarch.nmu.org.ua/handle/GenofondUA/60697">https://libarch.nmu.org.ua/handle/GenofondUA/60697</a>
Дополнительная литература						
1	Обобщенные функции в математической физике	Владимиров В.С.	1979	5	+	<a href="https://obuchalka.org/20230217151853/obobschennye-funkcii-v-matematicheskoi-fizike-vladimirov-v-s-1979.html">https://obuchalka.org/20230217151853/obobschennye-funkcii-v-matematicheskoi-fizike-vladimirov-v-s-1979.html</a>

2	Теоремы и задачи функционального анализа.	Кириллов А.А., Гвишиани А.Д.	1988	5	+	<a href="https://obuchalka.org/20190911113772/teoremi-i-zadachi-funkcionalnogo-analiza-kirillov-a-a-gvishiani-a-d-1988.html">https://obuchalka.org/20190911113772/teoremi-i-zadachi-funkcionalnogo-analiza-kirillov-a-a-gvishiani-a-d-1988.html</a>
3	Теория операторов	Садовничий В.А.	2004	5	+	<a href="https://obuchalka.org/2015032483509/teoriya-operatorov-sadovnichii-v-a-2004.html">https://obuchalka.org/2015032483509/teoriya-operatorov-sadovnichii-v-a-2004.html</a>
4	Математический анализ. Второй специальный курс	Шилов Г.Е.	1965	5	+	<a href="https://obuchalka.org/20230203151469/matematicheskii-analiz-vtoroi-specialnii-kurs-shilov-g-e-1965.html">https://obuchalka.org/20230203151469/matematicheskii-analiz-vtoroi-specialnii-kurs-shilov-g-e-1965.html</a>
<b>Итого по дисциплине:</b> 100 % печатных изданий; 100 % электронных						

## ***6.2. Программное обеспечение и Интернет-ресурсы***

При изучении дисциплины полезно посетить следующие Интернет-ресурсы, электронные информационные источники:

<http://www.gpntb.ru> – Государственная публичная научно-техническая библиотека России

<http://elibrary.ru> – Научная электронная библиотека,

<http://www.lib.msu.su> – научная библиотека Московского государственного университета

<http://www.lib.berkeley.edu/> - список библиотек мира в Сети

<http://ipl.sils.umich.edu> - публичная библиотека Интернет

<http://www.riis.ru> – Международная образовательная ассоциация. Задачи – содействие развитию образования в различных областях

## ***6.3. Методические указания и материалы по видам занятий***

В освоении дисциплины студентам помогут:

- библиотечный фонд библиотеки ПГУ;
- рабочая программа по дисциплине;
- учебные тексты, предлагаемые студентам в ходе занятия;
- научные статьи;
- Федеральный государственный образовательный стандарт;
- учебный план;
- учебно-методический комплекс дисциплины.

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

Таблица производных, таблица интегралов, таблица основных тригонометрических формул, графики основных элементарных функций, таблица разложений элементарных

функций в ряд Тейлора, таблица оригиналов и изображений, аудиторный фонд физико-математического факультета.

## **8. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины:**

Студентам предлагается использовать указанную литературу для более полного усвоения учебного материала, а также для изучения материала, запланированного для самостоятельной работы. Студентам необходимо выполнять индивидуальные задания по основным темам курса. Задания, вынесенные на самостоятельную работу, проверяются преподавателем в течение семестра; оценки за индивидуальные задания и самостоятельную работу учитываются в конце семестра во время сдачи зачета.

Для успешной подготовки и сдачи зачета необходимо проделать следующую работу:

- Изучить теоретический материал, относящийся к каждому разделу.
- Выработать устойчивые навыки в решении теоретических и практических заданий.
- Выполнять индивидуальные задания в течение семестра.
- Принимать активное участие в решении задач на практических занятиях.
- Посещать консультации и принимать активное участие в обсуждении изучаемого материала.

## 9. Технологическая карта дисциплины

Технологическая карта  
по дисциплине «Обобщенные функции»

Курс II

группа ФТ23ДР68МА (602)

семестр 3

2024-2025 учебный год

Преподаватель-лектор – *доцент Алещенко С.А.*

Преподаватель, ведущий практические занятия, – *доцент Алещенко С.А.*

Кафедра Высшей и прикладной математики и информатики

Семестр	Количество часов						Форма контроля
	Трудоемкость, з.е./часы	В том числе					
		Аудиторных				Самост. работы	
		Всего	Лекций	Лаб. раб.	Практич. занятие		
3	2/72	36	18	-	18	36	Зачет

Форма текущей аттестации	Расшифровка	Минимальное количество баллов	Максимальное количество баллов
Посещение лекционных занятий	<i>Рассчитывается согласно приложению 4</i>	0	10
Работа на практических занятиях	<i>Рассчитывается согласно приложению 5</i>	0	10
Домашние задания		0	30
Индивидуальная работа			20
<b>Итого количество баллов по текущей аттестации</b>		<b>45</b>	<b>70</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>Зачет</b>	<b>10</b>	<b>30</b>
<b>Итого по дисциплине</b>		<b>55</b>	<b>100</b>

**Приложение 4****Начисление баллов по результатам посещения лекций\***

<b>Процент посещенных лекций</b>	<b>Начисляемые баллы</b>
0-49%	0 баллов
50-54%	1 балл
55-59%	2 балла
60-64%	3 балла
65-69%	4 балла
70-74%	5 баллов
75-79%	6 баллов
80-84%	7 баллов
85-89%	8 баллов
90-94%	9 баллов
95-100%	10 баллов

\*В случае посещения студентом менее чем 85% лекций, предусмотренных учебной программой по дисциплине, для получения рейтингового балла, начисляемого по данному критерию, студент обязан предоставить преподавателю конспект пропущенных лекций.

**Приложение 5****Начисление баллов по рейтингу текущей успеваемости на практических занятиях\***

<b>Средняя оценка полученных оценок на занятиях</b>	<b>Начисляемые баллы</b>
3	6 баллов
3,5	7 баллов
4	8 баллов
4,5	9 баллов
5	10 баллов

\*Практические занятия, пропущенные по уважительной или по неуважительной причине, должны быть отработаны в течение семестра в установленном порядке.