

Государственное образовательное учреждение
«Приднестровский государственный университет им. Т. Г. Шевченко»

Физико-технический институт

Физико-математический факультет

Кафедра высшей и прикладной математики и информатики

УТВЕРЖДАЮ
Директор физико-технического
института



Калошин Д.Н.

2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по дисциплине

Б1.О.06 «Интегральные уравнения»

на 2024/ 2025 учебный год

Направление

01.04.01 Математика

Профиль

Математика. Преподавание математики и информатики

Квалификация

Магистр

Форма обучения

Очная

ГОД НАБОРА 2023

Тирасполь 2024 г.

Рабочая программа дисциплины *«Интегральные уравнения»* разработана в соответствии с требованиями Государственного образовательного стандарта ВО по направлению подготовки 01.04.01 «Математика» и основной профессиональной образовательной программы (учебного плана) по профилю подготовки «Математика. Преподавание математики и информатики».

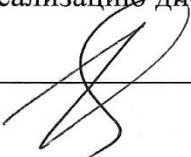
Составитель рабочей программы

Доцент, к. ф. м. наук  / Алещенко С.А.

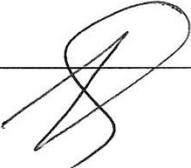
Рабочая программа утверждена на заседании кафедры ВПМИ

«30» 08 2024 г. протокол № 1

Зав. кафедрой, отвечающей за реализацию дисциплины

«30» 08 2024 г.  / Коровай А.В.

Зав. выпускающей кафедрой высшей и прикладной математики и информатики

«30» 08 2024 г.  / Коровай А.В.

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Интегральные уравнения» является: формирование математической культуры, научного мировоззрения и навыков самостоятельной научной работы студентов, фундаментальная подготовка студентов в области теории интегральных уравнений, овладение научным аппаратом теории интегральных уравнений для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

Задачами освоения дисциплины «Интегральные уравнения» являются:

- умение решать типовые задачи теории интегральных уравнений, приобретение навыков работы со специальной математической литературой;
- умение доказывать основные теоретические положения и решать теоретические задачи дисциплины «Интегральные уравнения»;
- умение использовать аппарат теории интегральных уравнений для решения вычислительных, теоретических и прикладных задач.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.06 «Интегральные уравнения» относится к обязательной части цикла Б1 ОПОП по направлению подготовки 01.04.01 «Математика», профиль подготовки «Математика. Преподавание математики и информатики».

3. Требования к результатам освоения дисциплины:

Изучение дисциплины направлено на формирование компетенций, приведенных в таблице ниже

| Категория (группа) компетенций | Код и наименование | Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции |
|--|--|--|
| Общепрофессиональные компетенции и индикаторы их достижения | | |
| Теоретические и практические основы профессиональной деятельности | ОПК-1 Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики | ИД-1 _{опк-1, опк-2, опк-3} Знает виды деятельности по реализации научной педагогической деятельности, направленной на изучение совокупности отношений, возникающих в педагогической сфере, новых образовательных технологий, активных и интерактивных форм обучения |
| | ОПК-2 Способен строить и анализировать математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении | ИД-2 _{опк-1, опк-2, опк-3} Умеет: осуществлять практическую педагогическую деятельность в двух ее формах (учебной и воспитательной); планировать результаты обучения, проводить промежуточный и итоговый контроль знаний обучающихся |
| | ОПК-3 Способен использовать знания в сфере математики при осуществлении педагогической деятельности | ИД-3 _{опк-1, опк-2, опк-3} Владеет методами подготовки к проведению занятий по основным профессиональным образовательным программам и дополнительным профессиональным программам |
| Обязательные профессиональные компетенции и индикаторы их достижения | | |
| | ПК-1 Способен на самостоятельное построение целостной картины дисциплины | ИД-1 _{пк-1} Знает: историю, теорию, закономерности и принципы построения и функционирования образовательных систем, роль и место образования в жизни личности и общества ИД-2 _{пк-1} Умеет: разрабатывать и реализовывать программы учебных дисциплин в рамках основной общеобразовательной программы |

| | | |
|--|---|--|
| | | ИД-3 _{ПК-1} Владеет: формами и методами обучения, в том числе выходящими за рамки учебных занятий: проектная деятельность, лабораторные эксперименты, полевая практика и т.п |
| | ПК-2 Владеет методами математического моделирования при анализе глобальных проблем на основе глубоких знаний фундаментальных математических дисциплин и компьютерных наук | ИД-1 _{ПК-2} Знает: преподаваемый предмет в пределах требований федеральных государственных образовательных стандартов и основной общеобразовательной программы, его истории и места в мировой культуре и науке ИД-2 _{ПК-2} Умеет: обеспечивать коммуникативную и учебную «включенности» всех учащихся в образовательный процесс (в частности, понимание формулировки задания, основной терминологии, общего смысла идущего в классе обсуждения) ИД-3 _{ПК-2} Владеет: предметно-педагогической ИКТ-компетентностью (отражающей профессиональную ИКТ-компетентность соответствующей области человеческой деятельности) |
| | ПК-7 Способен к организации учебной деятельности в конкретной предметной области (математика, физика, информатика) | ИД-1 _{ПК-7} Знает: преподаваемый предмет в пределах требований федеральных государственных образовательных стандартов и основной общеобразовательной программы, его истории и места в мировой культуре и науке ИД-2 _{ПК-7} Умеет: использовать информационные источники, следить за последними открытиями в области математики и знакомить с ними обучающихся, квалифицированно набирать математический текст, проводить различия между точным и (или) приближенным математическим доказательством, в частности, компьютерной оценкой, приближенным измерением, вычислением и др. ИД-3 _{ПК-7} Владеет: основными математическими компьютерными инструментами визуализации данных, зависимостей, отношений, процессов, геометрических объектов; вычислений - численных и символьных; обработки данных (статистики); экспериментальных лабораторий (вероятность, информатика) |

4. Структура и содержание дисциплины

4.1. Распределение трудоемкости в з.е./часах по видам аудиторной и самостоятельной работы студентов по семестрам:

| Семестр | Трудоемкость, з.е./часы | Количество часов | | | | | Самост. работы | Форма контроля |
|--------------|-------------------------|------------------|------------------|----------|-----------|-----------|----------------|----------------|
| | | В том числе | | | | | | |
| | | Аудиторных | | | | | | |
| Всего | Лекций | Лаб. раб. | Практич. занятие | | | | | |
| 3 | 2/72 | 36 | 18 | - | 18 | 36 | Зачет | |
| Итого | 2/72 | 36 | 18 | - | 18 | 36 | | |

4.2. Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины

| № раздела | Наименование разделов | Количество часов | | | | |
|---------------|---|------------------|-------------------|----------|-----------|---------------------|
| | | Всего | Аудиторная работа | | | Внеауд. работа (СР) |
| | | | Л | ЛР | ПР | |
| 1 | Принцип Банаха сжимающих отображений. | 21 | 6 | – | 6 | 9 |
| 2 | Методы решения линейных интегральных уравнений. | 19 | 4 | – | 6 | 9 |
| 3 | Теория Рисса-Шаудера. | 15 | 4 | – | 2 | 9 |
| 4 | Принцип Шаудера неподвижной точки. | 17 | 4 | – | 4 | 9 |
| ИТОГО: | | 72 | 18 | - | 18 | 36 |

4.3. Тематический план по видам учебной деятельности

Лекции

| № п/п | Номер раздела дисциплины | Объем часов | Тема лекции | Учебно-наглядные пособия |
|---|--------------------------|-------------|---|--------------------------|
| Принцип Банаха сжимающих отображений. | | | | |
| 1 | 1 | 2 | Принцип сжимающих отображений. Применение к линейным интегральным уравнениям Фредгольма в пространствах $C_{[a,b]}$, $L_2[a,b]$, $L_p[a,b]$, $L_1[a,b]$, $L_\infty[a,b]$. | [1] – [6] |
| 2 | 1 | 2 | Применение принципа сжимающих отображений к нелинейным интегральным уравнениям типа Фредгольма в пространствах $C_{[a,b]}$, $L_2[a,b]$, $L_p[a,b]$, $L_1[a,b]$, $L_\infty[a,b]$. | [1] – [6] |
| 3 | 1 | 2 | Обобщенный принцип сжимающих отображений. Применение к линейным интегральным уравнениям Вольтерра и нелинейным интегральным уравнениям типа Вольтерра в пространстве $C_{[a,b]}$. | [1] – [6] |
| Итого по разделу часов | | 6 | | |
| Методы решения линейных интегральных уравнений. | | | | |
| 4 | 2 | 2 | Решение линейных интегральных уравнений с помощью резольвенты. Решение интегральных уравнений Фредгольма с вырожденными ядрами. | [1] – [6] |

| | | | | |
|------------------------------------|---|-----------|---|-----------|
| 5 | 2 | 2 | Решение интегральных уравнений Фредгольма с эрмитовыми ядрами. Решение линейных интегральных уравнений с помощью рядов Фурье. | [1] – [6] |
| Итого по разделу часов | | 4 | | |
| Теория Рисса-Шаудера. | | | | |
| 6 | 3 | 2 | Свойства ядра и образа оператора $T=I-\lambda A$ (A – компактный оператор). Первая и вторая теоремы Фредгольма. | [1] – [6] |
| 7 | 3 | 2 | Третья и четвертая теоремы Фредгольма. Альтернатива Фредгольма. Следствия и частные случаи теории Рисса-Шаудера. | [1] – [6] |
| Итого по разделу часов | | 4 | | |
| Принцип Шаудера неподвижной точки. | | | | |
| 8 | 4 | 2 | Принцип Шаудера неподвижной точки. Применение принципа Шаудера к нелинейным интегральным уравнениям типа Фредгольма в пространстве $C_{[a,b]}$. | [1] – [6] |
| 9 | 4 | 2 | Применение принципа Шаудера к нелинейным интегральным уравнениям типа Фредгольма в пространствах $L_{2[a,b]}$, $L_{p[a,b]}$, $L_{1[a,b]}$, $L_{\infty[a,b]}$. | [1] – [6] |
| Итого по разделу часов | | 4 | | |
| ИТОГО: | | 18 | | |

Практические (семинарские) занятия

| № п/п | Номер раздела дисциплины | Объем часов | Тема практических (семинарских) занятий | Учебно-наглядные пособия |
|---------------------------------------|--------------------------|-------------|---|--------------------------|
| Принцип Банаха сжимающих отображений. | | | | |
| 1 | 1 | 2 | Решение линейных интегральных уравнений методом последовательных приближений. | [1] – [6] |
| 2 | 1 | 2 | Исследование на разрешимость линейных интегральных уравнений в пространствах $C_{[a,b]}$, $L_{2[a,b]}$, $L_{p[a,b]}$, $L_{1[a,b]}$, $L_{\infty[a,b]}$ с помощью принципа сжимающих отображений. | [1] – [6] |
| 3 | 1 | 2 | Исследование на разрешимость нелинейных интегральных уравнений в пространствах $C_{[a,b]}$, $L_{2[a,b]}$, $L_{p[a,b]}$, $L_{1[a,b]}$, $L_{\infty[a,b]}$ с помощью принципа сжимающих отображений. | [1] – [6] |

| | | | | |
|---|---|-----------|---|-----------|
| Итого по разделу часов | | 6 | | |
| Методы решения линейных интегральных уравнений. | | | | |
| 4 | 2 | 2 | Решение линейных интегральных уравнений с помощью резольвенты. Решение интегральных уравнений Фредгольма с вырожденными ядрами. | [1] – [6] |
| 5 | 2 | 2 | Решение интегральных уравнений Фредгольма с эрмитовыми ядрами. | [1] – [6] |
| 6 | 2 | 2 | Решение линейных интегральных уравнений с помощью рядов Фурье. | [1] – [6] |
| Итого по разделу часов | | 6 | | |
| Теория Рисса-Шаудера. | | | | |
| 7 | 3 | 2 | Исследование на разрешимость интегральных уравнений Фредгольма в пространстве $L_{2[a,b]}$ с помощью теории Рисса-Шаудера. | [1] – [6] |
| Итого по разделу часов | | 2 | | |
| Принцип Шаудера неподвижной точки. | | | | |
| 8 | 4 | 2 | Исследование на разрешимость нелинейных интегральных уравнений в пространстве $C_{[a,b]}$ с помощью принципа Шаудера. | [1] – [6] |
| 9 | 4 | 2 | Исследование на разрешимость нелинейных интегральных уравнений в пространствах $L_{2[a,b]}$, $L_{p[a,b]}$, $L_{1[a,b]}$, $L_{\infty[a,b]}$ с помощью принципа Шаудера. | [1] – [6] |
| Итого по разделу часов | | 4 | | |
| ИТОГО: | | 18 | | |

Лабораторные занятия – не предусмотрены

Самостоятельная работа обучающегося

| Раздел дисциплины | № п/п | Тема и вид самостоятельной работы обучающегося | Трудоемкость (в часах) |
|-------------------------------|-------|--|------------------------|
| Раздел 1 | 1 | Изучение теоретического материала по разделу. | 9 |
| | 2 | Домашнее задание и индивидуальная работа: Исследование на разрешимость линейных и нелинейных интегральных уравнений в различных функциональных пространствах с помощью принципа Банаха сжимающих отображений. Решение интегральных уравнений методом последовательных приближений. | |
| Итого по разделу часов | | | 9 |
| Раздел 2 | 1 | Изучение теоретического материала по разделу. | 9 |
| | 2 | Домашнее задание и индивидуальная работа: | |

| | | | |
|-------------------------------|---|---|-----------|
| | | Решение интегральных уравнений с помощью резольвенты; решение интегральных уравнений с вырожденными ядрами; решение интегральных уравнений с эрмитовыми ядрами; решение интегральных уравнений с помощью рядов Фурье. | |
| Итого по разделу часов | | | 9 |
| Раздел 3 | 1 | Изучение теоретического материала по разделу. | 9 |
| | 2 | Домашнее задание и индивидуальная работа: Исследование на разрешимость линейных интегральных уравнений с помощью теории Рисса-Шаудера. | |
| Итого по разделу часов | | | 9 |
| Раздел 4 | 1 | Изучение теоретического материала по разделу. | 9 |
| | 2 | Домашнее задание и индивидуальная работа: Исследование на разрешимость нелинейных интегральных уравнений в различных функциональных пространствах с помощью принципа Шаудера неподвижной точки. | |
| Итого по разделу часов | | | 9 |
| ИТОГО: | | | 36 |

5. Примерная тематика курсовых проектов (работ)

Курсовые проекты и курсовые работы учебным планом не предусмотрены.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1. Обеспеченность обучающихся учебниками, учебными пособиями

| № п/п | Наименование учебника, учебного пособия | Автор | Год издания | Количество экземпляров | Электронная версия | Место размещения электронной версии |
|---------------------|---|------------------------------|-------------|------------------------|--------------------|---|
| Основная литература | | | | | | |
| 1 | Элементы теории функций и функционального анализа | Колмогоров А.Н., Фомин С.В. | 1976 | 5 | + | https://ikfia.ysn.ru/wp-content/uploads/2018/01/KolmogorovFomin1976ru.pdf |
| 2 | Элементы функционального анализа | Люстерник Л.А., Соболев В.И. | 1965 | 5 | + | https://obuchalka.org/20230615154700/elementi-funktionalnogo-analiza-lusternik-l-a-sobolev-v-i-1965.html |
| 3 | Интегральные уравнения | Забрейко П.П. и др. | 1968 | 5 | + | https://obuchalka.org/2012110467764/integralnie-uravneniya-zabreiko-p-p-koshelev-a-i-krasnoselskii-m-a-1968.html |
| 4 | Интегральные уравнения | Васильева А.Б., Тихонов Н.А. | 2002 | 5 | + | https://obuchalka.org/20230325152690/integralnie-uravneniya-vasileva-a-b-tihonov-n-a-2002.html |

| № п/п | Наименование учебника, учебного пособия | Автор | Год издания | Количество экземпляров | Электронная версия | Место размещения электронной версии |
|---|---|--|-------------|------------------------|--------------------|---|
| 5 | Интегральные уравнения | Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. | 1968 | 5 | + | https://obuchalka.org/20190609110022/integracie-uravneniya-krasnov-m-l-kiselev-a-i-makarenko-g-i-1968.html |
| 6 | Задачи и упражнения по функциональному анализу. | Антоневич А.Б., Князев П.Н., Радыно Я.В. | 2010 | 5 | + | https://obuchalka.org/20180802102729/zadachi-i-uprajneniya-po-funkcionalnomu-analizu-bolee-1700-zadach-uchebnoe-posobie-kreina-s-g-antonevich-a-b-knyazev-p-n-radino-ya-v-2010.html |
| Дополнительная литература | | | | | | |
| 1 | Сборник задач по уравнениям математической физики | Владимиров В.С. | 2003 | 5 | + | https://studizba.com/files/uravneniya-matematicheskoy-fiziki-umf/book/276017-vladimirov-s.v.-sbornik-zadach-po.html |
| 2 | Интегральные уравнения | Трикоми Ф. | 1960 | 5 | + | https://ega-math.narod.ru/Books/Tricomi2.htm |
| 3 | Функциональный анализ | Треногин В.А. | 2002 | 5 | + | https://obuchalka.org/20230517154056/funkcionalnii-analiz-uchebnik-trenogin-v-a-2002.html |
| 4 | Теория операторов | Садовничий В.А. | 2004 | 5 | + | https://obuchalka.org/2015032483509/teoriya-operatorov-sadovnichii-v-a-2004.html |
| Итого по дисциплине: 100 % печатных изданий; 100 % электронных | | | | | | |

6.2. Программное обеспечение и Интернет-ресурсы

При изучении дисциплины полезно посетить следующие Интернет-ресурсы, электронные информационные источники:

<http://www.gpntb.ru> – Государственная публичная научно-техническая библиотека России

<http://elibrary.ru> – Научная электронная библиотека,

<http://www.lib.msu.su> – научная библиотека Московского государственного университета

<http://www.lib.berkeley.edu/> - список библиотек мира в Сети

<http://ipl.sils.umich.edu> - публичная библиотека Интернет

<http://www.riis.ru> – Международная образовательная ассоциация. Задачи – содействие развитию образования в различных областях

6.3. Методические указания и материалы по видам занятий

В освоении дисциплины студентам помогут:

- библиотечный фонд библиотеки ПГУ;
- рабочая программа по дисциплине;
- учебные тексты, предлагаемые студентам в ходе занятия;
- научные статьи;
- Федеральный государственный образовательный стандарт;
- учебный план;
- учебно-методический комплекс дисциплины.

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Таблица производных, таблица интегралов, таблица основных тригонометрических формул, графики основных элементарных функций, таблица разложений элементарных функций в ряд Тейлора, аудиторный фонд физико-математического факультета.

8. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины:

Обучающимся предлагается использовать указанную литературу для более полного усвоения учебного материала, а также для изучения материала, запланированного для самостоятельной работы. Студентам необходимо выполнять индивидуальные задания по основным темам курса. Задания, вынесенные на самостоятельную работу, проверяются преподавателем в течение семестра; оценки за индивидуальные задания и самостоятельную работу учитываются в конце семестра во время сдачи зачета.

Для успешной подготовки и сдачи зачета необходимо проделать следующую работу:

- Изучить теоретический материал, относящийся к каждому разделу.
- Выработать устойчивые навыки в решении теоретических и практических заданий.
- Выполнять индивидуальные задания в течение семестра.
- Принимать активное участие в решении задач на практических занятиях.
- Посещать консультации и принимать активное участие в обсуждении изучаемого материала.

9. Технологическая карта дисциплины

Технологическая карта по дисциплине «Интегральные уравнения»

Курс II
группа ФТ23ДР68МА (602)

семестр 3

2024-2025 учебный год

Преподаватель-лектор – *доцент Алещенко С.А.*

Преподаватель, ведущий практические занятия, – *доцент Алещенко С.А.*

Кафедра Высшей и прикладной математики и информатики

| Семестр | Трудоемкость, з.е./часы | Количество часов | | | | | Форма контроля |
|---------|----------------------------|------------------|--------|-----------|---------------------|-------------------|-------------------|
| | | В том числе | | | | | |
| | | Аудиторных | | | | Самост. работы | |
| | | Всего | Лекций | Лаб. раб. | Практич. занятие | | |
| 3 | 2/72 | 36 | 18 | - | 18 | 36 | Зачет |

| Форма текущей аттестации | Расшифровка | Минимальное количество баллов | Максимальное количество баллов |
|--|---|----------------------------------|-----------------------------------|
| Посещение лекционных занятий | <i>Рассчитывается согласно приложению 4</i> | 0 | 10 |
| Работа на практических занятиях | <i>Рассчитывается согласно приложению 5</i> | 0 | 10 |
| Домашние задания и индивидуальная работа (часть 1) | | 0 | 25 |
| Домашние задания и индивидуальная работа (часть 2) | | | 25 |
| Итого количество баллов по текущей аттестации | | 45 | 70 |
| Промежуточная аттестация | Зачет | 10 | 30 |
| Итого по дисциплине | | 55 | 100 |

Приложение 4

Начисление баллов по результатам посещения лекций*

| Процент посещенных лекций | Начисляемые баллы |
|---------------------------|-------------------|
| 0-49% | 0 баллов |
| 50-54% | 1 балл |
| 55-59% | 2 балла |
| 60-64% | 3 балла |
| 65-69% | 4 балла |
| 70-74% | 5 баллов |
| 75-79% | 6 баллов |
| 80-84% | 7 баллов |
| 85-89% | 8 баллов |
| 90-94% | 9 баллов |
| 95-100% | 10 баллов |

*В случае посещения студентом менее чем 85% лекций, предусмотренных учебной программой по дисциплине, для получения рейтингового балла, начисляемого по данному критерию, студент обязан предоставить преподавателю конспект пропущенных лекций.

Начисление баллов по рейтингу текущей успеваемости на практических занятиях*

| Средняя оценка полученных оценок на занятиях | Начисляемые баллы |
|---|--------------------------|
| 3 | 6 баллов |
| 3,5 | 7 баллов |
| 4 | 8 баллов |
| 4,5 | 9 баллов |
| 5 | 10 баллов |

*Практические занятия, пропущенные по уважительной или по неуважительной причине, должны быть отработаны в течение семестра в установленном порядке.