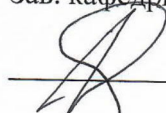


Государственное образовательное учреждение
«Приднестровский государственный университет им. Т. Г. Шевченко»

Физико-технический институт
Физико-математический факультет
Кафедры высшей и прикладной математики и информатики

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедры ВПМИ, доцент

 /Коровай А.В.

протокол № 1 от 30 августа 2024 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине

Б1.О.18 «Теория функции комплексного переменного»

Направление

01.03.04 «Прикладная математика»

Профиль подготовки

«Математические и компьютерные методы для современных цифровых технологий»

Квалификация

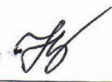
бакалавр

Форма обучения

очная

2022 ГОД НАБОРА

Разработал: ст.преп.

 /Николаева Л.С.

« 29 » августа 2024г.

Тирасполь 2024г.

Паспорт фонда оценочных средств по учебной дисциплине

«Теория функции комплексного переменного»

1. В результате изучения дисциплины «Теория функции комплексного переменного» у обучающихся должны быть сформированы следующие компетенции:

Категория (группа) компетенций	Код и наименование	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции
Общепрофессиональные компетенции и индикаторы их достижения		
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1 Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике.	ИД-1 _{ОПК-1} Обладает знаниями в области фундаментальной и прикладной математики и естественно-научных дисциплин.
		ИД-2 _{ОПК-1} Умеет использовать знания в области фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин в профессиональной деятельности.
		ИД-3 _{ОПК-1} Владеет навыками применения знаний фундаментальной и прикладной математики для решения практических задач в области естественных наук и инженерной практике.
Обязательные профессиональные компетенции выпускников и индикаторы их достижения		
	ПК-1 Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, применять соответствующие процессу математические модели и проверять их адекватность, проводить анализ результатов моделирования, принимать решение на основе полученных результатов.	ИД-1 _{ПК-1} Знает основы фундаментальной и прикладной математики для формализации исследуемых процессов и явлений.
		ИД-2 _{ПК-1} Умеет самостоятельно разрабатывать математические модели на основе содержательного и физического описания процессов и объектов.
		ИД-3 _{ПК-1} Владеет способностью применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных результатов.
	ПК-2 Способен самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук.	ИД-1 _{ПК-2} Знает основы фундаментальных наук и их задачи.
		ИД-2 _{ПК-2} Умеет использовать изученные разделы фундаментальных наук для решения конкретных научно-практических задач.
		ИД-3 _{ПК-2} Владеет навыками применения математических и естественных наук для решения конкретных научно-практических задач.

2. Программа оценивания контролируемой компетенции:

Текущая аттестация	Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины и их наименование*	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
5 семестр	I-III Комплексная плоскость. Функции комплексного переменного. Элементарные функции комплексного переменного. Дифференцирование функций комплексного переменного	ОПК-1 ПК-1, ПК-2	контрольная работа 1 индивидуальные работы 1-3
	IV- VI Интегрирование функции комплексного переменного. Функциональные ряды на комплексной плоскости. Теория вычетов.	ОПК-1 ПК-1, ПК-2	контрольная работа 2 индивидуальные работы 4-6
Промежуточная аттестация		Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
экзамен		ОПК-1 ПК-1, ПК-2	Вопросы к экзамену

Комплект заданий для контрольной работы № 1
по дисциплине «Теория функции комплексного переменного»
Вариант 1

1. Выполните действия с комплексными числами $i^{43} + \frac{2}{2+3i}$
2. Найти все значения корня $\sqrt[3]{1 - i\sqrt{3}}$.
3. Найти множество точек на плоскости комплексного переменного, которые определяются условием $1 < \operatorname{Re}(z - 7 + 2i) < 2$.
4. Выделить действительную и мнимую части функций комплексного переменного $w = z^2 + \frac{1}{z^2}$
5. Вычислить а) $\operatorname{Ln}\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)$; б) i^{i-2}
6. Вычислить значение функции $w = e^z$ в точке $z = i\frac{\pi}{2}$
7. Выяснить, является ли функция $w = |z|\operatorname{Re}\bar{z}$ аналитической.
8. Восстановить аналитическую функцию $w = f(z)$ по ее действительной части $u(x, y) = x^3 - 3xy^2, f(0) = i$.
9. Найти коэффициент растяжения и угол поворота при отображении $w = z \cdot e^{iz}$ в точке $z = 2i$.

Вариант 2

1. Выполните действия с комплексными числами: $(2 - 4i)^2 + \frac{4+2i}{i}$.
2. Найти все значения корня $\sqrt[3]{1 - i}$
3. Найти множества точек на плоскости комплексного переменного, которые определяются условием $1 < |z + i| < 2, \frac{\pi}{4} < \arg z < \frac{\pi}{2}$.
4. Выделить действительную и мнимую части функции комплексного переменного $f(z) = i\bar{z} + 2z^2$
5. Вычислить а) $\operatorname{Ln}(1 - i\sqrt{3})$ б) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)^{1+i}$
6. Вычислить значение функции $w = \cos z$ в точке $z = 3 + i$.
7. Выяснить, является ли функция $w = x^2 + y^2 - 2ixy$ аналитической.

8. Восстановить аналитическую функцию $w = f(z)$ по ее мнимой части $v(x, y) = xy$, $f(0) = 13$

9. Найти коэффициент растяжения и угол поворота при отображении $w = z^2$ в точке $z = i$.

Критерии оценки:

Один балл выставляется за правильное решение с обоснованием полученных результатов в пунктах 1-4, 6, 7, 8, 9, 2 балла – в пункте 5.

- оценка «отлично» выставляется студенту, если он набрал от 8 до 10 баллов;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если он набрал от 5 до 7 бала;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он набрал от 3 до 4 баллов
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он набрал менее 3 баллов.

Комплект заданий для контрольной работы № 2
по дисциплине «Теория функции комплексного переменного»

Вариант 1.

1. Вычислить интеграл $\int_{AB} z \operatorname{Re} z \, dz$, где AB – часть параболы $y = x^2$, $A(0; 0)$, $B(1; 1)$.

2. Вычислить интеграл с помощью интегральной формулы Коши

$$\int_{|z|=4} \frac{\cos z}{z^2 - \pi^2} dz$$

3. Вычислить интеграл с помощью формулы высших производных аналитической функции

$$\int_{|z-1|=\frac{1}{2}} \frac{e^z}{z(1-z)^3} dz$$

4. Разложить функцию $f(z) = \sin(2z - 3)$ в ряд Тейлора по степеням $z + 1$, используя готовые разложения.

5. Разложить функцию $f(z) = \frac{z}{(z-i)(z+3)}$ в ряд Лорана в кольце $1 < |z| < 3$.

6. Разложить в ряд Лорана в окрестности точки $z = 0$ функцию $f(z) = \frac{1}{z} \sin^2 \frac{2}{z}$.

7. Найти вычеты в особых точках функции

$$f(z) = \frac{z + 1}{z^2(z - 1)}.$$

8. С помощью вычетов найти интегралы:

а) $\int_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{z^5 - 3z^3 + 5}{z^4} dz;$

б) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{(x^2 + 9)^2} dx;$

в) $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{(\sqrt{5} + \cos x)^2} dx.$

Вариант 2.

1. Вычислить интеграл $\int_C |z| dz$, где C – дуга кривой $y = \sqrt{1 - x^2}$ между точками $(-1; 1)$ и $(1; 1)$.

2. Вычислить интеграл с помощью интегральной формулы Коши

$$\int_{|z-1|=\frac{3}{2}} \frac{e^{z^2}}{z(z+1)} dz;$$

3. Вычислить интеграл с помощью формулы высших производных аналитической функции

$$\int_{|z+1|=1} \frac{\sin \pi z}{(z+1)^2} dz$$

4. Разложить функцию $f(z) = e^z$ в ряд Тейлора по степеням $2z - 1$, используя готовые разложения.
5. Разложить функцию

$$f(z) = \frac{3}{z^2 + z - 2}$$

в ряд Лорана в кольце $0 < |z| < 1$.

6. Разложить в ряд Лорана в окрестности точки $z = 0$ функцию $f(z) = \frac{1 - \cos z}{z^2}$.
7. Найти вычеты в особых точках функции

$$f(z) = \frac{z^2 + 1}{z^3 - 3z^2 + 2z}.$$

8. С помощью вычетов найти интегралы:

$$a) \int_{\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1} \frac{z}{(z-1)^2(z+2)} dz;$$

$$б) \int_0^{+\infty} \frac{x^2}{(x^2 + 4)^2} dx;$$

$$в) \int_0^{2\pi} \frac{dx}{9 + \cos x}.$$

Критерии оценки:

Один балл выставляется за правильное решение с обоснованием полученных результатов в пунктах 1-7. За каждый подпункт (а, б, в) пункта 8 также выставляется один балл.

- **оценка «отлично»** выставляется студенту, если он набрал от 8 до 10 баллов;
- **оценка «хорошо»** выставляется студенту, если он набрал от 5 до 7 бала;
- **оценка «удовлетворительно»** выставляется студенту, если он набрал от 3 до 4 баллов;
- **оценка «неудовлетворительно»** выставляется студенту, если он набрал менее 3 баллов.

**Комплект заданий к индивидуальной работе 1
по дисциплине «Теория функции комплексного переменного»**

1. Выполнить действия с комплексными числами (1 балл).

1.	a.	$(i)^{43} + \frac{2}{2+3i};$	b.	$(2-4i)^2 + \frac{4+2i}{i};$
2.	a.	$(i)^{12} + \frac{2+i}{3-i};$	b.	$\frac{3-4i}{4+3i} + 3 + (i)^{17};$
3.	a.	$\frac{2i+7}{2+i} + (i)^7$	b.	$(i)^{22} + \frac{7+5i}{1-2i};$
4.	a.	$\frac{7-5i}{1-2i} + i(1-i);$	b.	$\frac{7-2i}{2+i} + (i)^{11};$
5.	a.	$\frac{5}{1+2i} + (i)^{18};$	b.	$\frac{1+i}{1-i} + (i)^4;$

2. Представить число в тригонометрической форме(1 балл).

1.	$3-3\sqrt{3}i;$
2.	$2-2i;$
3.	$\frac{7}{2} + \frac{7}{2\sqrt{3}}i;$
4.	$-5+5i;$
5.	$\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i;$

3. Вычислить корень(1 балл).

1.	$\sqrt[3]{-2-2i};$
----	--------------------

2.	$\sqrt[4]{-1 + \sqrt{3}i};$
3.	$\sqrt[3]{\sqrt{3} - i};$
4.	$\sqrt[5]{i - 1};$
5.	$\sqrt[3]{-\sqrt{2} - \sqrt{6}i};$

4. Решить уравнение (1 балл).

1.	$z^2 + 2 - 2i = 0;$
2.	$z^4 - 1 + \sqrt{3}i = 0;$
3.	$z^5 + 1 + i = 0;$
4.	$z^3 - \sqrt{2} + \sqrt{6}i = 0;$
5.	$z^4 - \sqrt{2} + \sqrt{2}i = 0;$

5. Определить и построить множество точек, удовлетворяющих данным уравнениям или неравенствам (1 балл).

1.	$\operatorname{Re} z \geq -2;$
2.	$-\frac{\pi}{4} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{4};$
3.	$ z - i < 2;$
4.	$\operatorname{Im} z \geq \frac{1}{2};$
5.	$1 \leq z - 2 \leq 3;$

Критерии оценки:

Индивидуальная работа не оценивается. Набранное количество баллов учитывается на экзамене. Максимальное количество баллов – 5.

Комплект заданий к индивидуальной работе № 2

по дисциплине «Теория функции комплексного переменного»

1. Выделить действительную и мнимую части функции комплексного переменного (1 балл).

1.	$f(z) = z^3 - i\bar{z}$
2.	$f(z) = e^{-z}$
3.	$f(z) = ch(z - i)$
4.	$f(z) = tgz$
5.	$f(z) = \frac{iz + 1}{1 + z}$

2. Решить уравнения(1 балл).

1.	$e^{2z} + 2e^z - 3 = 0$
2.	$e^{-z} + 1 = 0$
3.	$chz = i$
4.	$\ln(z + i) = 0$
5.	$\ln(i - z) = 1$

3. Найти значения функций (3 балла).

1.	a) $\cos(2 + i)$, b) $(i)^{i+1}$; c) $\operatorname{Ln}\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)$
2.	a) $\sin(1 + 2i)$; b) $(1-i)^{-i}$; c) $\operatorname{Ln}(\sqrt{3} + i)$
3.	a) $(-1)^i$; b) $\cos(-1 + 2i)$; c) $\operatorname{Arctg} \frac{i}{3}$
4.	a) $\cos(2 - i)$; b) $(1+i)^i$; c) $\operatorname{Ln}\left(\frac{i-1}{\sqrt{2}}\right)$
5.	a) $\operatorname{Ln}\left(\frac{-\sqrt{2} - \sqrt{2}i}{2}\right)$; b) $(1 + \sqrt{3}i)^{2i}$ c) $\sin(2 + i)$

Критерии оценки:

Индивидуальная работа не оценивается. Набранное количество баллов учитывается на экзамене. Максимальное количество баллов – 5.

Комплект заданий к индивидуальной работе № 3
по дисциплине «Теория функции комплексного переменного»

1. Выяснить, является ли функция дифференцируемой на плоскости комплексного переменного (2 балла).

- | | |
|----------------------------------|---------------------|
| 1. а) $f(z) = e^{\bar{z}^2}$ | б) $f(z) = shz$ |
| 2. а) $f(z) = zRe z$ | б) $f(z) = sinz$ |
| 3. а) $f(z) = \frac{\bar{z}}{z}$ | б) $f(z) = e^{-z}$ |
| 4. а) $f(z) = zIm\bar{z}$ | б) $f(z) = z + z^2$ |
| 5. а) $f(z) = z^3 - i\bar{z}$ | б) $f(z) = ze^z$ |

2. Восстановить аналитическую функцию по ее действительной или мнимой части (2 балла).

1. $u = x^2 - y^2 + x, f(0) = 0;$
2. $u = x^3 - 3xy^2 + 1, f(0) = 1;$
3. $u = x^2 - y^2 - 2y, f(0) = 0;$
4. $v = 2xy - 2y, f(0) = 1;$
5. $v = 3x^2y - y^3 - y, f(0) = 0;$

3. Найти коэффициент растяжения и угол поворота при заданном отображении в указанной точке (1 балл).

1. $f(z) = ze^{iz}$ в точке $z = 5i$
2. $f(z) = \frac{1}{z+1}$ в точке $z = 1 + i$
3. $f(z) = z^2 - \frac{1}{z}$ в точке $z = -i$
4. $f(z) = z^3$ в точке $z = 2 - i$
5. $f(z) = z + \frac{1}{z^2}$ в точке $z = -2i$

Критерии оценки:

Индивидуальная работа не оценивается. Набранное количество баллов учитывается на экзамене. Максимальное количество баллов – 5.

Комплект заданий к индивидуальной работе № 4

по дисциплине «Теория функции комплексного переменного»

1. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного (1 балл)

1. $\int_{AB} (z + \bar{z}) dz$; AB – отрезок, $A = 2i$, $B = 4$.

2. $\int_{AB} z \operatorname{Re} z dz$; AB – часть параболы $y = x^2$, $A(0; 0)$, $B(1; 1)$.

3. $\int_C z \cdot \bar{z} dz$; C : $y = \sqrt{1 - x^2}$ между точками $(-1; 1)$.

4. $\int_{AB} z \operatorname{Im} z dz$; AB – часть параболы $y^2 = 2x$, $A = 0$, $B = 2 + 2i$.

5. $\int_C \operatorname{Re} z dz$; C – ломаная MNK , $M(0; 0)$, $N(2, 0)$, $K(2, 1)$.

2. Вычислить интеграл от аналитических функций (1 балл)

1. $\int_1^i z e^z dz$

2. $\int_{1+i}^{-1-i} (2z + 1) dz$

3. $\int_0^{i+1} z^3 dz$

4. $\int_1^i (3z^4 - 2z^3) dz$

5. $\int_{1+i}^{2i} (z^3 - z) e^{\frac{e^2}{2}} dz$

3. Вычислить интеграл используя формулу Коши для односвязной области (1 балл)

1. $\int_C \frac{\sin z}{z^2 - 7z + 10} dz$, $C: |z| = 4$;

$$2. \int_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{dz}{z(z^2+1)}$$

$$3. \int_C \frac{e^z}{z(1-z)} dz, \quad C: |z-2| = 1,5$$

$$4. \int_C \frac{e^{zi}}{z^2+4} dz, \quad C: |z+i| = 2$$

$$5. \int_C \frac{e^z}{z^2+9} dz, \quad C: |z-i| = 3$$

4. Вычислить интеграл используя формулу Коши для многосвязной области (1 балл)

$$1. \int_C \frac{dz}{z^2+9}, \quad C: |z-2i| = 4$$

$$2. \int_{|z+1|=2} \frac{\sin^2 z - 3}{z^2 + 2\pi z} dz$$

$$3. \int_C \frac{\sin z}{z^2+9}, \quad C: |z+i| = 2,5$$

$$4. \int_C \frac{z^3}{z^2+1} dz, \quad |z-i| = 2,5$$

$$5. \int_C \frac{e^z dz}{z(1-z)}, \quad C: |z| = 2,5$$

5. Вычислить интеграл, используя формулу для высших производных аналитической функции (1 балл).

$$1 \quad \int_C \frac{z^2}{(z-2)^3} dz, \quad C: |z| = 4$$

$$2 \quad \int_C \frac{e^{iz}}{(z-\pi)^5} dz, \quad C: |z| = 4$$

$$3 \quad \int_C \frac{e^z dz}{z(1-z)^2}, \quad C: |z-1|=0,7$$

$$4 \quad \int_C \frac{e^z dz}{z(\pi i - z)^2}, \quad C: |z|=4$$

$$5 \quad \int_C \frac{z e^{\pi z} dz}{(z-i)^2}, \quad C: |z+1|=3$$

Критерии оценки:

Индивидуальная работа не оценивается. Набранное количество баллов учитывается на экзамене. Максимальное количество баллов – 5.

Комплект заданий к индивидуальной работе № 5

по дисциплине «Теория функции комплексного переменного»

1. Выяснить вопрос о сходимости числовых рядов в комплексной области (1 балл).

- | | |
|---|--|
| 1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^{3n}}{i + n^2}$ | 4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(in)^n}{(2n)!}$ |
| 2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(3i)^2}$ | 5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2i)^{n^2}}$ |
| 3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{in^2}}{n!}$ | 6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{(2i)^n}$ |

2. Найти радиус сходимости степенного ряда (1 балл).

- | | |
|--|---|
| 1. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{i^n}{3^n} z^n$ | 4. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z-2i)^n}{5^{n-1} \cdot 3^{1-n}}$ |
| 2. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z}{(2+i)^n}$ | 5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-i)^n}{n!}$ |
| 3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! z^n}{n^n}$ | 6. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{e^{in}}$ |

3. Разложить в ряд Тейлора функцию $f(z)$ по степеням $z - a$ (1 балл).

- | | |
|--|--|
| 1. $f(z) = \sin z \cos z, \quad a = 0$ | 4. $f(z) = \cos(3z - i), \quad a = 0$ |
| 2. $f(z) = e^{z+3}, \quad a = -1$ | 5. $f(z) = \frac{1}{z+1}, \quad a = i$ |
| 3. $f(z) = \frac{2}{z-1}, \quad a = i$ | 6. $f(z) = \ln(1+z), \quad a = 0$ |

4. Разложить в ряд Лорана заданную функцию в указанном кольце (1 балл).

- | | |
|---|--|
| 1. $\frac{1}{(z-2)(z-3)}, \quad 2 < z < 3;$ | 4. $\frac{1}{(z-2)(z-3)}, \quad 3 < z < \infty;$ |
| 2. $\frac{1}{z^2 + z}, \quad 0 < z < 1;$ | 5. $\frac{1}{z^2 + z}, \quad 1 < z < \infty;$ |

$$3. \frac{1}{(z+2)(1+z)}, \quad 2 < |z| < \infty;$$

$$6. \frac{2z+3}{z^2+3z+2}, \quad 1 < |z| < 2;$$

5. Разложить в ряд Лорана функцию $f(z)$ в окрестности точки $z = 0$ (1 балл)..

$$1. \quad f(z) = \frac{1 + \cos z}{z^4}$$

$$4. \quad f(z) = \frac{e^z}{z^3}$$

$$2. \quad f(z) = \frac{e^z}{z}$$

$$5. \quad f(z) = \frac{1 - e^{-z}}{z^3}$$

$$3. \quad f(z) = \frac{1}{z} \sin^2 \frac{2}{z}$$

$$6. \quad f(z) = \frac{1 - \cos z}{z^2}$$

Критерии оценки:

Индивидуальная работа не оценивается. Набранное количество баллов учитывается на экзамене. Максимальное количество баллов – 5.

Комплект заданий к индивидуальной работе № 6
по дисциплине «Теория функции комплексного переменного»

1. Найти особые точки функции $w = f(z)$ и выяснить их характер (1 балл).

1. $\frac{1}{(z^2 + 1)^3};$

2. $\frac{z + 1}{z^7 - 8z^5 + 16z^3};$

3. $\frac{\cos z}{z - \frac{\pi}{2}};$

4. $\frac{1}{(z^2 + 9)^2};$

5. $\frac{\sin z}{z - \pi};$

6. $\frac{1}{\sin z};$

2. Найти вычеты относительно особых точек (1 балл).

1. $w = \frac{1}{(z^2 + 9)^2}$ внутри $|z - 3i| = 1;$

2. $w = \frac{1}{(z^2 + 9)^2}$ внутри $|z + 3i| = 1;$

3. $w = \frac{z^3}{\sin^4 z}$ внутри $|z| = 1;$

4. $w = \frac{1}{z^3 - z^5}$ для $|z| \leq \frac{1}{2};$

5. $w = \frac{z^2}{(z^2 + 1)^2}$ для $|z - i| \leq 1;$

6. $w = \frac{1}{z^3 - z^5}$ внутри $0,5 \leq |z| \leq 1,5;$

3. Вычислить интеграл используя теорему Коши о вычетах (1 балл).

1. $\int_C \frac{\sin z}{z^2 - 7z + 10} dz, \quad C: |z| = 4;$

2. $\int_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{dz}{z(z^2 + 1)}$

$$3. \int_C \frac{e^z dz}{z^2 + 9}, \quad C: |z - i| = 5$$

$$4. \int_C \frac{e^{zi} dz}{z^2 + 4}, \quad C: |z| = 2,5$$

$$5. \int_C \frac{e^z dz}{z(1-z)}, \quad C: |z| = 2,5$$

4. Вычислить интеграл с помощью вычетов (1 балл).

$$1. \int_{|z|=2} \frac{z^2 + z - 1}{z^2(z-1)} dz;$$

$$2. \int_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{dz}{z^3 - z^5};$$

$$3. \int_{|z+i|=1} \frac{z^2}{(z^2 + 1)^2} dz;$$

$$4. \int_{|z+i|=0,7} \frac{dz}{z(1+z^2)};$$

$$5. \int_{|z-2|=\frac{3}{2}} \frac{e^{iz}}{z(z-\pi)} dz;$$

$$6. \int_{|z|=1} \frac{e^z}{z^2(z^2-9)} dz;$$

5. Вычислить несобственные интегралы с помощью вычетов (1 балл).

$$1. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^4 + 1}$$

$$2. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 9)}$$

$$3. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 - x + 2}{x^4 + 10x^2 + 9} dx$$

$$4. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 1}$$

$$5. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos 3x}{x^2 + 9} dx$$

Критерии оценки:

Индивидуальная работа не оценивается. Набранное количество баллов учитывается на экзамене. Максимальное количество баллов – 5.

ВОПРОСЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ БИЛЕТОВ
по дисциплине «Теория функции комплексного переменного»

1. Понятие комплексного числа. Алгебраическая форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. Геометрическая интерпретация к.ч.
2. Модуль и аргумент к.ч. Тригонометрическая форма записи к.ч. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме. Формула Муавра. Свойства модуля и аргумента.
3. Геометрическая интерпретация действий с комплексными числами. Свойства модуля и аргумента.
4. Последовательности комплексных чисел. Предел последовательности.
5. Комплексные числовые ряды.
6. Бесконечно удаленная точка. Сфера Римана. Стереографическая проекция.
7. Понятие о кривой и области. Множества точек в комплексной плоскости.
8. Комплексные функции комплексного переменного. Их геометрическая интерпретация. Выделение действительной и мнимой части.
9. Предел и непрерывность функции комплексного переменного.
10. Функции комплексного переменного $e^z, \sin z, \cos z, \operatorname{tg} z, \operatorname{ctg} z$ и их свойства. Формулы Эйлера.
11. Гиперболические функции и их связь с тригонометрическими.
12. Логарифмическая функция. Точки разветвления.
13. Общая степенная и общая показательная функции.
14. Обратные тригонометрические функции.
15. Производная функции. Условия Коши-Римана. Определение аналитической функции.
16. Сопряженные гармонические функции. Восстановление аналитической функции по ее действительной или мнимой части.
17. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Понятие конформного отображения.
18. Понятие и вычисление интеграла от функции комплексного переменного. Его свойства.
19. Интегральные теоремы Коши.
20. Интегральная формула Коши.
21. Высшие производные аналитической функции.
22. Независимость интеграла от пути интегрирования. Формула Ньютона-Лейбница.
23. Достаточные условия аналитичности функции. Теорема Морера.
24. Равномерная сходимости функциональных рядов. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.
25. Степенные ряды в комплексной области.
26. Ряд Тейлора.
27. Неравенства Коши для коэффициентов ряда Тейлора. Теорема Лиувилля. Основная теорема алгебры.
28. Ряд Лорана.
29. Нули аналитической функции.
30. Изолированные особые точки аналитической функции и их классификация.
31. Поведение аналитической функции в окрестности изолированных особых точек.
32. Вычет функции в особой точке. вычисление вычетов.

- 33. Применение теории вычетов при вычислении интегралов.
- 34. Логарифмический вычет.
- 35. Основные геометрические принципы ТФКП. (принцип соответствия границ, принцип максимума модуля, принцип симметрии)
- 36. Линейное отображение. Дробно-линейное отображение.
- 37. Целая степенная функция.
- 38. Показательная функция.
- 39. Функция Жуковского.
- 40. Тригонометрические и гиперболические функции.

Критерии оценивания на экзамене:

Ответ студента на экзамене оценивается от 10 до 30 баллов. Каждый вопрос экзамена оценивается максимум в 10 баллов. Для этого студенту необходимо четко сформулировать все определения, теоремы а также доказать сформулированные утверждения при ответе на вопросы 1 и 2. В вопросе 3 арифметически и логически правильно выполнить задание и уметь обосновать решение.

- **оценка «отлично»** выставляется студенту согласно положению о балльно-рейтинговой системе;
- **оценка «хорошо»** выставляется студенту согласно положению о балльно-рейтинговой системе;
- **оценка «удовлетворительно»** выставляется студенту согласно положению о балльно-рейтинговой системе;
- **оценка «неудовлетворительно»** выставляется студенту согласно положению о балльно-рейтинговой системе.