Государственное образовательное учреждение
«ПРИДНЕСТРОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. Т.Г. Шевченко»
Рыбницкий филиал

Кафедра информатики и программной инженерии

УТВЕРЖДАЮ:
Заведующий кафедрой
_____________Тягульская Л.А., доцент
«19» 09 2024 г.

Фонд оценочных средств

ПО ДИСЦИПЛИНЕ **«ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА»**

Направление подготовки:

09.03.04 «Программная инженерия»

Профиль подготовки:

«Разработка программно-информационных систем»

Квалификация (степень) выпускника

Бакалавр

Форма обучения:

очная, заочная

Год набора **2023**

Разработчик: ст. преподаватель
Борсуковский С.И.
«19» 09 2024 г.

Рыбница, 2024

1. **В результате изучения дисциплины «Прикладная математика» у обучающихся должны быть сформированы следующие компетенции:**

Категория (группа) компетенций	Код и наименование	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции
Универсальные компетенции и индикаторы их достижения		
Системное и критическое мышление	УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации. УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности. УК-1.3. Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов

2. Программа оценивания контролируемой компетенции:

№ п\п	Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины и их наименование	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1.	**БАЗОВЫЙ МОДУЛЬ** (проверка знаний и умений по дисциплине)	УК-1.	Практические работы. Работа на лекциях. Присутствие на занятиях. Решение заданий. Самостоятельная работа
2.	**ИТОГОВЫЙ МОДУЛЬ**	УК-1.	Тестирование. Выступление с подготовленным докладом на семинаре. Зачет

«УТВЕРЖДАЮ»
зав. кафедрой ИиПИ,
доцент________ Л. А. Тягульская
«19» ____09______ 2024 г.

Задания для контрольных работ по дисциплине
«Прикладная математика»
для студентов II курса

домашняя контрольная работа по теме
«Функция одной переменной. Пределы и непрерывность»

1. Найти область определения функции y=$\sqrt{-x^2+x+6}$.
2. Построить график функции y= $2\cos(x+\pi)$.
3. Найти пределы

а) $\lim_{n\to\infty}\frac{2x^2-3x-4}{\sqrt{x^4+1}}$ б) $\lim_{x\to 5}\frac{x^2-3x-10}{x^3-125}$ в) $\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}$ г) $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos 2x}{3x^2}$ д) $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{3x-1}{3x+1}\right)^{2x}$

4. Найти точки разрыва функции и определить их род. Построить экскиз графика функции. В случае устранимого разрыва доопределить функцию «по непрерывности»y=$\frac{x^3+1}{x+1}$

контрольная работа по теме
«Производная и дифференциал»

1. Найти производные функций

а) y=$3x^4-\frac{2}{x^3}+\frac{1}{x}+3\sqrt{x}$; б) y=$\sin^3(2x)\cos(5x^3)$; в) y= $(2x+1)^{4x}$

2. Найти производную функции, заданной неявно, в указанной точке: $y^2=5x+y$, M(4;-4).
3. Получить уравнение касательной к графику функции $y=x^2-4x+2$ в точке $x_0=1$.
4. Найти производную третьего порядка функции y=$\sin^2 x$ в точке $x_0=\frac{\pi}{2}$.
5. Найти дифференциал функции y=$\sqrt{9+x^2}$ в точке $x_0=4$ при $\Delta x=0,2$.

контрольная работа по теме
«Приложения к производной»

1. Вычислить предел $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x^5-32}$.
2. Найти интервалы монотонности функции y=x^3-3x^2-36x+1
3. Найти интервалы выпуклости, вогнутости графика функции y=x^2e^{-x} и точки перегиба.
4. Найти асимптоты графика функции y = $\frac{2+x}{1-x}$
5. Найти цену p, которая обеспечивает максимальную прибыль, если функция издержек имеет вид C(x) = 35x+500 , а функция спроса p=50-0,1x , где x – количество выпущенной продукции.

контрольная работа по теме
«Интегральное исчисление функции одной переменной»

Задание 1. Найти неопределённые интегралы:

1.1. $\int\frac{dx}{1+7x}$; 1.2. $\int\frac{xdx}{2x-4}$; 1.3. $\int\frac{dx}{3-4x^2}$; 1.4. $\int\frac{dx}{x\ln x}$; 1.5. $\int\frac{xdx}{\sqrt{2-3x^2}}$;

1.6. $\int\frac{dx}{x^2-2x+4}$; 1.7. $\int\ln^2 x$; 1.8. $\int\frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}$; 1.9. $\int\sin^3 2xdx$; 1.10. $\int\cos^5 x\sqrt[3]{\sin^2 x}dx$.

Задание 2. Вычислить определённые интегралы:

2.1. $\int_1^4\frac{dx}{x^2+2x}$; 2.2. $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\sin x\cos 2xdx$; 2.3. $\int_0^{\sqrt{3}}\sqrt{3-\cos^2 x}dx$.

Задание 3. Вычислить несобственный интеграл или доказать, что он расходится:

$$\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}.$$

Задание 4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$y = \frac{1}{x^2}$, $y = -x$, $x = -2$.

Задание 5. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями:

$y = 2\sqrt{x}$, $y = 2x$.

Ст. преподаватель ____________ С.И. Борсуковский

«УТВЕРЖДАЮ»
зав. кафедрой ИиПИ,
доцент_______ Л. А. Тягульская
«19» 09 2024 г.

Итоговый тест по дисциплине
«Прикладная математика»
для студентов II курса

ДЕ 1. Производная и дифференциал – 18

1. Вычислить производную y_x' функции $y = \dfrac{x}{\sin x + \cos x}$.

a) $\dfrac{\sin x + \cos x + x(\sin x - \cos x)}{1 + \sin 2x}$;

b) $\dfrac{\sin x + \cos x}{1 + \sin 2x}$;

c) $\dfrac{\sin x - \cos x + (\sin x + \cos x)}{1 + \sin 2x}$;

d) $\dfrac{\sin x - \cos x}{1 + \sin 2x}$.

2. Вычислить производную y_x' функции $y = x^{x^2}$.

a) $x^{x^2}(2\ln x + 1)$;

b) $x^{x^2+1}(2\ln x + 1)$;

c) $2x^{x^2}\ln x$;

d) $x^{x^2+1}(2\ln x - 1)$.

3. Вычислить производную y_x' функции $x = a\cos t,\ y = b\sin t$.

a) $-\dfrac{b}{a}ctgt$;

b) $\dfrac{b}{a}ctgt$;

c) $-\dfrac{a}{b}ctgt$;

d) $\dfrac{a}{b}ctgt$.

4. Если функция в точке a имеет конечную производную, то уравнение касательной имеет вид:

a) $y = f(a) - f'(a)(x - a)$;

b) $y = f(a) + f'(a)(x + a)$;

c) $y = f(a) + f'(a)(x - a)$.

5. Производная функции $y = x^2 \cdot e^x$ равна:

a) $2x \cdot e^x + x^3 \cdot e^{x-1}$;

b) $2x \cdot e^x$;

c) $2x + e^x$;

d) $2x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x$.

6. Производная функции $y = \frac{\ln x}{x}$ равна:

a) $\frac{1+\ln x}{x^2}$;

b) $\frac{1+\ln x}{x}$;

c) $\frac{1}{x}$;

d) $\frac{1-\ln x}{x^2}$.

7. Вторая производная функции $y = e^x + x^2 - 1$ равна:

a) e^x;

b) $e^x + 1$;

c) $e^x + 2$;

d) $e^x + 2x$.

8. Найти производную функции $\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$:

a) $t - \sin t$;

b) $1 - \sin t$;

c) $t - \cos t$;

d) $\cos t$.

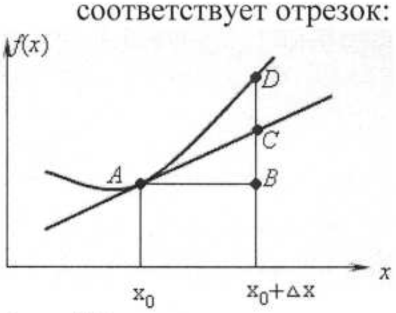
9. Непрерывность функции есть _____ условие для ее дифференцируемости.

a) необходимое;

b) достаточное;

c) необходимое и достаточное.

10. Дифференциалу функции $y=f(x)$ в точке $x=x_o$ на основании геометрического смысла соответствует отрезок:



a) AB;

b) AC;

c) BC;

d) BD.

11. Если приращение функции заменить ее дифференциалом, то $sin(29^o)$ приближенно равен:

a) $\frac{1}{2}+\frac{\pi\sqrt{3}}{360}$;

b) $1/2+\sqrt{3}/2$;

c) $1/2-\sqrt{3}/2$;

d) $\frac{1}{2}-\frac{\pi\sqrt{3}}{360}$.

12. Дифференциал функции $y = x^2 - 1$ равен:

a) $(2x-1)dx$;

b) xdx;

c) $2xdx$;

d) $(x^2-1)dx$.

13. Выберите правильный порядок понятий:

a) непрерывность ⇒ дифференцируемость ⇒ интегрируемость ⇒ ограниченность;

b) непрерывность ⇒ ограниченность ⇒ интегрируемость ⇒ дифференцируемость;

c) дифференцируемость ⇒ ограниченность ⇒ интегрируемость ⇒ непрерывность;

d) дифференцируемость ⇒ непрерывность ⇒ интегрируемость ⇒ ограниченность.

14. Функция $y = 1/x$ в точке $x=0$:

a) непрерывна;

b) имеет устранимый разрыв;

c) имеет конечный скачек;

d) имеет разрыв второго рода.

15. Определите, сколько точек разрыва имеет функция $f(x)=\dfrac{(x+2)(x-3)^2}{x^4(x-3)(x-1)^3}$.

1. 0;
2. 1;
3. 2;
4. 3.

16. Найдите количество экстремумов функции $f(x)=\dfrac{x^2-2x+2}{x-1}$:

a) 0;

b) 1;

c) 2;

d) 3.

17. Найдите наибольшее значение функции $y=\log_{\sqrt{5}}(-x^2-10x)$.

a) -4;

b) 0;

c) 4;

d) 10.

18. Наклонная асимптота графика функции $f(x)=\dfrac{2x^3}{x^2-1}$ имеет уравнение:

a) $y=2x$;

b) $y=2x-1$;

c) $y=2x+1$;

d) $y=3x+1$.

ДЕ 2. Неопределенный интеграл – 16

1. Вычислить неопределенный интеграл $\int x\sin 3x dx$.

a) $-\dfrac{x}{3}\cos 3x+\dfrac{1}{9}\sin 3x+C$;

b) $\dfrac{x}{3}\cos 3x+\dfrac{1}{9}\sin 3x+C$;

c) $-\dfrac{x}{3}\sin 3x+\dfrac{1}{9}\cos 3x+C$;

d) $\dfrac{x}{3}\sin 3x+\dfrac{1}{9}\cos 3x+C$.

2. Вычислить неопределенный интеграл $\int \dfrac{x-1}{x^2+2x}dx$.

a) $C+\frac{1}{2}\ln|x|+\frac{3}{2}\ln|x+2|$;

b) $C-\frac{1}{2}\ln|x|+\frac{3}{2}\ln|x+2|$;

c) $C+\frac{1}{2}\ln|x|-\frac{3}{2}\ln|x+2|$;

d) $C-\frac{1}{2}\ln|x|-\frac{3}{2}\ln|x+2|$.

3. Вычислить неопределенный интеграл $\int \sin^3 x\cdot\cos^2 x dx$.

a) $\frac{1}{15}\cos^2 x\left(3\cos^3 x-5\right)+C$;

b) $\frac{1}{15}\cos^3 x\left(3\cos^2 x+5\right)+C$;

c) $\frac{1}{15}\cos^3 x\left(3\cos^2 x-5\right)+C$;

d) $\frac{1}{15}\cos^2 x\left(3\cos^3 x+5\right)+C$.

4. Если функция *y=f(x)* непрерывна на некотором промежутке, то она имеет на этом промежутке:

a) производную;
b) первообразную;
c) неопределённый интеграл;
d) экстремум.

5. Выберите замену в интеграле $\int (7-3x)^{21}dx$:

a) t = 3x;
b) t = 7-3x;
c) t = $(7\text{-}3x)^{21}$;
d) $t=\frac{1}{3}x$.

6. Введите коэффициент k в первообразной $\int (7-3x)^{23}dx = \frac{1}{k}(7-3x)^{24} + c$ целым числом:

a) 23;
b) 24;
c) 72;
d) 168.

7. Найти интеграл $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$ с помощью подстановки $\sqrt{x}$ =t.

a) $2\ln(1+\sqrt{x})+c$;
b) $\frac{x^2}{2}-\ln|1+x|+c$;
c) $\sqrt{x}\ln(1+\sqrt{x})+c$;
d) $2\sqrt{x}-2\ln(1+\sqrt{x})+c$.

8. В интеграле $\int\frac{x^3dx}{\sqrt{2-x^2}}$ выполнена подстановка $\sqrt{2-x^2}$ =t. Укажите правильную замену выражения x^3dx:

a) $t(t^2-2)dt$;
b) $2t\sqrt{2-t^2}\,dt$;
c) $(2-t^2)\sqrt{2-t^2}\,dt$;

d) $3t^2dt$.

9. Если $u=f(x)$ и $v=\varphi(x)$ ____ функции, то справедливо равенство $\int udv = uv - \int vdu$, называемое формулой интегрирования по частям.
a) непрерывно дифференцируемые;
b) непрерывные;
c) монотонные;
d) элементарные.

10. Интегралы вида $\int a^{kx}\sin bxdx$, $\int a^{kx}\cos bxdx$, $\int \sin(\ln x)dx$, $\int \cos(\ln x)dx$, где a, b, k – некоторые числа (a>0), находят интегрированием по частям. Укажите сколько раз необходимо выполнить эту операцию.
a) 0;
b) 1;
c) 2;
d) 3.

11. Интеграл вида $\int (x^5 - 3x^3 + 7x)\sin 4xdx$ находят интегрированием по частям. Укажите сколько раз надо повторить эту операцию.
a) 1;
b) 3;
c) 5;
d) 7.

12. Выберите верно найденные du и v по формуле интегрирования по частям для интеграла $\int arctg\sqrt{x}\,dx$:
a) $du = \dfrac{dx}{2(1+x)\sqrt{x}}; v = x$;
b) $du = \dfrac{dx}{1+x}; v = \sqrt{x}$;
c) $\dfrac{2\sqrt{x}}{1+x}dx; v = x$;
d) $du = \dfrac{1}{1+x^2}dx;\ \ v = \sqrt{x}$.

13. Рациональная дробь вида $\dfrac{P_n(x)}{Q_m(x)}$ называется правильной, если выполняется условие:
a) $n \le m$;
b) $n < m$;
c) $n > m$;
d) $n = m$.

14. На множестве действительных чисел определяют ___ типов простейших дробей.
a) 1;
b) 2;
c) 3;
d) 4.

15. Выберите правильную первообразную при интегрировании дроби I типа $\int \dfrac{A}{x-a}dx =$, где A и a – действительные числа.
a) $A\ln|x-a| + c$;

b) $\frac{A}{2}(x-a)^{-2} + c$;

c) $A\ln(x-a) + c$;

d) $A\ln|x| - \frac{A}{a}x + c$.

16. Выберите замену и первообразную для интеграла $\int\sqrt{16-x^2}\,dx$.

$x = 4\sin t$; $8\ln|16-x^2| + \sqrt{16-x^2} + c$;

$x = 4\,\mathrm{tg}\,t$; $8\arcsin\frac{x}{4} + \frac{1}{2}x\sqrt{16-x^2} + c$;

$x = \frac{4}{\cos t}$; $8\,\mathrm{arctg}\,4x + x\sqrt{16-x^2} + c$;

$x = 4\sin t$; $8\arcsin\frac{x}{4} + \frac{1}{2}x\sqrt{16-x^2} + c$.

ДЕ 3. Определенный интеграл – 14

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 2x+1$ и $x - y - 1 = 0$.

a) $\frac{16}{3}$;

b) $\frac{17}{3}$;

c) $\frac{16}{5}$;

d) $\frac{17}{4}$.

2. Если существует конечный предел I интегральной суммы _____, составленной для функции $f(x)$ на _____ при условии _____ , и этот предел не зависит ни от способа разбиения $[a;\ b]$ на части, ни от выбора в них промежуточных точек ξ_k, то функция $f(x)$ называется интегрируемой на $[a;\ b]$; число I называется определенным интегралом от $f(x)$ на $[a;\ b]$ и обозначается символом _____ . (Вставьте номер пропущенного выражения, так чтобы получилось верное определение.)

1) $\max\limits_{k=1,n} \Delta x_k \to 0$;

2) $[a;b]$;

3) $\sum\limits_{k=1}^{n} f(\xi_k)\Delta x_k$;

4) $\sum\limits_{k=1}^{n} f(x)dx$;

5) $\int\limits_a^b f(x)dx$;

6) $(a;\ b)$.

Выберите правильную последовательность пропущенных выражений:

1. 3, 2, 1, 5;
2. 2, 3, 6, 5;
3. 3, 2, 6, 5;
4. 4, 2, 1, 5.

3. Теорема о среднем значении определенного интеграла: если функция $y=f(x)$ непрерывна на $[a;\ b]$, то найдется хотя бы одна точка $c \in [a;\ b]$, в которой выполняется равенство:

a) $\int\limits_a^b f(x)dx = f(c)(b-a)$;

b) $\int_a^b f(x)dx = f'(c)(b-a)$;

c) $\int_a^b f(x)dx = \frac{f(c)}{b-a}$;

d) $\int_a^b f(x)dx = c(f(b)-f(a))$.

4. Формула Ньютона-Лейбница $\int_a^b f(x)dx = F(b)-F(a)$ справедлива, если:

a) $F'(x) = f(x)$;

b) $F(x)$ – непрерывна на $[a;b]$; $F'(x) = f(x)$;

c) $f(x)$ – непрерывна на $[a;b]$; $F'(x) = f(x)$;

d) $F(x) = \int_a^x f(t)dt$.

5. Выберите верную запись формул интегрирования по частям в определенном интеграле:

a) $\int_a^b u(x)du(x) = u(x)v(x) - \int_a^b v(x)du(x)$;

b) $\int_a^b u(x)dv(x) = u(x)v(x)\Big|_a^b - \int_a^b v(x)du(x)$;

c) $\int_a^b u(x)dv(x) = u(x)v(x)\Big|_\alpha^\beta - \int_\alpha^\beta v(x)du(x)$;

d) $\int_a^b u(x)dv(x) = u(x)v(x)\Big|_a^b - \int_a^b v(x)u(x)dx$.

6. Вычислить $\int_0^\pi x\cos x dx$.

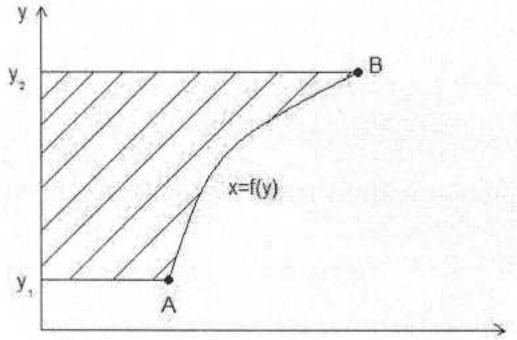
a) -2;

b) 0;

c) π;

d) 2.

7. Укажите верное соответствие между представленной на рисунке плоской фигурой и формулой для нахождения ее площади.



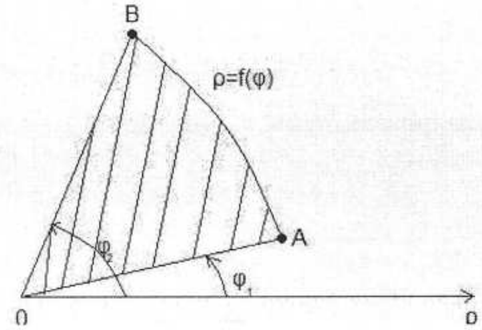
a) $S = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx$;

b) $S = \int_{y_1}^{y_2} f(y)dy$;

c) $S = \int_{x_1}^{x_2} f(y)dy$;

d) $S=\int\limits_{y_1}^{y_2} f(x)dx$.

8. Укажите верное соответствие между представленной на рисунке плоской фигурой и формулой для нахождения ее площади.



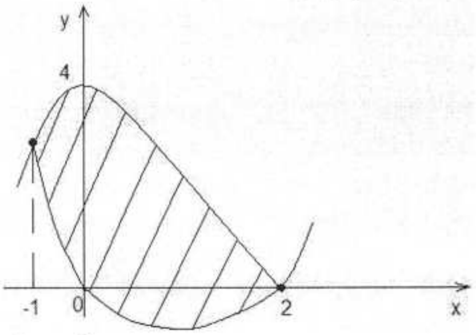
a) $S=\frac{1}{2}\int\limits_{\varphi_1}^{\varphi_2} \rho^2 d\varphi$;

b) $S=\int\limits_{\varphi_1}^{\varphi_2} \rho d\varphi$;

c) $S=\int\limits_{y_1}^{y_2} f(y)dy$;

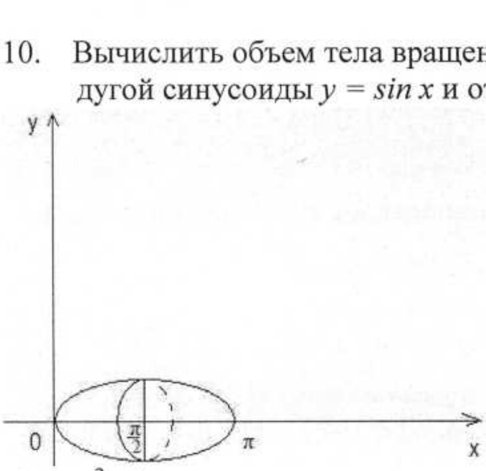
d) $S=\int\limits_{x_1}^{x_2} f(x)dx$.

9. Вычислить площадь, ограниченную параболами $y = 4 - x^2$ и $y = x^2 - 2x$:



a) 0;
b) 5;
c) 10;
d) 15.

10. Вычислить объем тела вращения вокруг оси Ox криволинейной трапеции, ограниченной дугой синусоиды $y = sin\,x$ и отрезком $[0; \pi]$.



a) $\pi^2 - 1$;

b) $\frac{1}{3}\pi^2$;

c) $\frac{1}{2}\pi^2$;

d) $\frac{1}{2}\pi$.

11. К несобственным интегралам первого рода относятся:

a) $\int_0^{\infty} x^2 dx$;

b) $\int_0^1 \frac{\sin x}{x^2} dx$;

c) $\int_0^1 \frac{1}{x^2} dx$;

d) $\int_3^{\infty} \frac{\sin x}{x^2} dx$.

12. Вычислите несобственный интеграл первого рода $\int_0^{27} x^{2/3} dx$.

a) $\frac{1}{2}$;
b) 1;
c) 2;
d) интеграл расходится;

13. К несобственным интегралам второго рода относятся:

a) $\int_0^{\infty} x^2 dx$;

b) $\int_0^1 \frac{1}{x^2} dx$;

c) $\int_3^{\infty} \frac{\sin x}{x^2} dx$;

d) $\int_0^1 \frac{\sin x}{x^2} dx$.

14. Вычислите несобственный интеграл второго рода $\int_0^3 \frac{1}{x} dx$.

a) $\frac{1}{6}$;
b) 1;
c) 2;
d) интеграл расходится.

Бланк ответов к тестовым заданиям

Номер задания	ДЕ 1	ДЕ 2	ДЕ 3
1	a	a	b
2	b	c	a
3	a	c	a
4	c	b, c	c
5	d	b	b
6	d	c	a
7	c	d	b

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой ИиПИ,
доцент________ Л. А. Тягульская
«19» 09 2024 г.

Вопросы к экзамену по дисциплине
«Прикладная математика»
для студентов II курса,
направление «Программная инженерия»
профиль «Разработка программно-информационных систем»

1. Понятие функции. Способы задания функций. Сложная функция. Обратная функция. Элементарные функции.
2. Классификация функций. Преобразование графиков.
3. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности.
4. Предел функции. Односторонние пределы.
5. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.
6. Основные теоремы о пределах.
7. Теорема Лопиталя о нахождении отношения функций через предел отношения их производных.
8. Достаточное условие возрастания (убывания) функции. Точки экстремума.
9. Экстремумы функции. Необходимое условие существования экстремума функции. Геометрический смысл.
10. Достаточное условие существования экстремума функции. Правило исследования функции на экстремум и нахождение промежутков возрастания и убывания функции.
11. Алгоритм нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке. Теорема о наибольшем и наименьшем значении функции через вторую производную.
12. Выпуклость и вогнутость функции (определение). Достаточное условие выпуклости (вогнутости) функции. Точки перегиба функции. Необходимое и достаточное условия перегиба функции.
13. Асимптоты графика функции (вертикальные, горизонтальные, наклонные).
14. Общая схема исследования функции и построения графика.
15. Определение первообразной функции и неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла.
16. Замена переменной (подстановка) в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
17. Интегрирование некоторых выражений, содержащих квадратный трехчлен.
18. Интегрирование рациональных функций.
19. Задача о площади криволинейной трапеции. Определение определенного интеграла.
20. Свойства определенного интеграла.
21. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
22. Геометрические приложения определенного интеграла. Площадь плоской фигуры. Объем тела вращения.

Ст. преподаватель ____________ С.И. Борсуковский