

Государственное образовательное учреждение
«Приднестровский Государственный Университет им. Т.Г. Шевченко»

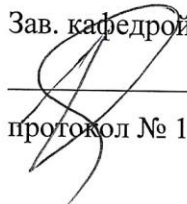
Физико-технический институт

Физико-математический факультет

Кафедра высшей и прикладной математики и информатики

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой разработчика

 Коровай А.В.

протокол № 1 «30» августа 2024 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине

Б1.О.19 «МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ»

Направление

01.03.04 – Прикладная математика

Профиль

Математические и компьютерные методы для современных цифровых технологий

Квалификация

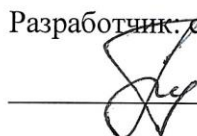
Бакалавр

Форма обучения

Очная

ГОД НАБОРА 2022

Разработчик: старший преподаватель

 Е.И.Белая

«30» августа 2024г.

Тирасполь 2024 г.

**Паспорт фонда оценочных средств по учебной дисциплине
«МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ»**

1. В результате изучения дисциплины «*Методы оптимизации*» у обучающихся должны быть сформированы следующие компетенции:

Категория (группа) компетенций	Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
Общепрофессиональные компетенции и индикаторы их достижения		
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1 Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике.	ИД-1 _{ОПК-1} Обладает знаниями в области фундаментальной и прикладной математики и естественно-научных дисциплин.
		ИД-2 _{ОПК-1} Умеет использовать знания в области фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин в профессиональной деятельности.
		ИД-3 _{ОПК-1} Владеет навыками применения знаний фундаментальной и прикладной математики для решения практических задач в области естественных наук и инженерной практике.
	ОПК-2 Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надежность и качество функционирования систем.	ИД-1 _{ОПК-2} Обладает знаниями в области математического моделирования для решения прикладных задач.
		ИД-2 _{ОПК-2} Умеет выбирать, дорабатывать и применять для решения прикладных задач математические методы и модели.
		ИД-3 _{ОПК-2} Владеет методами проверки адекватности моделей, анализа результатов моделирования, оценки надежности и качества функционирования систем.
Обязательные профессиональные компетенции и индикаторы их достижения		
	ПК-1 Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, применять соответствующие процессу математические модели и проверять их адекватность, проводить анализ результатов моделирования, принимать решение на основе полученных результатов.	ИД-1 _{ПК-1} Знает основы фундаментальной и прикладной математики для формализации исследуемых процессов и явлений.
		ИД-2 _{ПК-1} Умеет самостоятельно разрабатывать математические модели на основе содержательного и физического описания процессов и объектов.
		ИД-3 _{ПК-1} Владеет способностью применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных результатов.
	ПК-2 Способен самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук.	ИД-1 _{ПК-2} Знает основы фундаментальных наук и их задачи.
		ИД-2 _{ПК-2} Умеет использовать изученные разделы фундаментальных наук для решения конкретных научно-практических задач.
		ИД-3 _{ПК-2} Владеет навыками применения математических и естественных наук для решения конкретных научно-практических задач.

2. Программа оценивания контролируемой компетенции:

Текущая аттестация	Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины и их наименование	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
1	Раздел №1 «Основные понятия методов оптимизации. Классификация методов оптимизации. Типы оптимизационных задач»	ОПК-1, ОПК-2, ПК-1, ПК-2	Комплект разно уровневых задач для выполнения домашних заданий
2	Раздел №2 «Оптимизация в линейном программировании»	ОПК-1, ОПК-2, ПК-1, ПК-2	Контрольная работа №1
3	Раздел №3 «Оптимизация в нелинейном программировании»	ОПК-1, ОПК-2, ПК-1, ПК-2	Комплект разно уровневых задач для выполнения домашних заданий
4	Раздел №4 «Оптимизация в моделях микроэкономики. Анализ поведения потребителя и производителя»	ОПК-1, ОПК-2, ПК-1, ПК-2	Контрольная работа №2
5	Раздел №5 «Оптимизация в моделях макроэкономики. Межотраслевой балансовый метод. Задача Канторовича»	ОПК-1, ОПК-2, ПК-1, ПК-2	Комплект разно уровневых задач для выполнения домашних заданий
Промежуточная аттестация		Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
Экзамен		ОПК-1, ОПК-2, ПК-1, ПК-2	Вопросы и задачи к экзамену

Контрольная работа № 1
по дисциплине «Методы оптимизации»

Задание 1.

Составить план перевозок каменного угля с трех шахт на четыре электростанции. План должен обеспечить минимальные транспортные издержки. Суточные производительности шахт, потребности пунктов потребления и стоимость транспортировки 1т угля приведены в таблице.

Таблица

Потребности электростанций, т.	80	90	70	90+5N
Производительности шахт, т.				
110	5	6	2	4
160	1	1	4	5
60	2	9	15	3

N – номер варианта

Критерии оценки:

оценка «отлично» (15 баллов) выставляется студенту, если он выполнил и оформил правильно задание контрольной работы;

оценка «хорошо» (7-14 баллов) выставляется студенту, если он правильно выполнил расчеты, но допустил неточности в оформлении и в смысловом толковании задания;

оценка «удовлетворительно» (1-6 баллов) выставляется студенту, если он правильно выполнил основные расчеты, но допустил ошибки и неточности в промежуточных расчетах; в оформлении и в смысловом толковании задания;

оценка «неудовлетворительно» (0 баллов) выставляется студенту, если он не справился с решением предложенного задания.

Контрольная работа № 2
по дисциплине «Методы оптимизации»

Дана функция полезности $U(x_1, x_2, x_3)$.

Требуется:

1. Решить задачу оптимального поведения потребителя при заданных ценах p_1, p_2, p_3 и доходе M .
2. Найти функции спроса потребителя и вычислить реакции потребителя при изменении дохода и цен в точке оптимума, провести классификацию товаров.
3. Вычислить предельные полезности товаров в точке оптимума.
4. Вычислить норму замещения для 1-ого и 3-его товаров.
5. Вычислить коэффициенты эластичности по доходу и ценам в точке оптимума, проверить выполнение основного свойства.

$$U = \alpha * \ln x_1 + \beta * \ln x_2 + \gamma * \ln x_3$$

$$p_1 = 10 + 2 * N, p_2 = 2 + N, p_3 = 30 - N, M = 840 + 20 * N$$

$$\alpha = 1 + 0.3 * N, \beta = 1 + 0.2 * N, \gamma = 2 - 0.05 * N$$

N – номер варианта

Критерии оценки:

оценка «отлично» (15 баллов) выставляется студенту, если он выполнил и оформил правильно все задания контрольной работы;

оценка «хорошо» (7-14 баллов) выставляется студенту, если он правильно выполнил расчеты во всех заданиях, но допустил неточности в оформлении и в смысловом толковании заданий;

оценка «удовлетворительно» (1-6 баллов) выставляется студенту, если он правильно выполнил и оформил одно задание и верно продемонстрировал несколько шагов алгоритма решения второго и третьего заданий;

оценка «неудовлетворительно» (0 баллов) выставляется студенту, если он не справился с решением предложенных заданий.

**Разноуровневые задачи и задания
по дисциплине «Методы оптимизации»**

Раздел №1 «Основные понятия методов оптимизации. Классификация методов оптимизации. Типы оптимизационных задач»

Задание № 1.

Провести классификацию методов оптимизации. Привести примеры.

Задание № 2.

Провести классификацию задач оптимизации. Привести примеры задач.

Задание № 3.

Историческая справка о методах и задачах оптимизации.

Раздел №3 «Оптимизация в нелинейном программировании»

Задание 1.

Найти максимальное и минимальное значения сепарабельной (аддитивной) функции (является суммой n функций $f_j(x_j)$).

$$Z = (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 6)^2$$
$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 12 + 2N \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Задание 2.

Найти условный экстремум функции: $Z = 6 - 4x_1 - 3x_2$,
если $x_1^2 + x_2^2 = 1 + N$

Задание 3.

Найти $Z = x_1^2 - 3x_1 + x_2^2 - 2x_2 \rightarrow \min$
если $x_1^2 - x_2^2 \leq 9$

N – номер варианта

Задание №4

Решить методом Ленд и Дойг следующие задачи линейного целочисленного программирования. Сопровождайте решение графической иллюстрацией.

1. $x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$

x_1, x_2 – целые

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \leq 7 \\ x_1 + 3x_2 \leq 7 \end{cases}$$

$$Z = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

2. $x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$

x_1, x_2 – целые

$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 \leq 15 \\ 7x_1 + 8x_2 \leq 28 \end{cases}$$

$$Z = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

Раздел №5 «Оптимизация в моделях макроэкономики. Межотраслевой балансовый метод. Задача Канторовича»

Задание 1.

На основе отчетного межотраслевого баланса народного хозяйства требуется рассчитать:

1. Коэффициенты прямых и полных материальных затрат, если на основе прогноза установлено, что на плановый период коэффициенты прямых материальных затрат уменьшатся на 2%.
2. Коэффициенты прямой и полной фондоемкости на плановый период.
3. Коэффициенты прямой и полной трудоемкости на плановый период .
4. При заданном объеме производства конечной продукции $Y^{ПЛ}$ объем производства валовой продукции в плановом периоде.
5. Необходимое количество труда и основных производственных фондов для выполнения производственной программы.
6. Межотраслевые потоки и чистую продукцию отраслей на плановый период.
7. Построить схему межотраслевого баланса на плановый период.

Потребляющая Отрасль Производящая отрасль	Промышлен- ность	Сельское хозяйство	Прочие отрасли	Конечная продукция (тыс.руб.)	Валовая продукция (тыс.руб.)	Конечная продукция на плановый период
Промышленность	20	40	30	110+5N	200+5N	130+5N
Сельское хозяйство	30	16	60	54+5N	160+5N	60+5N
Прочие отрасли	10	24	16	150+5N	200+5N	160+5N
Затраты труда двух видов (тыс. чел./час)	25	50	30			
	30	20	10			
Объемы производственных фондов (тыс.руб.)	200	300	400			
	100	200	150			
Валовая продукция	200+5N	160+5N	200+5N			

N – номер варианта

Задание 2.

Производственная система выпускает два вида продукции (I вида и II вида), использует при этом три вида ресурсов: труд, сырье и оборудование, применяет для этого четыре технологических способа.

Определить интенсивности технологических способов, обеспечивающие выпуск продукции в соотношении: $k_1 : k_2$ и максимизирующие выпуск конечной продукции. Необходимая информация предоставлена в таблице:

Ресурсы Продукция	Технологические способы (Т.С.)				Ограничения	Наличие ресурсов Выпуск продукции
	1	2	3	4		
Ресурсы						
Труд (чел/час)	2	4	6	3	≤	1500+15 <i>N</i>
Сырье (Т)	3	2	1	3	≤	2100+9 <i>N</i>
Оборудование (маш/час)	1	5	1	2	≤	3000+9 <i>N</i>
Продукция						
<i>I вида</i>	2	4	3	3	≥	2 <i>Z</i>
<i>II вида</i>	3	2	3	4	≥	3 <i>Z</i>
<i>интенсивность Т.С.</i>	<i>x</i> ₁	<i>x</i> ₂	<i>x</i> ₃	<i>x</i> ₄	—	<i>κ</i> ₁ =2; <i>κ</i> ₂ =3

Замечание: сформулировать и записать с объяснением математические модели прямой и двойственной задач, дать анализ решения обеих задач.

Критерии оценки:

20 баллов выставляется студенту, если он выполнил правильно и сдал в указанные сроки 100% заданий;

15-19 баллов выставляется студенту, если он выполнил правильно и сдал в указанные сроки 75%-99% заданий;

10-14 баллов выставляется студенту, если он выполнил правильно и сдал в указанные сроки 50%-74% заданий;

5-9 баллов выставляется студенту, если он выполнил правильно и сдал в указанные сроки 25%-49% заданий;

1-4 баллов выставляется студенту, если он выполнил правильно и сдал в указанные сроки 5%-24% заданий;

0 баллов выставляется студенту, если он не выполнил и не сдал в указанные сроки задания.

**Вопросы для подготовки к экзамену
по дисциплине «Методы оптимизации»**

1. Понятие о дисциплине и ее связь с прикладными задачами. Методы оптимизации: безусловные и условные. Понятие об оптимизационных задачах. Типы задач.
2. Транспортная задача, постановка и математическая модель транспортной задачи (т.з.), особенности т.з.
3. Условие разрешимости т.з. Методы нахождения исходного опорного плана (I этап метода потенциалов).
4. Условие оптимальности т.з. – теорема.
5. Метод потенциалов (II этап). Построение цикла пересчета (III этап), его особенности.
6. Вырожденность в т.з. Открытая модель т.з.
7. Многокритериальные задачи и методы их решения.
8. Оптимизационные задачи с целочисленными переменными, особенности задач, типы задач, типы задач. Краткая характеристика методов решения.
9. Метод Гомори.
10. Схема метода ветвей и границ. Метод Ленда и Дойга.
11. Задача коммивояжера и ее решение методом ветвей и границ, теоремы.
12. Задачи нелинейного программирования. Особенности задач.
13. Графический метод ЗЛП.
14. Метод множителей Лагранжа.
15. Оптимизация в задачах выпуклого программирования. Теорема Кунна-Таккера.
16. Градиентные методы решения ЗЛП: метод наискорейшего спуска (подъема).
17. Градиентные методы решения ЗЛП: метод сопряженного градиента.
18. Метод аппроксимирующего программирования.
19. Метод штрафных функций.
20. Методы второго порядка: метод Ньютона.
21. Постановка задачи оптимального выбора потребителя.
22. Пространство благ. Доступные наборы благ. Отношение предпочтения в пространстве благ.
23. Функция полезности потребителя. Основные свойства функции полезности. Предельная полезность блага.
24. Кривые безразличия. Предельная норма замены благ.
25. Модель поведения потребителя и ее анализ. Понятие функции спроса потребителя. Основное свойство. Реакции потребителя при изменении дохода. Реакции потребителя при изменении цен.
26. Коэффициенты эластичности функций спроса и их основное соотношение. Связь оптимального выбора потребителя с индексами реального дохода и цен.
27. Цели производителя. Основные рыночные структуры, в которых функционирует производитель.
28. Производственная функция и ее основные свойства. Предельная производительность ресурсов. Предельная норма замены ресурсов. Эффект от расширения масштаба производства.
29. Однородные производственные функции. Типовые производственные функции.
30. Задача максимизации объема выпуска продукции при заданных объемах затрат ресурсов. Её модель и анализ.
31. Задача минимизации затрат для обеспечения заданного объема выпуска. Её модель и анализ. Функция издержек производства.
32. Модель поведения производителя в условиях совершенной конкуренции. Постановка задачи и её модель. Решение и анализ задачи.
33. Функции спроса на факторы производства. Функция предложения на ресурсы.

34. Математическое моделирование межотраслевых связей. Схема МОБ. Коэффициенты прямых и полных материальных затрат, продуктивность матрицы А.
35. Баланс в натуральном выражении. Коэффициенты прямой и полной трудоемкости и фондоемкости.
36. Линейная оптимизационная модель Канторовича (задача нахождения максимума комплектов продукции) и ее анализ.

**Комплект задач для экзамена
по дисциплине «Методы оптимизации»**

1. Три хозяйства поставляют 550 ц, 250 ц и 350 ц молока соответственно в три населенных пункта, потребности которых 150 ц, 400 ц и 610 ц молока соответственно. Стоимость транспортировки 1 ц/км задана матрицей $C=(c_{ij})$. Составить план закрепления поставщиков за населенными пунктами так, чтобы суммарные транспортные издержки были минимальными.

$$C=(c_{ij})=\begin{pmatrix} 10 & 6 & 14 \\ 4 & 15 & 7 \\ 3 & 11 & 8 \end{pmatrix}$$

2. Три шахты могут поставить каменный уголь на три электростанции. Суточная производительность шахт a_i ($i=\overline{1,3}$), потребности электростанций b_j ($j=\overline{1,3}$) и стоимость транспортировки c_{ij} ($i, j=\overline{1,3}$) 1 т/км угля с каждой шахты на каждую станцию заданы. Составить план транспортировки угля, обеспечивающий минимальные транспортные издержки.

$$\begin{matrix} a_1=90, a_2=55, a_3=80 \\ b_1=75, b_2=70, b_3=75 \end{matrix} \quad C=(c_{ij})=\begin{pmatrix} 18 & 5 & 9 \\ 6 & 3 & 2 \\ 2 & 9 & 12 \end{pmatrix}$$

3. Решить многокритериальную задачу методом уступок. ЗЛП решать графическим способом.

$$z_1 = 3x_1 + x_2 \rightarrow \max, \text{ уступка } 25\%$$

$$z_2 = 2x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ x_1 + x_2 \leq 8 \end{cases}$$

4. Решить многокритериальную задачу методом уступок. ЗЛП решать графическим способом.

$$z_1 = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max, \text{уступка } 20\%$$

$$z_2 = x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \\ x_1 - x_2 \geq 1 \\ x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ x_1 - 2x_2 \leq 4 \end{cases}$$

5. Решить многокритериальную задачу методом уступок. ЗЛП решать графическим способом.

$$z_1 = 3x_1 + x_2 \rightarrow \max, \text{уступка } 25\%$$

$$z_2 = 2x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ x_1 + x_2 \leq 8 \end{cases}$$

6. Решить ЗЛЦП методом Ленда и Дойга

$$z = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 \leq 12 \\ 10x_1 + 5x_2 \leq 32 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2 - \text{целые} \end{cases}$$

7. Решить ЗЛЦП методом Ленда и Дойга

$$z = x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 \leq 7 \\ 4x_1 - 2x_2 \leq 8 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2 - \text{целые} \end{cases}$$

8. Решить ЗЛЦП методом Ленда и Дойга

$$z = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 5x_1 + 10x_2 \leq 31 \\ -2x_1 + 5x_2 \leq 10 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2 - \text{целые} \end{cases}$$

9. Решить ЗЛЦП методом Ленда и Дойга

$$z = x_1 - x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 9 \\ x_1 - 4x_2 \leq 3 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2 - \text{целые} \end{cases}$$

10. Для приобретения ресурсов 2-х видов у фирмы имеется 4500 тыс. руб. Цены 1т ресурсов каждого вида равны соответственно 10 тыс. руб. и 5 тыс. руб. При использовании x_1 т ресурсов 1-го вида и x_2 т ресурсов 2-го вида суммарный доход равен $(3 \ln x_1 + 3 \ln x_2)$ тыс. руб. Сколько ресурсов каждого вида надо приобрести фирме, чтобы ее суммарный доход был максимальным?

11. Применяя метод множителей Лагранжа решить задачу на условный экстремум:

$$z = x^2 + y^2 + x + y - xy - 4 \quad \text{при} \quad x + y + 3 = 0$$

12. Предприятию надо выпустить 200 единиц продукции на 2-х линиях. При выпуске x_1 ед. продукции на первой линии и x_2 ед. продукции на второй линии суммарные затраты равны $(2x_1^3 + 4x_1 + x_2^3 + 8x_2 + 500)$ тыс. руб. Сколько единиц продукции надо выпустить на каждой линии, чтобы выполнить план с минимальными затратами?

13. Решить задачу выпуклого программирования.

$$Z = x_1^2 - 3x_1 + x_2^2 - 2x_2 \rightarrow \min$$

$$x_1^2 - x_2^2 \leq 9$$

$$x_2 \leq 3$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

14. Дан межотраслевой баланс на отчетный период.

Потреб. отр. Против. отр.	Пром-ть	Строит-во	Конеч. продукция	Валовая продукция	Плановый объем конеч. продукции
Пром-ть	30	25	50	105	140
Строит-во	10	45	145	200	250
Затраты труда	20	25			
Стоим. ОПФ	15	20			
Валовая продукция	105	200			

Найти коэффициенты прямых и полных материальных затрат, прямой и полной фондоемкости, плановые объемы валовой продукции

Критерии оценки:

Студент заслуживает оценки «отлично» (30 баллов), если он правильно и исчерпывающе ответил на все вопросы, задания для экзамена, показал глубокое знание учебно-программного материала, свободно решает профессионально-ориентированные задачи.

Студент заслуживает оценки «хорошо» (20 – 29 баллов), если он, отвечая на теоретические вопросы, задания для экзамена, допускает погрешности, которые самостоятельно затем исправляет, но свободно решает профессионально-ориентированные задачи.

Оценка «удовлетворительно» (10 – 19 баллов) выставляется при неполном ответе на вопросы, задания для экзамена. Студент в основном знает содержание материала, но допускает ошибки при изложении понятий, испытывает значительные трудности при решении задач.

Оценка "неудовлетворительно" (0 – 9 баллов) выставляется студенту, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустившему грубые ошибки при изложении теоретического материала и не умеющему решать практические задачи.