

Государственное образовательное учреждение
«Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко»

Физико-технический институт
Физико-математический факультет
Кафедра Высшей и прикладной математики информатики

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой ВиПМиИ

Коровай А.В.

(подпись, ФИО)

протокол № 1 «30» 08 2024г

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине

Б1.О.14 «Математический анализ»

Направление

01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль

Системное программирование и компьютерные технологии

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

ГОД НАБОРА 2024

Разработчик:

доцент кафедры ВиПМиИ

Зинган А.П.

«30» 08 2024г.

Тирасполь 2024

Паспорт фонда оценочных средств по учебной дисциплине.

1. В результате изучения дисциплины «Дифференциальные уравнения» у обучающихся должны быть сформированы следующие компетенции:

Категория компетенций	Код и наименование	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции
Общепрофессиональные компетенции и индикаторы их достижения		
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ИД оПК-1.1. Обладает знаниями в области фундаментальной и прикладной математики и естественно-научных дисциплин.
		ИД оПК-1.2. Умеет использовать знания в области фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин в профессиональной деятельности.
		ИД оПК-1.3. Владеет навыками применения знаний фундаментальной и прикладной математики для решения практических задач в области естественных наук и инженерной практике.
	ОПК-3 Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.	ИД оПК-3.1. Обладает фундаментальными знаниями по математическим моделям для решения прикладных задач.
		ИД оПК-3.2. Умеет использовать аппарат математических моделей при решении задач в профессиональной деятельности.
		ИД оПК-3.3. Имеет навыки применения и модификации математических моделей при решении задач в профессиональной деятельности.
Обязательные профессиональные компетенции и индикаторы их достижения		
	ПК-1 Способен демонстрировать общенаучные базовые знания естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой.	ИД ПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.
		ИД ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.
		ИД ПК-1.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.
	ПК-2 Способен понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат.	ИД ПК-2.1. Знает современный математический аппарат.
		ИД ПК-2.2. Умеет применять методы, алгоритмы и приёмы современного математического аппарата.
		ИД ПК-2.3. Владеет практическими навыками применения современного математического аппарата в исследовательской и прикладной деятельности.

2. Программа оценивания контролируемой компетенции:

Текущая аттестация	Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины и их наименование	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
№			
1	Раздел 1. Введение в анализ Раздел 2. Дифференциальное исчисление	ОПК-1, ОПК-3, ПК-1, ПК-2	Контрольная работа № 1,2 Расчетная работа №1,2,3
2	Раздел 3. Интегральное исчисление	ОПК-1, ОПК-3, ПК-1, ПК-2	Контрольная работа № 3 Расчетная работа №4
3	Раздел 4. Дифференциальное исчисление для функций нескольких переменных Раздел 5. Числовые ряды. Функциональные ряды Раздел 6. Интегральное исчисление для функций нескольких переменных Раздел 7. Интегралы, зависящие от параметра	ОПК-1, ОПК-3, ПК-1, ПК-2	Контрольная работа № 4 Расчетная работа № 5 Контрольная работа № 5 Расчетная работа №6 Контрольная работа № 6 Расчетная работа №7
Промежуточная аттестация		Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
Зачет с оценкой		ОПК-1, ОПК-3, ПК-1, ПК-2	Вопросы к зачету с оценкой
Экзамен		ОПК-1, ОПК-3, ПК-1, ПК-2	Вопросы к экзамену
Экзамен		ОПК-1, ОПК-3, ПК-1, ПК-2	Вопросы к экзамену

Контрольная работа №1
по дисциплине «Математический анализ»

1. Найти область определения функции $y = \ln\left(3^x - \frac{1}{27}\right) + \frac{1}{x^3 - 4x}$.
2. Построить график функции $y = \left|\frac{3x-1}{x+2}\right|$.
3. С помощью неполного исследования построить график функции $y = \arcsin x^2$.

Вычислить пределы:

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{2+x} - 3}{x-7}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{x \operatorname{tg} 2x}, \quad \lim_{x \rightarrow -6} \frac{e^x - \frac{1}{e^6}}{\sqrt[5]{x+7} - 1}.$$

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если он правильно все задания;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если он правильно решил более двух заданий;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он правильно решил более одного задания.

Контрольная работа №2
по дисциплине «Математический анализ»

1. Исследовать на непрерывность и изобразить графически функцию $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2}, & x < 1, \\ x^2 + 1, & x \geq 1. \end{cases}$
2. Пользуясь определением производной, найти производную функции $z = \cos(2t - 3)$.
3. Вычислить производные следующих функций:

$$z = 5^{x^2 \sin^3 x} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \sqrt{3}; \quad y = x - \ln\left(2e^x + 1 + \sqrt{e^{2x} + 4e^x + 1}\right); \quad y = (\operatorname{arctg} 3x)^{\cos 4x}.$$

$$y = \ln \operatorname{tg} 2x; \quad d^2 y - ?$$

4. Составить уравнения касательной и нормали к кривой $\begin{cases} x = 2t - t^2, \\ y = 3t - t^3 \end{cases}$ в точке, соответствующей значению параметра $t = 2$.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если он правильно решил 4 задания;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если он правильно решил 3 задания;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он правильно решил 2 задания.

Контрольная работа №3
по дисциплине «Математический анализ»

1. Вычислить неопределенные интегралы.

$$\int (4-3x)e^{-3x} dx. \quad \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}. \quad \int \frac{x^3+1}{x^2-x} dx. \quad \int \frac{4\sqrt{1-x}-\sqrt{3x+1}}{(\sqrt{3x+1}+4\sqrt{1-x})(3x+1)^2} dx.$$
$$\int \sqrt{256-x^2} dx.$$

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если он правильно решил 5 заданий;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если он правильно решил 4 задания;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он правильно решил 3 задания.

Контрольная работа №4
по дисциплине «Математический анализ»

1. Найти частные производные и дифференциалы следующих функций.

$$a) z = \ln(y^2 - e^{-x}) \quad b) z = \arcsin \sqrt{xy}$$

2. Вычислить значение производной сложной функции $u = u(x, y)$, где

$x = x(t)$, $y = y(t)$, при $t = t_0$ с точностью до двух знаков после запятой.

$$a) u = e^{x-2y}, x = \sin t, y = t^3, t_0 = 0.$$

3. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к заданной поверхности S в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$. $S: x^2 + y^2 + z^2 + 6z - 4x + 8 = 0$, $M_0(2, 1, -1)$

4. Исследовать на экстремум следующие функции. $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5$.

5. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{9n^2 + 12n - 5}$

6. Исследовать на сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{5^{n-1} + n - 1}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{2^{n^2}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{3n-1} \right)^{n^2}, \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)\ln n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2n^2}{n^4 - n^2 + 1}$$

7. Вычислить сумму ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{2}{3} \right)^n$, $\alpha = 0,1$ с точностью α

8. Найти область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+x^n}{1-x^n}$

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если он правильно решил 8 заданий;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если он правильно решил 6 заданий;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он правильно решил 4 задания.

Контрольная работа №5
по дисциплине «Математический анализ»

1. Исследовать на сходимость
числовые ряды

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 - \sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{\sqrt[3]{n^7} + 4n}$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+3)!}$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n+1}{3n+1}\right)^{n-2}$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - 4n + 5}{3^n \cdot (n+1)}$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5^n \cdot (2n+3)}$$

$$6. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln^2 n}$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2\sqrt[3]{n^7} + n}$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{\sqrt{n^3} + 5}$$

2. Найти область сходимости ряда

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1) \cdot 3^n}{(x-2)^n n^3}$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+4)^n}{3^n}$$

3. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{3n^2 - 2n}$ с
точностью $\varepsilon = 0,01$.

4. Вычислить интеграл $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[4]{81+x^4}}$ с
точностью $\varepsilon = \frac{1}{1000}$.

5. Вычислить с
точностью $\varepsilon = 10^{-3}$ интеграл
 $\int_0^1 x \cdot \sin \sqrt{x} dx$.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если он правильно решил 5 заданий;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если он правильно решил 4 задания;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он правильно решил 3 задания.

Контрольная работа №6
по дисциплине «Математический анализ»

1. Вычислить интегралы:

$$\iint_D \left(3x^2 y^2 + \frac{50}{3} x^4 y^4 \right) dx dy; \quad D: x=1, y=\sqrt[3]{x}, y=-x^3.$$

2. Пластинка D задана неравенствами, μ - поверхностная плотность. Найти массу пластинки.

$$D: 1 \leq x^2/4 + y^2/9 \leq 36; \quad x \geq 0, \quad y \geq \frac{3}{2}x; \quad \mu = 9x/y^3.$$

Вычислить интеграл: $\iiint_V y^2 \, dx \, dy \, dz; \quad V: z=10(3x+y), \quad x+y=1, \quad x=0, y=0, z=0.$

3. Вычислить криволинейный интеграл (в направлении, соответствующем возрастанию параметра t).

$$\int_{\Gamma} z dx - x dy + x z dz, \quad \Gamma: \begin{cases} x = 5 \cos t, \quad y = 5 \sin t, \\ z = 4. \end{cases}$$

5. Вычислить модуль криволинейного интеграла по замкнутому контуру:

$$\oint_{\Gamma} x z dx - dy + y dz, \quad \Gamma: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4, \\ z = 1. \end{cases}$$

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если он правильно решил 5 заданий;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если он правильно решил 4 задания;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он правильно решил 3 задания.

Комплект заданий для расчетных работ
по дисциплине «Математический анализ»

Задания для расчетных работ выбираются из сборника Кузнецова Л.А. «Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты». Учебное пособие,

Расчетная работа №1	Глава 1
Расчетная работа №2	Глава 2
Расчетная работа №3	Глава 3
Расчетная работа №4	Глава 4
Расчетная работа №5	Глава 5
Расчетная работа №6	Глава 6
Расчетная работа №7	Глава 7

Образец расчетной работы

1. Найти область определения указанных функций.

$$a) z = \frac{3xy}{2x-5y} \qquad \acute{a}) z = \arcsin(x+y^2)$$

2. Найти частные производные и дифференциалы следующих функций.

$$\grave{a}) z = \ln(y^2 - e^{-x}) \qquad \acute{a}) z = \arcsin \sqrt{xy}$$

3. Вычислить значения частных производных $f'_x(M_0)$, $f'_y(M_0)$, $f'_z(M_0)$ для данной функции $f(x, y, z)$ в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$.

$$\grave{a}) f(x, y, z) = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}, M_0(0, -1, 1).$$

$$\acute{a}) f(x, y, z) = \ln\left(x + \frac{y}{2z}\right), M_0(1, 2, 1).$$

4. Найти полные дифференциалы указанных функций

$$\grave{a}) z = 2x^3y - 4xy^5 \qquad \acute{a}) z = x^2y \sin x - 3y$$

5. Вычислить значение производной сложной функции $u = u(x, y)$, где $x = x(t)$, $y = y(t)$, при $t = t_0$ с точностью до двух знаков после запятой.

$$\grave{a}) u = e^{x-2y}, x = \sin t, y = t^3, t_0 = 0.$$

$$\acute{a}) u = \ln(e^x + e^{-y}), x = t^2, y = t^3, t_0 = -1.$$

6. Вычислить значения частных производных функции $z(x, y)$, заданной неявно, в данной точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$ с точностью до двух знаков после запятой.

$$\grave{a}) \ x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 4, \ M_0(2, 1, 1)$$

$$\acute{a}) \ x^2 + y^2 + z^2 - xy = 2, \ M_0(-1, 0, 1)$$

7. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к заданной поверхности S в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$.

$$\grave{a}) \ S: x^2 + y^2 + z^2 + 6z - 4x + 8 = 0, \ M_0(2, 1, -1)$$

$$\acute{a}) \ S: x^2 + z^2 - 4y = -2xy, \ M_0(-2, 1, 2)$$

8. Найти вторые частные производные указанных функций. Убедитесь в том, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

$$\grave{a}) \ z = e^{x^2 - y^2} \qquad \acute{a}) \ z = \operatorname{ctg}(x + y)$$

9. Проверить удовлетворяет ли указанному уравнению данная функция u .

$$\grave{a}) \ x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \ u = \frac{y}{x}$$

$$\acute{a}) \ x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 3(x^3 - y^3), \ u = \ln \frac{y}{x} + x^3 - y^3$$

10. Исследовать на экстремум следующие функции.

$$\grave{a}) \ z = y\sqrt{x} - 2y^2 - x + 14y.$$

$$\acute{a}) \ z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5.$$

11. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = z(x, y)$ в области $\overline{D}$, ограниченной заданными линиями.

$$\grave{a}) \ z = 3x + y - xy, \ \overline{D}: y = x, y = 4, x = 0$$

$$\acute{a}) \ z = xy - x - 2y, \ \overline{D}: x = 3, y = x, y = 0$$

Вопросы к зачету с оценкой
по дисциплине «Математический анализ»

I семестр

1. Множество действительных чисел $\mathbf{R}$. Верхние и нижние грани множеств.
2. Числовые последовательности. Определение предела числовой последовательности. Единственность предела.
3. Бесконечно-малые и бесконечно-большие последовательности. Теорема Вейерштрасса. Число e .
4. Определение предела функции в точке. Свойства предела функции в точке.
5. Бесконечно-малые и бесконечно-большие функции. Непрерывность функции в точке и на множестве.
6. Точки разрыва функции.
7. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел.
8. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность элементарных функций.
9. Глобальные свойства непрерывных функций. Равномерная непрерывность.
10. Определение производной, необходимое условие существования производной.
11. Физический и геометрический смысл производной.
12. Правила вычисления производной. Производные элементарных функций.
13. Дифференцируемость функции в точке. Дифференциал. Свойства дифференциала.
14. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.
15. Правило Лопиталя. Примеры.
16. Формула Тейлора для многочлена.
17. Формула Тейлора с остаточным членом.
18. Исследование функций на монотонность. Наименьшее и наибольшее значения функции на отрезке.
19. Выпуклые функции. Исследование функций на выпуклость, точки перегиба.
20. Асимптоты графика функции. Полное исследование функций.

Вопросы к экзамену
по дисциплине «Математический анализ»

II семестр

1. Первообразная функция и её свойства. Неопределённый интеграл и его свойства.
2. Таблица неопределённых интегралов. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределённом интеграле.
3. Разложение рациональной функции. Интегрирование простых дробей.
4. Интегрирование иррациональных функций.
5. Интегрирование дифференциальных биномов.
6. Интегрирование трансцендентных функций.
7. Основные классы интегрируемых по Риману функций.
8. Свойства интеграла Римана. Формула Ньютона-Лейбница.
9. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
10. Квадрируемые области, площади криволинейной трапеции, криволинейного сектора
11. Спрямоугольные кривые, длина кривой.
12. Кубируемые тела. Вычисление объема тел.
13. Площадь поверхности вращения.
14. Физические приложения определенного интеграла
15. Несобственные интегралы I и II рода.

Вопросы к экзамену
по дисциплине «Математический анализ»
III семестр

1. Понятие функции нескольких переменных. Предел функции m переменных.
2. Непрерывность функции m переменных.
Теоремы о функциях, непрерывных на множествах.
3. Частные производные функции нескольких переменных. Производная по направлению, ее свойства, градиент.
4. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости.
5. Частные производные и производные по направлениям высших порядков. Формула Тейлора для функции нескольких переменных.
6. Числовые ряды: основные определения, необходимые условия сходимости ряда, примеры, простейшие свойства.
7. Критерий Коши сходимости числового ряда. Признаки сравнения. Признак д'Аламбера сходимости числовых рядов. Радикальный признак Коши. Примеры
8. Интегральный признак Маклорена-Коши. Примеры. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница.
9. Знакопеременные ряды. Признаки Дирихле и Абеля сходимости знакопеременных рядов.
10. Функциональные последовательности, равномерная сходимость функциональных последовательностей
11. Функциональные ряды, равномерная сходимость функциональных рядов и свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.
12. Степенные ряды, радиус сходимости. Формула Коши-Адамара.
13. Ряды Тейлора. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора. Применение степенных рядов к приближенным вычислениям.
14. Кратные интегралы. Определение двойного интеграла. Основные свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному.
15. Замена переменных в двойном интеграле. Площадь поверхности.
16. Тройные интегралы. Вычисление тройных интегралов: примеры.
17. Замена переменных в тройном интеграле.
18. Несобственные кратные интегралы
19. Криволинейные интегралы I рода.
20. Криволинейные интегралы II рода.
21. Формула Грина. Независимость криволинейного интеграла II рода от пути интегрирования.
22. Понятие поверхности. Поверхностный интеграл первого рода.
23. Поверхностный интеграл второго рода. Определение и вычисление.
24. Собственные интегралы, зависящие от параметра.
25. Несобственные интегралы, зависящие от параметра.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если он ответил на все вопросы в билете, изложил правильно в логической последовательности доказательства всех утверждений и теорем по билету, отвечает на дополнительные вопросы, связанные с темами вопросов в билете.
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если он ответил на все вопросы в билете, изложил доказательства теорем по билету, отвечает на дополнительные вопросы, связанные с темами вопросов в билете.
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он ответил на все вопросы в билете без доказательств, может дать ответ на некоторые дополнительные вопросы, связанные с темами вопросов в билете.