

Государственное образовательное учреждение
«Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко»
Кафедра алгебры, геометрии и МПМ

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой-разработчика
 / Ермакова Г.Н.
Протокол № 2 «сентябрь» 2022 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине
«Аналитическая геометрия и линейная алгебра»

Направление
03.03.02 Физика

Профиль
Физическое образование в школе

Квалификация
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Год набора 2022

Разработал: доцент каф. АГ и МПМ

 / Дидурик Н.Н.

«9» сентября 2022 г.

Тирасполь 2022 г.

Физико-математический факультет
Кафедра алгебры геометрии и МПМ

«АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ»

Итоговый тест к экзамену

1. Решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 - 3x_3 = -6 \\ 2x_1 - 5x_2 + 7x_3 = 9 \\ 4x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -7 \\ 5x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases}$$

Тип вопроса: Одиночный выбор

1. $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{3}{2}\right)$;
2. $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{6}, \frac{3}{2}\right)$;
3. $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, -\frac{3}{2}\right)$;
4. $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{3}{2}\right)$.

2. Выяснить, зависима или независима система векторов, найти один из ее базисов и вычислить ранг, выразить небазисные векторы через выбранный базис: $\bar{a}_1 = (2, 1, -1, 3)$, $\bar{a}_2 = (-1, 3, -2, 1)$, $\bar{a}_3 = (1, 2, 3, -1)$, $\bar{a}_4 = (1, 12, 5, -1)$, $\bar{a}_5 = (5, 0, 13, -5)$

Тип вопроса: Одиночный выбор

1. система векторов линейно независима, сама является базисом, ранг системы равен 5.
2. система векторов линейно зависима, один из ее базисов $\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3$, ранг системы равен 3, $\bar{a}_4 = 0\bar{a}_1 + 2\bar{a}_2 + 3\bar{a}_3$, $\bar{a}_5 = 0\bar{a}_1 - 2\bar{a}_2 + 3\bar{a}_3$;
3. система векторов линейно зависима, один из ее базисов $\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3, \bar{a}_4$, ранг системы равен 4, $\bar{a}_5 = 0\bar{a}_1 - 2\bar{a}_2 + 3\bar{a}_3 + 0\bar{a}_4$;
4. система векторов линейно зависима, один из ее базисов $\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3, \bar{a}_5$, ранг системы равен 4, $\bar{a}_4 = 0\bar{a}_1 + 2\bar{a}_2 + 3\bar{a}_3 + 0\bar{a}_5$.

3. Найти какой-нибудь фундаментальный набор решений. Записать на его основе все решения системы уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 = 0 \end{cases}$$

Тип вопроса: Одиночный выбор

1. $\bar{b}_1 = (8, -6, 1, 0)$; $\bar{b}_2 = (-7, 5, 0, 1)$ – фундаментальный набор; $\bar{c} = k_1 \bar{b}_1 + k_2 \bar{b}_2$, k_1, k_2 – произвольные числа – все решения системы уравнений;
2. $\bar{b}_1 = (-8, -6, 1, 1)$; $\bar{b}_2 = (-7, 5, 0, 1)$ – фундаментальный набор; $\bar{c} = k_1 \bar{b}_1 + k_2 \bar{b}_2$, k_1, k_2 – произвольные числа – все решения системы уравнений;
3. $\bar{b}_1 = (8, -6, 1, 0)$; $\bar{b}_2 = (7, 5, 0, 1)$ – фундаментальный набор; $\bar{c} = k_1 \bar{b}_1 + k_2 \bar{b}_2$, k_1, k_2 – произвольные числа – все решения системы уравнений;
4. $\bar{b}_1 = (-8, -6, 1, 0)$; $\bar{b}_2 = (-7, 5, 0, -1)$ – фундаментальный набор; $\bar{c} = k_1 \bar{b}_1 + k_2 \bar{b}_2$, k_1, k_2 – произвольные числа – все решения системы уравнений.

4. Вычислить $2A - 3B + 4$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

Тип вопроса: Одиночный выбор

1. $2A - 3B + 4 = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 4 & -9 \end{pmatrix}$;
2. $2A - 3B + 4 = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ -4 & 9 \end{pmatrix}$;
3. $2A - 3B + 4 = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}$;
4. $2A - 3B + 4 = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}$.

5. Решить матричное уравнение вида: $X \times A = B$, если:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -6 \\ 0 & -4 & 9 \end{pmatrix}:$$

Тип вопроса: Одиночный выбор

1. $X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & 2 \end{pmatrix}$;
2. $X = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & 2 \end{pmatrix}$;
3. $X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -3 & 2 \end{pmatrix}$;
4. $X = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & 2 \end{pmatrix}$.

6. Вычислить матрицы, обратные данным, с помощью

определителей: а) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, б) $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$:

Тип вопроса: Одиночный выбор

1. а) $A^{-1} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$; б) $B^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & -1 \\ 5 & -3 & -1 \end{pmatrix}$;
2. а) $A^{-1} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$; б) $B^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 5 & -3 & 1 \end{pmatrix}$;
3. а) $A^{-1} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$; б) $B^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 5 & -3 & -1 \end{pmatrix}$;
4. а) $A^{-1} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$; б) $B^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \end{pmatrix}$;

7. Решить систему линейных уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6 \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12 \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6 \end{cases}$$

Тип вопроса: Одиночный выбор

1. $x_1 = -1, x_2 = -1, x_3 = 1, x_4 = 1$;
2. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = -1, x_4 = -1$;
3. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$;
4. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1$.

8. Даны три вектора $\bar{a} = (3, -1)$, $\bar{b} = (1, -2)$, $\bar{c} = (-1, 7)$. Определить разложение вектора $\bar{p}$: $\bar{p} = \bar{a} + \bar{b} + \bar{c}$ по базису $\bar{a}, \bar{b}$.

Тип вопроса: Одиночный выбор

1. $\bar{p} = 2\bar{a} - 3\bar{b}$;
2. $\bar{p} = 3\bar{a} - 2\bar{b}$;
3. $\bar{p} = -2\bar{a} - 3\bar{b}$;
4. $\bar{p} = 2\bar{a} + 3\bar{b}$.

9. Вычислить скалярное произведение векторов $\bar{p} = 3\bar{a} - 2\bar{b}$ и $\bar{q} = \bar{a} + 2\bar{b}$, если векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ образуют угол $\varphi = \frac{2\pi}{3}$ и $|\bar{a}| = 3$, $|\bar{b}| = 4$.

Тип вопроса: Одиночный выбор

1. 61;
2. 20;
3. -61;
4. -20.

10. Вычислить величину угла между векторами $\bar{p} = 3\bar{a} + 2\bar{b}$ и $\bar{q} = \bar{a} + 5\bar{b}$, где $\bar{a}$ и $\bar{b}$ – единичные и взаимно перпендикулярные векторы.

Тип вопроса: Одиночный выбор

1. $(\widehat{\bar{p}, \bar{q}}) = -\frac{\pi}{4}$;

2. $(\widehat{p}, \widehat{q}) = \frac{3\pi}{4}$;
3. $(\widehat{p}, \widehat{q}) = \frac{\pi}{4}$;
4. $(\widehat{p}, \widehat{q}) = -\frac{3\pi}{4}$.

11. Определить площадь параллелограмма, три вершины которого лежат в точках $A(-2, 3)$, $B(4, -5)$ и $C(-3, 1)$.

Тип вопроса: Одиночный выбор

1. 20;
2. 40;
3. 60;
4. 80.

12. Вершины треугольника находятся в точках $A(3, -5)$, $B(-3, 3)$ и $C(-1, -2)$. Найти длину биссектрисы его внутреннего угла при вершине A .

Тип вопроса: Одиночный выбор

1. $\frac{14\sqrt{3}}{3}$;
2. $\frac{14\sqrt{2}}{3}$;
3. $\frac{14\sqrt{2}}{5}$;
4. $\frac{7\sqrt{2}}{3}$.

13. Даны точки $A(2, 1)$ и $B(-1, 3)$. Найти их координаты в новой системе, если начало координат перенесено (без изменения направления осей) в точку A .

Тип вопроса: Одиночный выбор

1. $A(0,0)$ и $B(3,2)$;
2. $A(0,0)$ и $B(-3,-2)$;
3. $A(0,0)$ и $B(-3,2)$;
4. $A(0,0)$ и $B(3,-2)$.

14. Найти полярные координаты точки A , если декартовы координаты этой точки $A(-1, \sqrt{3})$ (полярная ось совпадает с положительной полуосью Ox).

Тип вопроса: Одиночный выбор

1. $A\left(2, \frac{2\pi}{3}\right)$;
2. $A\left(-2, \frac{2\pi}{3}\right)$;
3. $A\left(2, \frac{\pi}{3}\right)$;
4. $A\left(2, -\frac{\pi}{3}\right)$.

15. Определить площадь S и периметр P треугольника, заключённого между осями координат и прямой $3x - 4y - 12 = 0$.

Тип вопроса: Одиночный выбор

1. $S = 12$ кв. ед. $P = 3 + 4 + 5 = 24$ ед.;

2. $S = 6$ кв. ед. $P = 3 + 4 + 5 = 12$ ед.;
3. $S = 36$ кв. ед. $P = 3 + 4 + 5 = 48$ ед.;
4. $S = 18$ кв. ед. $P = 3 + 4 + 5 = 24$ ед.

16. Составить уравнение прямой, проходящей через начало координат и точку $(-1, -8)$.

Тип вопроса: Одиночный выбор

1. $8x - y = 0$;
2. $8x + y = 0$;
3. $-8x + y + 2 = 0$;
4. $8x - y + 3 = 0$.

17. Даны вершины треугольника $A(1, -2)$, $B(5, 4)$ и $C(-2, 0)$. Составить уравнение биссектрисы его внутреннего угла при вершине A .

Тип вопроса: Одиночный выбор

1. $5x + y - 3 = 0$;
2. $5x + y + 3 = 0$;
3. $5x + y - 6 = 0$;
4. $5x + y + 6 = 0$.

18. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $(-8, 1)$, параллельно прямой $2x - y + 7 = 0$.

Тип вопроса: Одиночный выбор

1. $2x - y + 17 = 0$;
2. $2x - y - 17 = 0$;
3. $2x - y + 1 = 0$;
4. $2x - y - 7 = 0$.

19. Через точку пересечения прямых $3x - 5y + 2 = 0$, $5x - 2y + 4 = 0$ провести прямую, параллельную прямой $2x - y + 4 = 0$.

Тип вопроса: Одиночный выбор

1. $38x - 19y - 30 = 0$;
2. $38x - 19y + 30 = 0$;
3. $38x + 19y + 30 = 0$;
4. $38x - 19y + 30 = 0$.

20. Найти точку, симметричную точке $M(-2, 9)$ относительно прямой $2x - 3y + 18 = 0$.

Тип вопроса: Одиночный выбор

1. $(4, 3)$;
2. $(2, 3)$;
3. $(2, 6)$;
4. $(3, 3)$.