

Государственное образовательное учреждение
«Приднестровский государственный университет им. Т. Г. Шевченко»
Кафедра алгебры, геометрии и МПМ



Фонд оценочных средств

Линейная алгебра

Направление подготовки:

Код 5.38.03.01

Экономика

Профили подготовки:

«Бухгалтерский учет, анализ и аудит»,

«Экономика и менеджмент»,

«Финансы и кредит»

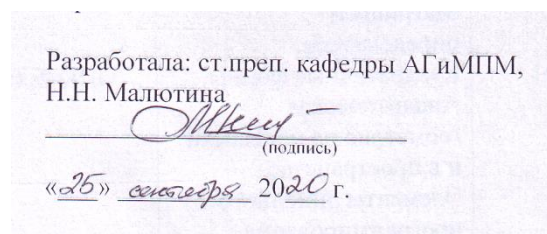
Квалификация (степень) выпускника

Бакалавр

Форма обучения:

заочная

Год набора 2020



Тирасполь 2020 г.

Паспорт фонда оценочных средств по учебной дисциплине

В результате освоения дисциплины студент должен:

Знать: язык теории множеств как основу современного языка математики; язык описания отношений, функций; основные принципы аксиоматического построения математических теорий; основные понятия алгебраических систем и алгебр; основные понятия линейной алгебры: вектор, матрица, линейная зависимость, линейное преобразование; различные формы записи уравнений прямых на плоскости и в пространстве, основные понятия и теоремы матричной алгебры; основные результаты теории систем линейных алгебраических уравнений, ключевые понятия и теоремы теории линейных пространств и линейных операторов, понятие квадратичных форм.

Уметь: выполнять операции над векторами; выполнять операции над матрицами, вычислять ранг матрицы, обратную матрицу, определители n -ого порядка применять на практике методы и приемы решения систем линейных алгебраических уравнений; преобразовывать координаты при переходе от одного базиса к другому, записать матрицу линейного оператора, вычислять собственные значения и собственные векторы линейного оператора, находить норму элемента евклидова пространства, строить ортонормированный базис, применять понятия и факты линейной алгебры при исследовании геометрических объектов; при-водить уравнения кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду, применять современные методы линейной алгебры при изучении и анализе экономических процессов.

Владеть: понятиями линейного пространства, подпространства и евклидова пространства, линейного оператора, собственного вектора и собственного значения, сопряженного оператора, ортогональной матрицы и оператора, квадратичной формы, кривых и поверхностей второго порядка; техникой действий над линейными операторами, методами приведения матрицы линейного оператора к диагональному виду.

1. Программа оценивания контролируемой компетенции:

Текущая аттестация	Контролируемые модули, разделы (темы дисциплины и их наименование*	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства**
№1	Системы линейных уравнений. Векторная алгебра. Матрицы и определители. Квадратичные формы. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве. Элементы линейного программирования.	ОПК-2; ОПК-3	контрольная работа , тесты
Промежуточная аттестация		Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства**
№1 Экзамен, контрольная работа (I семестр)		ОПК-2; ОПК-3	вопросы к экзамену, комплект билетов , задания для контрольной работы

Государственное образовательное учреждение
«Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко»

Физико-математический факультет
Кафедра алгебры, геометрии и МПМ

Комплект вопросов для проведения экзамена по дисциплине
«Линейная алгебра»

I семестр

1. Система m линейных уравнений с n неизвестными. Основные понятия.
2. Метод Жордана-Гаусса. Формулы полного исключения.
3. Опорные решения. Правила симплексных преобразований.
4. N -мерные векторы ($n=1, n=2, n=3$). Длина вектора. Примеры использования векторов в экономике.
5. Операции над векторами. Понятие n -мерного векторного пространства.
6. Расстояние между двумя точками. Понятие евклидова пространства.
7. Деление отрезка в данном отношении.
8. Угол между векторами.
9. Линейная комбинация векторов.
10. Разложение вектора по системе векторов. Существование и единственность разложения.
11. Линейно зависимые и независимые системы векторов. Лемма.
12. Теоремы о линейно зависимых и линейно независимых системах векторов.
13. Ранг и базис системы векторов. Теорема о базисах.
14. Разложение вектора по базису. Единственность разложения.
15. Связь системы векторов с системой линейных уравнений.
16. Матрицы. Операции над матрицами. Транспонирование матриц.
17. Определители 2-го порядка. Решение системы двух уравнений с двумя неизвестными методом Крамера.
18. Определители 3-го порядка, n -мерного порядка. Решение системы трёх уравнений с тремя неизвестными методом Крамера.
19. Свойства определителей.
20. Обратная матрица и её нахождение с помощью A_{ij} . Матричная алгебра в экономике.
21. Минор k -ого порядка. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.
22. Характеристический полином. Собственные значения и собственные векторы матриц.
23. Различные формы записи системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Решение системы уравнений с помощью обратной матрицы.
24. Нахождение обратной матрицы в таблицах Гаусса.
25. Прямая на плоскости, различные виды уравнения прямой.
26. Угол между двумя прямыми. Условия перпендикулярности и параллельности прямых.
27. Расстояние от точки до прямой. Использование прямой при решении экономических задач.
28. Уравнение плоскости в пространстве. Общее уравнение, уравнение плоскости в отрезках. Нормированное уравнение плоскости.
29. Расстояние от точки до плоскости.
30. Прямая в пространстве, различные уравнения прямой в пространстве.
31. Угол между двумя прямыми в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.

32. Плоскость и прямая в пространстве, угол между ними. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.
33. Кривые 2-го порядка. Окружность, эллипс, гипербола, парабола. Поверхности второго порядка.
34. Определение отрезка в n -мерном пространстве.
35. Выпуклые множества. Угловые точки, многоугольник, многогранник, опорная прямая, опорная плоскость.
36. Системы линейных неравенств и их решение.
37. Теорема о представлении точки выпуклого многогранника через его угловые точки.
38. Квадратичные формы.
39. Линейные преобразования квадратичной формы.
40. Линейные операторы и их матрицы. Преобразование матрицы линейного оператора при замене базиса. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.
41. Линейные, билинейные квадратичные формы. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы.
42. Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием.
43. Неотрицательные матрицы, положительные матрицы. Теорема Перрона-Фрабениуса о наибольшем действительном положительном собственном значении.
44. Предмет математического программирования. Краткая характеристика изучаемых задач.
45. Математическое моделирование: понятие модели, особенности модели.
46. Этапы математического моделирования экономических задач.
47. Задача об оптимальном плане выпуска продукции.
48. Общая задача линейного программирования (ЗЛП). ЗЛП в стандартной форме.
49. Различные формы записи ЗЛП.
50. Приведение любой ЗЛП к стандартному виду. Переход от ЗЛП в стандартном виде к ЗЛП с ограничениями - неравенствами.
51. Геометрическая интерпретация ЗЛП.
52. Графический метод решения ЗЛП.
53. Свойства решений ЗЛП (4 теоремы):
 - Теорема о выпуклости множества планов ЗЛП (теорема № 1).
 - Теорема об угловой точке (теорема № 2).
 - Теорема о соответствии опорному плану ЗЛП угловой точки многогранника решений ЗЛП (теорема № 3).
 - Теорема о соответствии угловой точке опорного плана (теорема № 4).
54. Симплекс - метод, 2 этапа метода:
 - нахождение исходного опорного плана, канонический вид ЗЛП,
 - симплекс - алгоритм.
55. Основная теорема симплекс - метода.
56. Симплекс - таблицы.
57. Альтернативный оптимум в ЗЛП, вырожденность в ЗЛП.
58. Метод искусственного базиса. M - задача.
59. Теорема о связи между решениями исходной задачи и M - задачи.

К экзамену допускается студент уже защитивший промежуточную контрольную работу.

Критерии оценки:

- 5 баллов выставляется студенту, если продемонстрированы знание вопроса и самостоятельность мышления, ответ соответствует требованиям правильности, полноты и аргументированности;
- 4 балла выставляется в неполном, недостаточно четком и убедительном, но в целом правильном ответе;
- 3 балла ставится, если студент отвечает неконкретно, слабо аргументировано и не убедительно, хотя и имеется какое-то представление о вопросе, а также имеет защищенную контрольную работу;
- 2 балла ставится, если студент отвечает неправильно, нечетко и неубедительно, дает неверные формулировки, в ответе отсутствует какое-либо представление о вопросе.

Составитель М.К.С. Н.Н. Малютина
«25» сентября 2020 г.

Государственное образовательное учреждение
«Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко»
Физико-математический факультет
Кафедра алгебры, геометрии и МПМ
Комплект заданий для проведения текущих контрольных работ по дисциплине
«Линейная алгебра»

Контрольная работа №1

Тема: «Аналитическая геометрия на плоскости»

Вариант 1.

- 1) Вершина квадрата $A(7, 3)$, сторона CD лежит на прямой, отсекающей на осях координат отрезки $a = 4$, $b = 3$. Написать уравнение стороны AD (Квадрат $ABCD$).
- 2) Даны уравнения двух сторон параллелограмма: $x + y - 1 = 0$ и $y + 1 = 0$. Его диагонали пересекаются в точке $M(-1, 0)$. Составить уравнение диагонали, не проходящей через точку пересечения данных сторон.
- 3) Привести уравнение кривой к каноническому виду и установить какой геометрический образ оно определяет:
а) $x^2 - 4y^2 - 8x + 4y + 4 = 0$ б) $9x^2 + 4y^2 + 18x - 8y - 23 = 0$.
- 4) Составить уравнение окружности проходящей через три заданные точки $A(4, -1)$, $B(1, 5)$, $C(-3, 2)$.

Вариант 2.

- 1) Даны точки $A(-2, 0)$, $B(2, 2)$. На отрезке OA (O – начало координат), построить параллелограмм $OACD$, диагонали которого пересекаются в точке B . Написать уравнения сторон и диагоналей параллелограмма.
- 2) Найти расстояние от точки $A(4, 3)$ до прямой, проведенной перпендикулярно к отрезку BC через его середину, если $B(1, 0)$, $C(2, 3)$.
- 3) Привести уравнение кривой к каноническому виду и установить какой геометрический образ оно определяет:
а) $8x^2 + 48x + 18y + 63 = 0$ б) $x^2 - 4y^2 - 20x + 10y + 90 = 0$
- 4) Даны точки плоскости $B(0; 4)$; $C(7; 3)$. Требуется: написать уравнение эллипса, проходящего через точки B и C , найти полуоси, фокусы, эксцентриситет; построить точки и кривые в системе координат.

Оценочный лист к письменной контрольной работе №1 по дисциплине «Линейная алгебра»

		№ п/п
	Количество баллов	Ф.И.О. студента
	0-3	Задание 1
	0-3	Задание 2
	0-6	Задание 3
	0-3	Задание 4
	0-15	Общее число баллов

Критерии оценки контрольной работы №1:

Максимальное количество возможных баллов – 15.

Отметка «2» ставится от 0 до 6 баллов

Отметка «3» ставится от 7 - 10 баллов.

Отметка «4» ставится от 11 - 13 баллов.

Отметка «5» ставится за 14 - 15 баллов.

Контрольная работа №2

Тема: «Аналитическая геометрия в пространстве»

Вариант 1.

- 1) Даны три вектора $\vec{p} = (3, -2, 1)$, $\vec{q} = (-1, 1, -2)$ и $\vec{r} = (2, 1, -3)$. Найти разложение вектора $\vec{c} = (11, -6, 5)$ по базису $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$.

- 2) Составить параметрические уравнения прямой : $\begin{cases} 2x + 3y - z = 0 \\ 3x - 5y + 2z + 1 = 0 \end{cases}$

- 3) Доказать, что прямая $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 1 - 4t \\ z = -5 + 4t \end{cases}$ параллельна плоскости $4x - 3y - 6z - 5 = 0$.

- 4) Доказать, что $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0} \Leftrightarrow |\vec{ab}| = |\vec{bc}| = |\vec{ca}|$, если вектора $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ не коллинеарны.

- 5) Даны вершины треугольника $A(2, -1, 4)$, $B(3, 2, -6)$, $C(-5, 0, 4)$. Вычислить длину его высоты проведенной из вершины A .

Вариант 2.

- 1) Дан четырехугольник ABCD, у которого A(1,-2,2), B(1,4,0), C(-4,1,1), D(-5,-5,3). Доказать, что его диагонали AC и BD взаимно перпендикулярны.

- 2) Найти точку пересечения прямой и плоскости: $\alpha: 2x+3y+z-1=0$ и $\ell: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{6}$.

- 3) Найти расстояние от точки $M_0(1, 2, 3)$ до плоскости $x + 2y + 4z - 1 = 0$.

- 4) Центр тяжести однородного стержня находится в точке $C(1, -1, 5)$, один из его концов – точка $A(-2, -1, 7)$. Определить координаты другого конца.

5) Доказать тождество: $[\vec{a}[\vec{b}\vec{c}]] + [\vec{b}[\vec{c}\vec{a}]] + [\vec{c}[\vec{a}\vec{b}]] = \vec{0}$

**Оценочный лист к письменной контрольной работе №2
по дисциплине «Линейная алгебра»**

№ п/п	Ф.И.О. студента					
	Количество баллов	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание 5
	0-2					
	0-2					
	0-2					
	0-2					
	0-2					
	0-10	Общее число баллов				

Критерии оценки контрольной работы №2:

Максимальное количество возможных баллов – 10.

Отметка «2» ставится от 0 до 4 баллов

Отметка «3» ставится от 5 - 6 баллов.

Отметка «4» ставится от 7 - 8 баллов.

Отметка «5» ставится за 9 - 10 баллов.

Контрольная работа №3

Тема: «Системы линейных уравнений. Матрицы. Определители.»

Вариант 1.

1) Найти обратную матрицу тремя способами: $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 4 \\ 3 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

2) Решить систему линейных уравнений методом Крамера:
$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 - 3x_3 = 11 \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 = -6 \\ 5x_1 - x_2 + 4x_3 = 9 \end{cases}$$

3) Вычислить определитель двумя способами:
$$\begin{vmatrix} 6 & 4 & -3 & 2 \\ 7 & 1 & 8 & 2 \\ 6 & -3 & 1 & 1 \\ 3 & -3 & 4 & 8 \end{vmatrix}$$

4) Решить матричное уравнение: $X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$

Вариант 2.

1) Найти обратную матрицу тремя способами: $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & -2 \\ 7 & 4 & 2 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$.

2) Решить систему линейных уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 - 7x_3 = 12 \\ 3x_1 - 3x_2 + 6x_3 = 10 \\ 2x_1 + 6x_2 - 9x_3 = -3 \end{cases}$$

3) Вычислить определитель двумя способами:

$$\begin{vmatrix} 4 & 5 & 6 & 7 \\ -2 & -1 & 8 & 3 \\ -4 & 9 & 6 & 1 \\ -3 & 2 & -3 & 2 \end{vmatrix}$$

4) Решить матричное уравнение: $X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -3 \\ -4 & 0 & 3 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix}$

**Оценочный лист к письменной контрольной работе №3
по дисциплине «Линейная алгебра»**

№ п/п	Ф.И.О. студента
Количество баллов	Задание 1
0-6	Задание 2
0-3	Задание 3
0-3	Задание 4
Общее число баллов	0-15

Критерии оценки контрольной работы №3:

Максимальное количество возможных баллов – 15.

Отметка «2» ставится от 0 до 6 баллов

Отметка «3» ставится от 7 - 10 баллов.

Отметка «4» ставится от 11 - 13 баллов.

Отметка «5» ставится за 14 - 15 баллов.

Составитель

«25»

М.И. Мещеряков
сентября

2020 г.

Н.Н. Малютина

Государственное образовательное учреждение
«Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко»
 Физико-математический факультет
Кафедра алгебры, геометрии и МПМ
Тесты
по дисциплине «Линейная алгебра»
Тест 1.

№	Задания	Варианты ответов
1.	Определить расстояние между точками A(3,8), B(-5,14).	а) 10 б) 12 в) 8 г) 2
2.	Известны точки A(-2,5), B(4,17)- концы отрезка АВ. На этом отрезке находится точка С, расстояние которой от А в два раза больше расстояния от В. Определить координаты точки С.	а) (-2,13) б) (2,13) в) (2,-13) г) (-2,-13)
3.	Точка C(2,3) служит серединой отрезка АВ. Определить координаты точки А, если B(7,5).	а) (-3,1) б) (-4,1) в) (-3,-1) г) (3,1)
4.	Определить площадь треугольника с вершинами A (-2, -4), B (2,8), C(10,2).	а) 120 б) 50 в) 60 г) 45
5.	Найти полярные координаты точки M(1,- $\sqrt{3}$), если полюс совпадает с началом координат, а полярная ось с положительным направлением оси абсцисс.	а) $(2, -\frac{5\pi}{3})$ б) $(2, \frac{4\pi}{3})$ в) $(4, \frac{5\pi}{3})$ г) $(2, \frac{5\pi}{3})$
6.	Один конец отрезка перемещается по оси абсцисс, а другой – по оси ординат. Найти уравнение линии, описываемой серединой этого отрезка, если длина отрезка равна с.	а) $x^2 + y^2 = 3c^2/4$ б) $x^2 + 2y^2 = c^2/4$ в) $2x^2 + y^2 = c^2/4$ г) $x^2 + y^2 = c^2/4$
7.	Составить уравнение линии, расстояние каждой точки которой от точки F(0,1/4) равно расстоянию этой же точки от прямой $y = -\frac{1}{4}$.	а) $y = 4x^2$ б) $y = 2x^2$ в) $y = -x^2$ г) $y = x^2$
8.	Составить уравнение множества точек, равноудаленных от точек A(1,1), B(3,3).	а) $x + y - 4 = 0$ б) $x - y - 4 = 0$ в) $x + y + 4 = 0$ г) $x + y = 0$
9.	Составить уравнение прямой, отсекающей на оси ординат отрезок равный (-3) и образующей с положительным направлением оси абсцисс угол $\frac{\pi}{6}$.	а) $x + \sqrt{3}y - 3\sqrt{3} = 0$ б) $x - \sqrt{3}y - 3\sqrt{3} = 0$ в) $x - \sqrt{3}y + 3\sqrt{3} = 0$ г) $x - \sqrt{3}y = 0$
10.	Составить уравнение прямой, отсекающей на осях координат отрезки: 2/5 и -1/10.	а) $5x - 20y - 2 = 0$ б) $3x - 4y + 7 = 0$ в) $4x - 2y + 7 = 0$ г) $3x - y + 2 = 0$
11.	Найти острый угол, образованный двумя прямыми, заданными в определенном порядке своими уравнениями - $3x + y - 7 = 0$, $-2x + y - 1 = 0$.	а) 45° б) 135° в) 90° г) 60°

12.	Составить уравнение прямой, проходящей через точки $(-1,3)$ и $(2,5)$.	а) $2x + 3y + 11 = 0$ б) $2x - 3y - 11 = 0$ в) $2x - 3y + 11 = 0$ г) $2x - 3y = 0$
13.	Составить уравнение прямой, проходящей через точки $(-2,4)$, $(-2,-1)$.	а) $x = -2$ б) $x = -1$ в) $x = 2$ г) $x = -3$
14.	Найти координаты точки пересечения прямых: $3x - 2y + 1 = 0$ и $2x + 5y - 12 = 0$	а) $(-1, -2)$ б) $(-1, 2)$ в) $(1, -2)$ г) $(1, 2)$
15.	Определить расстояние от точки $M(1,2)$ до прямой $20x - 21y - 58 = 0$	а) $\frac{80}{19}$ б) $\frac{60}{29}$ в) $\frac{80}{29}$ г) $\frac{70}{29}$

Тест №2

№	Задания	Варианты ответов
1.	Даны стороны треугольника: $x + 3y - 7 = 0$ (AB), $4x - y - 2 = 0$ (BC), $6x + 8y - 35 = 0$ (AC). Найти длину высоты проведенной из вершины B.	а) 1,3 б) 1,2 в) 2,3 г) 2
2.	Определить расстояние между параллельными прямыми $3x + y - 3\sqrt{10} = 0$ и $6x + 2y + 5\sqrt{10} = 0$	а) 5 б) 6,5 в) 5,5 г) 6
3.	Даны вершины треугольника $A(1,1)$, $B(10,13)$, $C(13,6)$. Составить уравнение биссектрисы угла A.	а) $7x + 4y + 2 = 0$ б) $7x - 9y + 2 = 0$ в) $3x + 4y + 26 = 0$ г) $7x + 2y - 34 = 0$
4.	Найти прямую, принадлежащую пучку $2x + 3y + 5 + \lambda(x + 8y + 6) = 0$ и проходящую через точку $(1,1)$.	а) $4x - 7y + 3 = 0$ б) $7x - 9y = 0$ в) $3x + 4y + 26 = 0$ г) $7x + 2y - 34 = 0$
5.	Найти прямую проходящую через точку пересечения прямых $3x - 4y + 7 = 0$ и $5x + 2y + 3 = 0$ и параллельную оси ординат.	а) $x + 1 = 0$ б) $9y + 2 = 0$ в) $3x + 4y + 26 = 0$ г) $x = 0$
6.	Найти координаты центра и радиус окружности: $2x^2 + 2y^2 - 8x + 5y - 4 = 0$	а) $C(2, 5/4)$, $R=11/4$ б) $C(2, -5/4)$, $R=11/4$ в) $C(2, -1/4)$, $R= 1/4$ г) $C(2, -5)$, $R=11/4$
7.	Составить уравнение хорды окружности $x^2 + y^2 = 49$, делящейся в точке $A(1,2)$ пополам.	а) $x + 2y - 5 = 0$ б) $7x - 9y + 2 = 0$ в) $3x + 4y = 0$ г) $7x + 2y - 34 = 0$
8.	Сделан параллельный перенос осей координат, причем новое начало расположено в точке $(3,-4)$. Известны старые координаты точки $M(7,8)$. Определить новые координаты этой же точки.	а) $(4,12)$ б) $(5,12)$ в) $(10,9)$ г) $(6,12)$
9.	Система координат повернута на угол $\frac{\pi}{6}$. Определить новые координаты точки $(\sqrt{3}, 3)$.	а) $(-3, \sqrt{3})$ б) $(\sqrt{3}, 3)$ в) $(\sqrt{3}, -3)$ г) $(3, \sqrt{3})$
10.	Какую линию определяет уравнение: $4x^2 + 9y^2 - 8x - 36y + 4 = 0$?	а) эллипс

		б) гиперболу в) окружность г) параболу
11.	Найти расстояние между точками: A(-4,3) и B(0,6).	а) 4 б) 3 в) 5 г) 1
12.	Найти точку равноудаленную от точек: A(0,0), B(7,-7), C(8,0).	а) (1,2) б) (4,4) в) (3,3) г) (4,-3)
13.	Найти угол, образуемый с осью абсцисс прямой, проходящей через точки (-2,1), (2,-3).	а) 45° б) 135° в) 90° г) 60°
14.	Найти точку пересечения прямых: $3x + 4y - 18 = 0$ и $4x - 3y + 1 = 0$	а) (2,3) б) (-2,3) в) (-2,-4) г) (6,0)
15.	Составить уравнение параболы с вершиной в начале координат, зная координаты ее фокуса (-2,0)	а) $y^2 - 8x = 0$ б) $y^2 + 8x = 0$ в) $y^2 + x = 0$ г) $y^2 - x = 0$
16.	Найти точку пересечения параболы $y^2 - 9x = 0$ и прямой $3x - y - 6 = 0$.	а) (4,6) б) (4,-6) в) (1,-3) г) (1,3)
17.	Составить уравнение равносторонней гиперболы, проходящей через точку (3,2), если ее центр в точке (-1,1), а асимптоты параллельны осям координат.	а) $y = \frac{x-5}{x+1}$ б) $y = \frac{x+5}{x+1}$ в) $y = \frac{x+5}{x-1}$ г) $y = \frac{x-5}{x-1}$
18.	Даны координаты точек P(-1, 5), Q(3, 2). Найти координаты точки M, симметричной точке Q относительно точки P.	а) (-5, 8) б) (-5, -8) в) (5, -8) г) (5, 8)
19.	Вычислить угол между следующей парой векторов $a_1\{2, 0\}$ и $a_2\{1, -\sqrt{3}\}$.	а) 75° б) -30° в) -60° г) 45°
20.	Определить радиус окружности, которая проходит через точку (-2, 3) и имеет центр в точке (-1, 4).	а) 1 б) $\sqrt{2}$ в) 2 г) 3

Тест №3

№ Задания

1. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 3 & 5 & 7 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & -3 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & 5 & 4 \end{vmatrix}.$$

Варианты ответов

а) 70 б) -70
в) 60 г) 25

2. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 5 \end{vmatrix}.$$

а) 620 б) -640
в) 640 г) -620

3.

Найти y из системы:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 14 \\ y + 2z + 3t = 20 \\ z + 2t + 3x = 14 \\ t + 2x + 3y = 12 \end{cases}.$$

а) $y = -2$ б) $y = 1$

в) $y = 0$ г) $y = 2$

4.

Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} y - 3z + 4t = -5 \\ x - 2z + 3t = -4 \\ 3x + 2y - 5t = 12 \\ 4x + 3y - 5z = 5 \end{cases}$$

а) $(1, 2, 1, -1)$. б) $(1, -2, 1, -1)$.

в) $(1, 2, -1, -1)$. г) $(-1, 2, 1, -1)$.

5.

Найти сумму матриц:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 2 & -1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

а) $A + B = \begin{pmatrix} 4 & -7 & 11 \\ 4 & -2 & -2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

б) $A + B = \begin{pmatrix} 4 & -7 & 11 \\ 4 & 2 & -2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

в) $A + B = \begin{pmatrix} -4 & 7 & 11 \\ -4 & 2 & -2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

г) $A + B = \begin{pmatrix} 4 & 7 & 11 \\ 4 & 2 & -2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

6.

Найти произведение матриц AB , если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

а) $\begin{pmatrix} 8 & 0 & -7 \\ 16 & 10 & 4 \\ 13 & 5 & 7 \end{pmatrix}$

б) $\begin{pmatrix} 8 & 0 & 7 \\ 16 & 10 & 4 \\ 13 & 5 & 7 \end{pmatrix}$

в) $\begin{pmatrix} 8 & 0 & 7 \\ -16 & 10 & 4 \\ 13 & 5 & 7 \end{pmatrix}$

г) $\begin{pmatrix} 8 & 0 & -7 \\ 16 & 10 & -4 \\ 13 & 5 & 0 \end{pmatrix}$

7.

$$\text{Найти } A^3, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

а) $\begin{pmatrix} -47 & 78 \\ 39 & -86 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 47 & 78 \\ -39 & 86 \end{pmatrix}$

в) $\begin{pmatrix} 47 & 78 \\ 39 & 86 \end{pmatrix}$ г) $\begin{pmatrix} 47 & -78 \\ 39 & 86 \end{pmatrix}$

8. Найти обратную матрицу для матрицы
- $$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$
- а) $\frac{1}{5} \begin{pmatrix} 9 & -2 & -4 \\ 1 & -2 & -1 \\ -12 & 1 & 7 \end{pmatrix}$
 б) $\frac{1}{5} \begin{pmatrix} 9 & -2 & -4 \\ -1 & -2 & -1 \\ -12 & 1 & 7 \end{pmatrix}$
 в) $\frac{1}{5} \begin{pmatrix} 9 & -2 & -4 \\ 1 & 2 & -1 \\ -12 & 1 & 7 \end{pmatrix}$
 г) $\frac{1}{5} \begin{pmatrix} 9 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \\ 12 & 1 & 7 \end{pmatrix}$
9. Определить ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \end{pmatrix}$.
- а) $\text{rang}=1$ б) $\text{rang}=2$
 в) $\text{rang}=3$ г) $\text{rang}=4$
10. Определить ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- а) $\text{rang}=1$ б) $\text{rang}=3$
 в) $\text{rang}=2$ г) $\text{rang}=4$
11. Исследовать систему уравнений:
- $$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 + 9x_5 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 5x_5 = 2 \\ 2x_1 + 11x_2 + 12x_3 + 25x_4 + 22x_5 = 4 \end{cases}.$$
- а) система несовместна
 б) система имеет одно решение
 в) система имеет два решения
 г) система имеет бесконечное множество решений
12. Исследовать систему уравнений:
- $$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 1 \\ 2x_1 + 10x_2 + 8x_3 = 3 \\ 3x_1 + 15x_2 + 12x_3 = 5 \end{cases}.$$
- а) система несовместна
 б) система имеет одно решение
 в) система имеет два решения
 г) система имеет бесконечное множество решений
13. Решить систему уравнений:
- $$\begin{cases} 36,47x_1 + 5,28x_2 + 6,34x_3 = 12,26 \\ 7,33x_1 + 28,74x_2 + 5,86x_3 = 15,15 \\ 4,63x_1 + 6,31x_2 + 26,17x_3 = 25,22 \end{cases}.$$
- а) $(0,1405; -0,3153; 0,8628)$.
 б) $(0,1405; 0,3153; 0,8628)$.
 в) $(0,1405; 0,3153; -0,8628)$.
 г) $(-0,1405; 0,3153; 0,8628)$.
14. Найти число инверсий в перестановке: $\alpha = (8, 1, 5, 9, 7, 4, 3, 6, 2)$
- а) 18 б) 16
 в) -18 г) -16
15. Найти числа k и l , зная, что перестановка $\alpha = (7, 4, 3, k, l, 8, 5, 2)$ - четная.
- а) $k=1, l=6$ б) $k=6, l=1$
 в) $k=2, l=6$ г) $k=3, l=6$
16. Пользуясь свойствами определителя решить уравнение:
- $$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 3 \\ 1 & 6 & x+5 \end{vmatrix} = 0$$
- а) $x=-2$ б) $x=-4$
 в) $x=4$ г) $x=-1$
17. Найти число инверсий в перестановке: $\alpha = (2, 4, 6, \dots, 2n, 1, 3, 5, \dots, 2n-1)$
- а) $n(n+1)$ б) $\frac{1}{2}n(n+1)$

18. Вычислить ранг системы векторов:
 $\alpha_1 = (1, -2, 3, -1, -1)$, $\alpha_2 = (2, -1, 1, 0, -2)$,
 $\alpha_3 = (1, -1, -1, -1, 1)$, $\alpha_4 = (1, 3, -10, 1, 3)$
19. Вычислить: $\begin{pmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{pmatrix}^n$
20. Найти все квадратные матрицы того же порядка, перестановочные с матрицей: $\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$
- в) $\frac{1}{2}n(n+2)$ г) $\frac{1}{2}n(n-1)$
а) $\text{rang} = 3$ б) $\text{rang} = 1$
в) $\text{rang} = 2$ г) $\text{rang} = 4$
- а) $\begin{pmatrix} \cos x & -\sin nx \\ \sin nx & \cos x \end{pmatrix}$
б) $\begin{pmatrix} \cos nx & -\sin x \\ \sin x & \cos nx \end{pmatrix}$
в) $\begin{pmatrix} \cos nx & -\sin nx \\ \sin nx & \cos nx \end{pmatrix}$
г) $\begin{pmatrix} \cos nx & \sin nx \\ \sin nx & \cos nx \end{pmatrix}$
- а) $\begin{pmatrix} a & 7b \\ b & a \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} a & 7b \\ 4b & 4a \end{pmatrix}$
в) $\begin{pmatrix} a & 7b \\ 4b & a \end{pmatrix}$ г) $\begin{pmatrix} a & b \\ 4b & a \end{pmatrix}$

Тест №4

№ Задания

1. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & b & c & d \\ a^2 & b^2 & c^2 & d^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 & d^3 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & -4 & 3 \\ 3 & -4 & -1 & -2 \\ 4 & 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}.$$

3. Решить систему уравнений: а) $(1, 1, 0, -2)$. б) $(1, 1, 0, -3)$

$$\begin{cases} x - 3y + 5z - 7t = 12 \\ 3x - 5y + 7z - t = 0 \\ 5x - 7y + z - 3t = 4 \\ 7x - y + 3z - 5t = 16 \end{cases}.$$

в) $(1, 1, 0, 2)$ г) $(1, -1, 0, -2)$

4. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3y + 4z = 18 \\ 5z + 6u = 39 \\ 7u + 8v = 68 \\ 9v + 10x = 55 \end{cases}.$$

а) $(1, 2, -3, 4, 5)$. б) $(1, 2, 3, 4, 5)$.

в) $(1, -2, 3, 4, 5)$. г) $(1, 2, 3, 4, -5)$.

5. Найти матрицу $2A+5B$, если:
 $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$.
 а) $\begin{pmatrix} -16 & -25 \\ -13 & -8 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 16 & 25 \\ 13 & -8 \end{pmatrix}$
 в) $\begin{pmatrix} 16 & 25 \\ 13 & 8 \end{pmatrix}$ г) $\begin{pmatrix} -16 & 25 \\ 13 & -8 \end{pmatrix}$
6. Найти произведение матриц BA , если
 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$
 а) $\begin{pmatrix} 4 & 6 & 6 \\ 1 & 7 & 3 \\ 8 & 11 & 14 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 4 & 6 & 6 \\ 1 & 7 & 0 \\ 8 & 11 & 14 \end{pmatrix}$
 в) $\begin{pmatrix} 4 & 6 & 6 \\ 1 & -7 & 3 \\ 8 & -11 & 14 \end{pmatrix}$ г) $\begin{pmatrix} 4 & -6 & -4 \\ 1 & 7 & 3 \\ 8 & 11 & 14 \end{pmatrix}$
7. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 10 & 20 & -30 \\ 0 & 10 & 20 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}$.
 .Найти обратную матрицу.
 а) $\begin{pmatrix} 0,1 & -0,2 & 0,7 \\ 0 & 0,1 & -0,2 \\ 0 & 0 & 0,1 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 0,1 & 0,2 & 0,7 \\ 0 & 0,1 & -0,2 \\ 0 & 0 & 0,1 \end{pmatrix}$
 в) $\begin{pmatrix} 0,1 & 0,2 & 0,7 \\ 0 & 0,1 & 0,2 \\ 0 & 0 & 0,1 \end{pmatrix}$ г) $\begin{pmatrix} -0,1 & -0,2 & 0,7 \\ 0 & -0,1 & -0,2 \\ 0 & 0 & 0,1 \end{pmatrix}$
8. Определить ранг матрицы а) $rang=3$ б) $rang=2$
 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 11 \end{pmatrix}$.
 в) $rang=1$ г) $rang=4$
9. Определить ранг матрицы а) $rang=3$ б) $rang=2$
 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 6 \\ 2 & 3 & 1 & 6 \\ 3 & 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$.
 в) $rang=1$ г) $rang=4$
10. Исследовать систему уравнений: а) система совместна (1,1,3).

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 14 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 10 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 = 3 \end{cases}$$
 б) система совместна (1,2,2).
 в) система совместна (1,2,3).
 г) система не совместна .
11. Решить систему уравнений: а) (-1,3,2). б) (1,3,2).

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 3 \end{cases}$$
 в) (-1,3,-2). г) (-1,-3,-2).
12. Найти число инверсий в перестановке: а)12 б) 18 в)8 г)34
 $\alpha = (892316457)$
13. Найти числа k и l , зная, что а) $k=5, l=1$ б) $k=6, l=1$
 перестановка $\alpha = (7,4,3,k,l,8,5,2)$ - в) $k=1, l=6$ г) $k=2, l=1$
 нечетная.
14. Пользуясь свойствами определителя а) $x=6$ б) $x=-16$
 в) $x=1$ г) $x=16$

решить уравнение: $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 5 & 4 \\ 3 & 6 & x-10 \end{vmatrix} = 0$

15. Найти число инверсий в перестановке:
 $\alpha = (1, 3, 5, \dots, 2n-1, 2, 4, 6, \dots, 2n)$
 а) $n(n-1)$ б) $\frac{1}{2}n(n-1)$
 в) $\frac{1}{2}n$ г) $\frac{1}{2}n(n+1)$
16. Вычислить ранг системы векторов:
 $\alpha_1 = (1, 3, 1, -3), \alpha_2 = (2, 1, 1, 1),$
 $\alpha_3 = (3, -11, -1, 19), \alpha_4 = (1, 12, 2, -16)$
 а) $\text{rang}=3$ б) $\text{rang}=2$
 в) $\text{rang}=1$ г) $\text{rang}=4$
17. Вычислить: $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 5 & -7 \end{pmatrix}^3$
 а) $\begin{pmatrix} 51 & -66 \\ 165 & -213 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 51 & 66 \\ 165 & -213 \end{pmatrix}$
 в) $\begin{pmatrix} 51 & 66 \\ 165 & 213 \end{pmatrix}$ г) $\begin{pmatrix} -51 & -66 \\ 165 & -213 \end{pmatrix}$
18. Вычислить: $\begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & a \end{pmatrix}^n$
 а) $\begin{pmatrix} a & n \\ 0 & a \end{pmatrix}$ б) $a^{n-1} \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$
 в) $a \begin{pmatrix} a & n \\ 0 & a \end{pmatrix}$ г) $a^{n-1} \begin{pmatrix} a & n \\ 0 & a \end{pmatrix}$
19. Найти все квадратные матрицы того же порядка, перестановочные с матрицей:
 $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$
 а) $\begin{pmatrix} a & b \\ -3b & a+3b \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} a & b \\ 3b & a+3b \end{pmatrix}$
 в) $\begin{pmatrix} a & -b \\ -3b & a+3b \end{pmatrix}$ г) $\begin{pmatrix} -a & b \\ -3b & a+3b \end{pmatrix}$
20. Перемножить прямоугольные матрицы:
 $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \\ 5 & -1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$
 а) $\begin{pmatrix} 11 & 15 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 11 & -15 \end{pmatrix}$
 в) $\begin{pmatrix} -11 & -15 \end{pmatrix}$ г) $\begin{pmatrix} 1 & -15 \end{pmatrix}$

Критерии оценки для тестов:

Оценка «**отлично**» выставляется студенту, если работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и в обосновании решения нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, которая не является следствием незнания или непонимания учебного материала).

Оценка «**хорошо**» выставляется студенту, если работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки); допущена одна ошибка.

Оценка «**удовлетворительно**» выставляется студенту, если допущено более одной ошибки или более двух – трех недочетов в выкладках, но студент обладает обязательными умениями по проверяемой теме.

Оценка «**неудовлетворительно**» выставляется студенту, если допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не обладает обязательными умениями по данной теме в полной мере.

Составитель М.Н. Малютина Н.Н. Малютина
 «25» сентября 2020 г.

Государственное образовательное учреждение
«Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко»

Физико-математический факультет

Кафедра алгебры, геометрии и МПМ

Комплект заданий для проведения промежуточной контрольной работы по дисциплине
«Линейная алгебра»
Контрольная работа

Задание 1

Решить систему тремя способами:

1.
$$\begin{cases} 5x_1 - 4x_2 + x_3 = -9 \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 15 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = -2 \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 10 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 8 \\ x_1 - 4x_2 + x_3 = -10 \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} 7x_1 - 3x_2 + x_3 = 6 \\ -2x_1 + 6x_2 - x_3 = 5 \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$$

4.
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 = -5 \\ x_2 + 3x_3 = 20 \\ -2x_1 + x_2 + 4x_3 = 15 \end{cases}$$

5.
$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = -3 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 21 \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 = -3 \end{cases}$$

Задание 2.

Показать, что векторы $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{a}_4$ в этом базисе:

1.
$$\begin{aligned} \vec{a}_1 &= (2; -2; 1) \\ \vec{a}_2 &= (-1; 1; 3) \\ \vec{a}_3 &= (1; 3; -1) \\ \vec{a}_4 &= (-1; 5; 12) \end{aligned}$$

2.
$$\begin{aligned} \vec{a}_1 &= (-2; 1; 5) \\ \vec{a}_2 &= (1; 3; -1) \\ \vec{a}_3 &= (3; -1; 4) \\ \vec{a}_4 &= (4; 6; 16) \end{aligned}$$

3.
$$\begin{aligned} \vec{a}_1 &= (5; 1; -1) \\ \vec{a}_2 &= (-2; -1; 3) \\ \vec{a}_3 &= (3; 2; -4) \\ \vec{a}_4 &= (6; 2; -2) \end{aligned}$$

4.
$$\begin{aligned} \vec{a}_1 &= (1; 4; -1) \\ \vec{a}_2 &= (3; -2; 3) \\ \vec{a}_3 &= (-2; 3; -2) \\ \vec{a}_4 &= (2; 16; -4) \end{aligned}$$

5.
$$\begin{aligned} \vec{a}_1 &= (-1; 2; 1) \\ \vec{a}_2 &= (2; 1; -4) \\ \vec{a}_3 &= (5; 3; 1) \\ \vec{a}_4 &= (10; 8; -10) \end{aligned}$$

Задание 3.

Вычислить матрицу $C = B^2 + (BA)^T - 2AB$, если

$$1) A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$2) A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -3 \\ -2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$3) A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 7 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 7 & 4 & 1 \\ 3 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$4) A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 7 & 4 & 1 \\ 3 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$5) A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 8 \\ -7 & 3 & 2 \\ -2 & 8 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \\ 2 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

Задание 4.

Решить систему двумя способами (Крамера и Гаусса):

$$1) \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 8x_4 = -1 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 6x_4 = 3 \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4 \\ 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 6 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 7x_4 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 1 \\ 5x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 2 \\ 8x_1 + 7x_2 + x_3 + 5x_4 = 1 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -5 \\ x_1 - 2x_3 + 3x_4 = -4 \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_4 = 12 \\ 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 5 \end{cases}$$

Задание 5.

Вычислить обратную матрицу для матрицы A тремя способами:

$$1) A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 4 & 1 & -5 \end{pmatrix}$$

$$2) A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 \\ -1 & 4 & 1 \\ 1 & 9 & -2 \end{pmatrix}$$

$$3) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$4) \begin{pmatrix} 3 & 4 & 7 \\ 5 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 8 \end{pmatrix}$$

$$5) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 0 & 9 & 1 \end{pmatrix}$$

Задание 6.

Даны вершины треугольника ABC : $A(-10 + N; -6 + N)$, $B(-5 + N; 1 + N)$ и $C(2 + N; -7 + N)$. N - номер варианта. Найти:

- 1) Длины сторон AB, BC и CD , их уравнения, и угловые коэффициенты;
- 2) Уравнение высоты CN и точку N её пересечения со стороной AB ;
- 3) Уравнение медианы BM и точку M её пересечения со стороной AC ;
- 4) Вычислить площадь и периметр треугольника ABC ;
- 5) Задать систему линейных неравенств, определяющих внутреннюю область треугольника;
- 6) Выполнить чертёж.

Задание 7.

Найти угол между плоскостями:

- 1) $x - 3y + 5 = 0$, $2x - y + 5z - 16 = 0$
- 2) $4x - 5y + 3z - 1 = 0$, $x - 4y - z + 9 = 0$.
- 3) $6x + 2y - 4z + 17 = 0$, $9x + 3y - 6z - 4 = 0$
- 4) $x - y\sqrt{2} + z - 1 = 0$, $x + y\sqrt{2} - z + 3 = 0$
- 5) $6x + 3y - 2z = 0$, $x + 2y + 6z - 12 = 0$.

Задание 8.

Найти и построить область решений системы неравенств:

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 \leq 2N \\ x_1 - x_2 \leq N + 1 \\ 2x_1 + x_2 \geq -2N \\ x_1 \leq N + 5 \end{cases}$$

Задание 9.

Найти точку пересечения прямой и плоскости и угол между ними:

$$1. \frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{4} \quad \text{и} \quad x + 2y + 3z - 14 = 0.$$

$$2. \frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z+1}{5} \quad \text{и} \quad x + 2y - 5z + 20 = 0.$$

$$3. \frac{x-1}{-1} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-1}{2} \quad \text{и} \quad x - 3y + 7z - 24 = 0.$$

$$4. \frac{x-1}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z+3}{2} \quad \text{и} \quad 2x - y + 4z = 0.$$

$$5. \frac{x-5}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{0}$$

и

$$3x + y - 5z - 12 = 0.$$

Задание 10.

Решить графически следующие задачу линейного программирования:

1) $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0;$

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 \leq 12, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 18, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 6; \end{cases}$$

$$Z = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max.$$

2) $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0;$

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \leq 16, \\ x_1 \leq 4, \\ 2x_1 - x_2 \leq 2; \end{cases}$$

$$Z = 3x_1 + 3x_2 \rightarrow \max.$$

3) $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0;$

$$\begin{cases} x_1 \geq 1, \\ x_2 \geq 1, \\ 4x_1 + 2x_2 \geq 12, \\ x_1 + 3x_2 \geq 15; \end{cases}$$

$$Z = 4x_1 - 2x_2 \rightarrow \min.$$

4) $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0;$

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 \leq 3, \\ x_1 - x_2 \leq 6, \\ 2x_1 - x_2 \leq 2, \\ 2x_1 + x_2 \geq 4; \end{cases}$$

$$Z = -4x_1 + x_2 \rightarrow \max \& \min$$

5) $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0;$

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 \geq 8, \\ -5x_1 + 3x_2 \leq 30, \\ 5x_1 + 4x_2 \leq 56; \end{cases}$$

$$Z = x_1 + 3x_2 \rightarrow \max.$$

Задание 11.

Решить следующую задачу линейного программирования симплекс-методом:

$$1) x_j \geq 0, j = \overline{1,3};$$

$$\begin{cases} 8x_1 + 6x_2 + x_3 \leq 474 \\ 4x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 400 \\ x_1 + 4x_2 + 4x_3 \leq 238 \end{cases}$$

$$Z = 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \rightarrow \max.$$

$$2) x_j \geq 0, j = \overline{1,3};$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 6x_2 + 8x_3 \leq 1200 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 480 \\ 2x_1 + 8x_2 + 10x_3 \leq 1440 \end{cases}$$

$$Z = 4x_1 + 4x_2 + 3x_3 \rightarrow \max.$$

$$3) x_j \geq 0, j = \overline{1,3};$$

$$\begin{cases} 9x_1 + 7x_2 + 5x_3 \leq 677 \\ 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 300 \\ 4x_1 + 2x_2 + 6x_3 \leq 358 \end{cases}$$

$$Z = 13x_1 + 12x_2 + 15x_3 \rightarrow \max.$$

$$4) x_j \geq 0, j = \overline{1,3};$$

$$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 1500 \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 2100 \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 1800 \end{cases}$$

$$Z = 10x_1 + 5x_2 + 4x_3 \rightarrow \max.$$

$$5) x_j \geq 0, j = \overline{1,3};$$

$$\begin{cases} 9x_1 + 7x_2 + 2x_3 \leq 1395 \\ 3x_1 + 5x_2 + 4x_3 \leq 750 \\ 2x_1 + 9x_2 + 4x_3 \leq 598 \end{cases}$$

$$Z = 13x_1 + 16x_2 + 14x_3 \rightarrow \max.$$

Задание 12.

Решить М-методом следующие задачи:

$$1) x_j \geq 0, j = \overline{1,4};$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 = 16, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 7x_4 = 24; \end{cases}$$

$$Z = 2x_1 + 5x_2 - x_3 - x_4 \rightarrow \max.$$

$$2) x_j \geq 0, j = \overline{1,4};$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10, \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 18; \end{cases}$$

$$Z = -x_1 + x_3 + x_4 \rightarrow \min.$$

$$3) \quad x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,5};$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_3 - 3x_4 + 7x_5 = 4, \\ x_1 + x_2 + 3x_4 = 36, \\ x_2 + x_3 + 4x_4 - 4x_5 = 24; \end{cases}$$

$$Z = x_1 + x_2 + x_3 + 7x_4 - x_5 \rightarrow \max.$$

$$4) \quad x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,5};$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 10, \\ x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 4, \\ x_3 - x_4 + x_5 = 2; \end{cases}$$

$$Z = x_1 + 2x_3 + x_5 \rightarrow \min.$$

$$5) \quad x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,5};$$

$$\begin{cases} x_1 + 8x_2 + 3x_4 - 4x_5 = 10, \\ x_3 + 4x_4 - 2x_5 = 12, \\ 2x_2 - x_4 + 3x_5 = 7; \end{cases}$$

$$Z = -2x_2 + 3x_4 - x_5 \rightarrow \max.$$

Критерии оценки для контрольной работы:

«зачтена» выставляется студенту, если работа выполнена полностью; обоснования шагов решения достаточны; допущена одна-две ошибки или несколько недочетов, но студент обладает обязательными умениями по проверяемой теме.

«незачтена» выставляется студенту, если допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не обладает обязательными умениями по данной теме в полной мере. В этом случае контрольная подлежит обязательной доработке.

Составитель М.И. Мещеряков Н.Н. Малютина
«25» сентября 2020 г.