

ПРИДНЕСТРОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. Т. Г. ШЕВЧЕНКО
БЕНДЕРСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ФИЛИАЛ

Кафедра инженерных наук, промышленности и транспорта

**РАСЧЕТ КОНСТРУКЦИЙ НА ПРОЧНОСТЬ
И ЖЕСТКОСТЬ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ,
СЖАТИИ, КРУЧЕНИИ И ИЗГИБЕ**

Методические указания

Бендеры, 2019

УДК 744.425

ББК 30.11

И62

Составители:

Т.Ю. Баева, старший преподаватель

Т.А. Федорова, старший преподаватель

В. П. Раду, старший преподаватель

Рецензенты:

Л.С. Губогло, инженер по стандартизации НП ЗАО «Элетромаш»

г. Тирасполь

В.Н. Радченко, доцент кафедры ИНПиТ БПФ ГОУ «ПГУ им.

Т. Г. Шевченко»

И62 Расчет конструкций на прочность и жесткость при растяжении, сжатии, кручении и изгибе: Методические указания/Сост. Т.Ю. Баева, Т.А. Федорова, В.П. Раду. - Бендеры, 2019. - 24 с.

Цель настоящих методических указаний – оказание помощи студентам ВПО профиля подготовки «Теплогазоснабжение и вентиляция», «Промышленное и гражданское строительство» и «Автомобили и автомобильное хозяйство» в решении задач по дисциплине «Сопротивление материалов» по теме «Расчет конструкций на прочность и жесткость при различных видах нагрузки»

ББК 30.11

Рекомендовано

НМС ПГУ им. Т.Г. Шевченко

© Т.Ю. Баева, Т.А. Федорова, В.П. Раду
составление, 2019

Содержание

Введение	1
1. Общий метод расчета на прочность и жесткость	1
2. Расчет на прочность и жесткость при растяжении и сжатии	2
3. Расчет на прочность и жесткость при поперечном изгибе ..	3
4. Пример расчета на прочность и жесткость при растяжении и сжатии.....	4
5.1. Построение эпюры внутренних усилий N	5
5.2. Построение эпюры нормальных напряжений.....	6
5.3. Нахождение площади поперечного сечения из условия прочности	7
5.4. Нахождение площади поперечного сечения из условия жесткости.....	8
5.5. Построение эпюры перемещений λ	10
6. Пример расчета на прочность и жесткость при поперечном изгибе.....	13
7.1 Построение эпюр внутренних усилий	14
7.2 Определение размеров поперечного сечения балки W_z из условия прочности.....	
7.3 Построение эпюр прогибов и углов поворота	15
7.4. Определение размеров поперечного сечения балки из условия жесткости	19
Библиографический список.....	20

Введение

Сопротивление материалов - наука о прочности, жесткости и устойчивости различных инженерных конструкций, а также деталей машин и механизмов, неправильный расчет самой малой, незначительной, как кажется на первый взгляд детали, может привести к разрушению всей конструкции.

Студенты должны иметь понятия о характере деформации и напряжении элементов при различных видах нагружений в период эксплуатации.

Должны научиться выполнять расчеты по выбору экономичных материалов, рациональных форм и размеров сечений.

Для успешного усвоения курса сопротивление материалов, для развития навыков самостоятельном решении задач и разработаны данные методические указания.

В методических указаниях содержатся основные формулы и определения, рассмотрены примеры решения задач по наиболее важным разделам курса: расчеты на прочность при различных видах нагрузок и способов деформации.

Методические указания предназначены для бакалавров всех специальности дневной и заочной форм обучения, изучающих сопротивление материалов.

1. Общий метод расчета на прочность и жесткость

Эксплуатируемые элементы могут функционировать при условии, что напряжения и деформации в них не превышают определенных значений, в зависимости от материала и размера поперечных сечений элементов.

Условие прочности представляет собой неравенство

$$\sigma_{max} \leq [\sigma], \quad (1)$$

где σ_{max} – наибольшее напряжение, возникающее при работе в его поперечных сечениях; $[\sigma]$ – допускаемое напряжение.

Допускаемое напряжение зависит от материала и определяется

$$[\sigma] = \frac{\sigma_0}{n}; \quad (2)$$

Величина σ_0 находится экспериментально и принимается равной

σ_m – пределу текучести для пластичных материалов и σ_{np} – пределу прочности для хрупких материалов.

Условие жесткости в общем виде записывается в виде

$$\Delta_{max} \leq [\Delta], \quad (3)$$

где Δ_{max} , $[\Delta]$ – соответственно максимальная и допускаемая абсолютная деформация.

Условия жесткости при растяжении–сжатии, изгибе, соответственно, имеют вид:

$$\Delta l_{max} \leq [\Delta l] \text{ м}; \quad \theta_{max} \leq [\theta] \text{ рад/м}; \quad V_{max} \leq [V] \text{ м},$$

где Δl_{max} – наибольшая деформация элемента (при растяжении–сжатии); $[\Delta l]$ – допускаемое абсолютное удлинение или укорочение участка; θ_{max} , $[\theta]$ – максимальный относительный угол закручивания и допускаемый относительный угол закручивания; V_{max} , $[V]$ – соответственно максимальный и допускаемый прогиб.

Целью расчета прочности и жесткости является выбор таких поперечных размеров, чтобы возникающие в нем напряжения и деформации не превышали установленных допусков. В результате расчетов прочности и жесткости предполагается, что такие размеры поперечного сечения соответствуют условиям прочности и твердости.

2. Расчет на прочность и жесткость при растяжении и сжатии

Когда стержень растягивается и сжимается в поперечных сечениях, возникает только один фактор внутренней силы - продольная сила N , зная которую можно определить нормальное натяжение.

$$\sigma = \frac{N}{A}, \quad (4)$$

где σ – нормальное напряжение, Па; N – нормальная сила, Н или кН; A – площадь поперечного сечения, м² или см².

При расчетах удобно пользоваться напряжением в мегапаскалях (1 МПа = 10⁶ Па).

Условие прочности записывается в виде

$$\sigma_{max} = \frac{N}{A} \leq [\sigma]; \quad (5)$$

Условие жесткости записывается в виде

$$\Delta l_{max} \leq [\Delta l] \quad (6)$$

где Δl_{max} – максимальное удлинение или укорочение рассчитываемого стержня, м; $[\Delta l]$ — заданное допустимое удлинение или укорочение стержня, м.

Величина Δl определяется как сумма деформации участков стержня:

$$\Delta l = \sum_{i=1}^n \frac{N_i * l_i}{E * A_i} \quad (8)$$

где N_i , l_i , A_i – продольная сила, длина и площадь поперечного сечения на i -ом участке стержня, соответственно; E – модуль упругости первого рода; n – число участков.

3. Расчет на прочность и жесткость при поперечном изгибе

При поперечном изгибе ось стержня изгибается, а в поперечных сечениях присутствуют два силовых фактора - изгибающий момент M_z и поперечная сила Q . Изгибающие стержни называются балками.

Прочность балки зависит в основном от величины нормального напряжения, определяемого по формуле

$$\sigma = \frac{M_z}{W_z}, \quad (9)$$

где W_z – осевой момент сопротивления, m^3 .

Условие прочности балки:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{zmax}}{W_z} \leq [\sigma], \quad (10)$$

из которого определяется осевой момент сопротивления

$$W_z = \frac{M_{zmax}}{[\sigma]}. \quad (11)$$

Условие жесткости имеет вид

$$V_{max} \leq [V], \quad (12)$$

где V_{max} – максимальный прогиб балки, $[V]$ – допускаемый прогиб, величина которого зависит от значения и условий работы балки.

Для расчета балок используется метод начальных параметров. Начало координат находится в самой левой точке балки (рис. 1). Абсцисса X определяет расстояние от начала до n - участка, отклонение которого необходимо определить.

Универсальное уравнение прогибов имеет вид

$$EJV_{(x)} = EJV_0 + EJ\theta_0 + \frac{1}{EJ} \left(M_0 * \frac{x^2}{2} + Q_0 * \frac{x^3}{6} + \sum \frac{M(x-a)^2}{2} + \right) \quad (13)$$

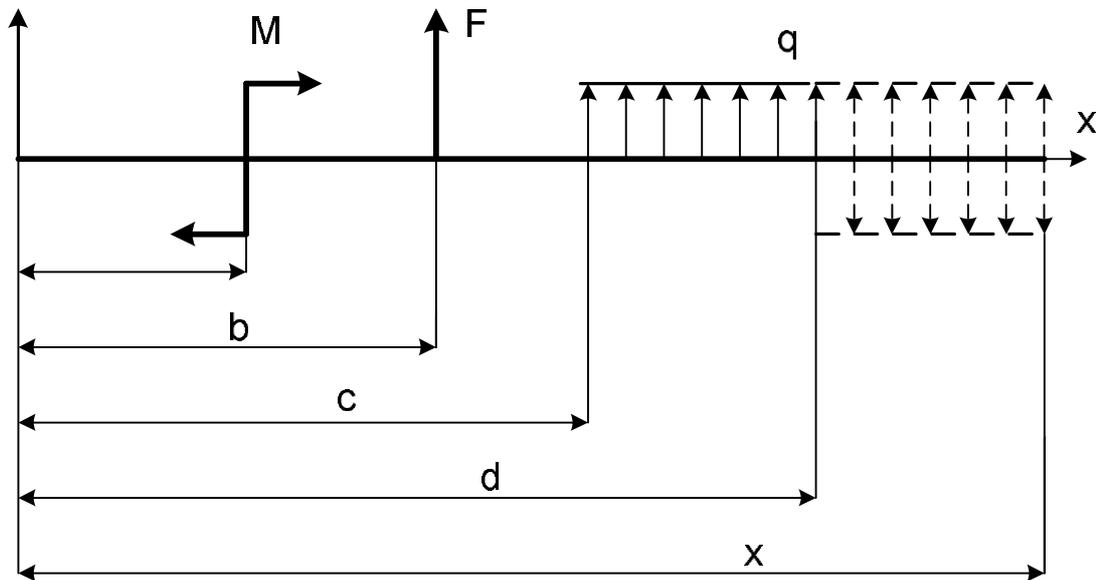
$$+ \sum \frac{Q(x-b)^3}{6} + \sum \frac{q(x-c)^4}{24}.$$

Уравнение углов поворота сечений:

$$EJ\theta_{(x)} = EJ\theta_0 + \frac{1}{EJ} \left(M_0 * x + Q_0 * \frac{x^2}{2} + \sum M * (x - a) + \right. \quad (14)$$

$$\left. + \sum Q * \frac{(x-b)^2}{2} + \sum q * \frac{(x-c)^3}{6} \right).$$

Схема №1



В уравнениях (13) и (14) $V_{(x)}$ – искомый прогиб балки; Θ_x – искомый угол поворота балки; V_0, Θ_0, M_0, Q_0 – прогиб, угол поворота, изгибающий момент и поперечная сила в начале координат соответственно (начальные параметры); $\sum M, \sum Q, \sum q$ – сосредоточенные моменты, сосредоточенные силы (реакции опор, распределенные нагрузки), соответственно расположенные левее рассматриваемого сечения; a, b, c, d – расстояния от левого конца балки до M, F , а также от начала и конца q .

Если распределенная нагрузка q не достигает рассматриваемой области, то она распространяется на этот участок, и такая же нагрузка q применяется в противоположном направлении.

Последовательность действий при определении типа деформации

1. Показать рассчитанную схему бруса.

2. Мысленно проведите сечение и выбросьте одну из частей бруса.
3. Выберите систему координат, начинающуюся в центре тяжести сечения, и отобразите внутренние силовые факторы.
4. Построение и решение уравнений равновесия для всех внутренних и внешних сил, приложенных к рассматриваемой части бруса:

$$\sum F_{ix}=0; \sum F_{iy}=0; \sum F_{iz}=0; \sum M_{ix}=0; \sum M_{iy}=0; \sum M_{iz}=0.$$

1. Исходя из найденных внутренних силовых факторов определить вид деформации.

Последовательность построения эпюр продольных сил

1. Начертите схему расчета балки и примените указанную силу. Если необходимо, установите равновесное уравнение устойчивого отклика.
2. Балка может быть разделена на секции в соответствии с точками приложенных сил.
3. Определите продольную силу для каждого сечения, используя метод поперечного сечения.
4. Найденные продольные силы разделены шкалой в виде ординат, перпендикулярных оси стержня. Линия рисуется в конце линий; разместите знаки и заштрихуйте сюжет параллельно ординате.

4. Пример расчета на прочность и жесткость при растяжении и сжатии

Подобрать из условий прочности и жесткости размеры прямоугольного поперечного сечения чугунного стержня (см. рис. 1, а).
 Дано: $F = 40\text{кН}$; $l = 0,4\text{м}$; $[\sigma_p] = 350\text{ МПа}$; $[\sigma_s] = 800\text{ МПа}$; $E = 1,2 \cdot 10^5\text{ МПа}$; $[\Delta l] = \frac{l}{200}$; $h/b = 2$, где h – высота, b – ширина поперечного сечения.

5.1. Построение эпюры внутренних усилий N

Стержень делится на 3 секции в зависимости от изменения внешней нагрузки и поперечного сечения. Используя метод сечения, мы определяем продольную силу каждого сечения.

На участке 1: $N_1 = -F = -40$ кН.

На участке 2: $N_2 = -F + 3F = 2F = 80$ кН.

На участке 3: $N_3 = -F + 3F - 2F = F = 40$ кН.

Эпюра N приведена на рис. 1, б.

5.2. Построение эпюры нормальных напряжений

Найдем напряжения на участках стержня.

На участке 1: $\sigma_1 = \frac{N_1}{2A} = \frac{-40 \cdot 10^3}{2A} = \frac{-20 \cdot 10^3}{A}$ Па

На участке 2: $\sigma_2 = \frac{N_2}{A} = \frac{80 \cdot 10^3}{A}$ Па

На участке 3: $\sigma_3 = \frac{N_3}{2A} = \frac{40 \cdot 10^3}{2A} = \frac{20 \cdot 10^3}{A}$ Па

Эпюра σ приведена на рис. 1, в.

5.3. Нахождение площади поперечного сечения из условия прочности

Наибольшие растягивающие напряжения имеют место в разделе 2, а наибольшие напряжения сжатия появляются в разделе 1. Для расчета площади поперечного сечения мы используем условия прочности (6) и (7).

Напряжения на участке 1 равны

$$\sigma_1 = \frac{-20 \cdot 10^3}{A} \text{ Па}$$

Тогда $\sigma_1 = \frac{-20 \cdot 10^3}{A} \leq [\sigma_c]$

Следовательно, $A \geq \frac{20 \cdot 10^3}{[\sigma_c]} = \frac{20 \cdot 10^3}{800 \cdot 10^6} = 0.25 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \rightarrow 0.25 \text{ см}^2$.

Напряжения на участке 2 равны

$$\sigma_2 = \frac{80 \cdot 10^3}{A} \text{ Па.}$$

По условию прочности

$$\sigma_2 = \frac{80 \cdot 10^3}{A} \leq [\sigma_p].$$

$$\text{Отсюда: } A \geq \frac{80 \cdot 10^3}{[\sigma_p]} = \frac{80 \cdot 10^3}{350 \cdot 10^6} = 2.28 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \rightarrow 2.28 \text{ см}^2$$

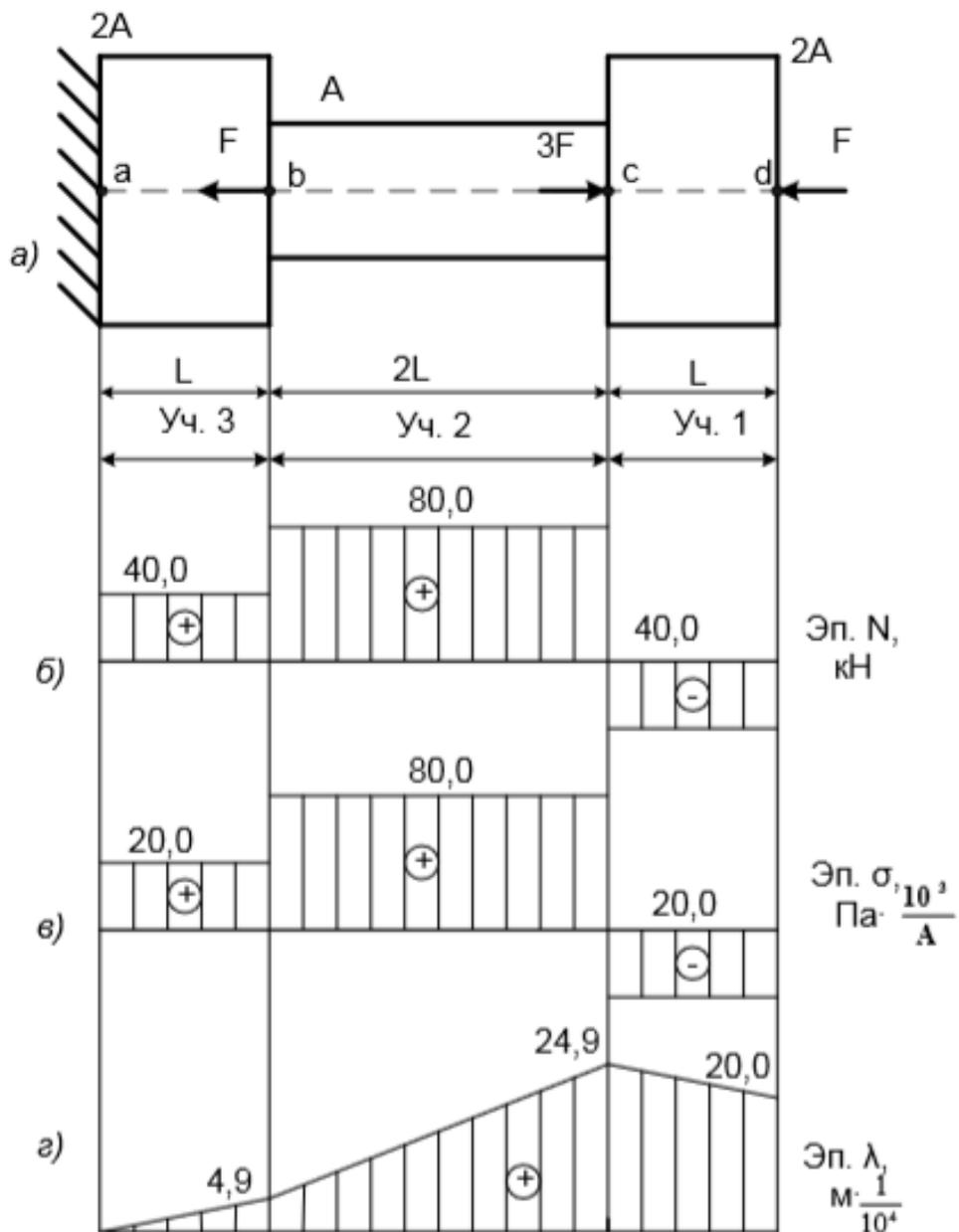


Рис. 2

Напряжения на участке 3 равны

$$\sigma_3 = \frac{20 * 10^3}{A} \text{ Па.}$$

$$\text{Тогда } \sigma_3 = \frac{20 * 10^3}{A} \leq [\sigma_p].$$

$$\text{Следовательно, } A \geq \frac{20 * 10^3}{[\sigma]_p} = \frac{20 * 10^3}{350 * 10^6} = 0.57 * 10^{-4} \text{ м}^2 \rightarrow 5.57 \text{ см}^2$$

Необходимую площадь сечения следует принять из условия прочности при растяжении:

$$A \geq 2.28 * 10^{-4} \text{ м}^2 \rightarrow 2.28 \text{ см}^2$$

При заданном соотношении $h/b = 2$ площадь поперечного сечения можно записать, как $A = h * b = 2b^2$. Размеры поперечного сечения будут равны:

$$b = \sqrt{\frac{A}{2}} = \sqrt{\frac{2.28}{2}} = 1.06 \text{ см}$$

$$h = 2b = 2,12 \text{ см.}$$

5.4. Нахождение площади поперечного сечения из условия жесткости

При расчете жесткости следует иметь в виду, что смещение по d будет равно сумме деформаций всех сечений стержня. Размерность абсолютной деформации для каждого сечения найдем по формуле (9).

$$\Delta l_i = \frac{N_i * l_i}{EA_i} \text{ или } \Delta l_i = \frac{\sigma_i * l_i}{E}$$

$$\text{На участке 1: } \Delta l_1 = \frac{\sigma_1 * l_1}{E} = \frac{-40 * 10^3 * 0.4}{A * 1.2 * 10^{11}} = \frac{-0.13 * 10^{-6}}{A} \text{ м.}$$

$$\text{На участке 2: } \Delta l_2 = \frac{\sigma_2 * l_2}{E} = \frac{80 * 10^3 * 2 * 0.4}{A * 1.2 * 10^{11}} = \frac{0.53 * 10^{-6}}{A} \text{ м.}$$

$$\text{На участке 3: } \Delta l_3 = \frac{\sigma_3 * l_3}{E} = \frac{40 * 10^3 * 0.4}{A * 1.2 * 10^{11}} = \frac{0.13 * 10^{-6}}{A} \text{ м.}$$

Абсолютная деформация всего стержня:

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 = \frac{10^{-6}}{A} (-0.13 + 0.53 + 0.13) = \frac{0.53 * 10^{-6}}{A} \text{ м.}$$

Из условия жёсткости $\Delta l \leq [\Delta l]$, $[\Delta l] = \frac{l}{200} = \frac{0.4}{200} = 2 * 10^{-3}$ м,
найдем

$$\frac{0.53 * 10^{-6}}{A} \leq 2 * 10^{-3}, \text{ откуда}$$

$$A \geq \frac{0.53 * 10^{-6}}{2 * 10^{-3}} = 2.65 * 10^{-4} \text{ м}^2 \rightarrow 2.65 \text{ см}^2$$

Размеры поперечного сечения будут равны:

$$b = \sqrt{\frac{A}{2}} = \sqrt{\frac{2.65}{2}} = 1.15 \text{ см.}$$

$$h = 2b = 2 * 1.15 = 2.30 \text{ см.}$$

Сопоставляя результаты расчета на прочность и жесткость, принимаем большее значение площади поперечного сечения $A = 2.65 \text{ см}^2$.

5.5. Построение эпюры перемещений λ

Чтобы определить смещение каждой секции стержня, мы строим график смещения λ . Для начала возьмем раздел приложения, потому что смещение этой вкладки равно нулю. При построении графика последовательно определяются смещения характеристических участков стержня, равные алгебраической сумме изменений длин всех отрезков от начала до рассматриваемого отрезка.

Сечение а: $\lambda_a = 0$.

Сечение б: $\lambda_b = \lambda_a + \Delta l_3 = 0 + \frac{0.13 * 10^{-6}}{A} = \frac{0.13 * 10^{-6}}{2.65 * 10^{-4}} = 4.9 * 10^{-4} \text{ м.}$

Сечение с: $\lambda_c = \lambda_b + \Delta l_2 = 4.9 * 10^{-4} + \frac{0.53 * 10^{-6}}{A} = 4.9 * 10^{-4} + \frac{0.53 * 10^{-6}}{2.65 * 10^{-4}} = 24.9 * 10^{-4}$

$$\text{Сечение } d: \lambda_d = \lambda_c + \Delta l_1 = 24.9 * 10^{-4} + \frac{-0.13 * 10^{-6}}{A} = 4.9 * 10^{-4} + \frac{-0.13 * 10^{-6}}{2.65 * 10^{-4}} = 20 * 10^{-4}$$

Эпюра перемещений λ представлена на рис.2, з.

Последовательность построения эпюр поперечных сил и изгибающих моментов по уравнениям

1. Определить опорные реакции и проверить установленные значения; $\sum F_{iy}=0$; $\sum F_{ix}=0$; $\sum M=0$.
2. Отдельные участки балки, границы которых совпадают с точками приложения силы, парами сил или точками в начале и в конце распределенной нагрузки.
3. Поперечное сечение выполняется на каждом участке и с учетом баланса сечения балки делится (влево или вправо) для выравнивания поперечной силы и изгибающего момента.
4. Замена значений абсциссы в каждом месте установленных уравнений рассчитывается по количеству частей величин силы сдвига и изгибающего момента.
5. На основе рассчитанной силы сдвига и изгибающих моментов, постройте соответствующую шкалу шкалы.

Последовательность построения эпюр поперечных сил и изгибающих моментов по характерным точкам.

1. Определите контрольные реакции и проверьте их обнаруженные значения.
2. Разделите балку на участки, границы которых совпадают с характерными точками, т.е. с точками приложения силы, парами сил или точками в начале и в конце распределенной нагрузки.
3. Определите тип поперечной диаграммы силы (эпюры) в каждой секции в зависимости от внешней нагрузки.
4. Рассчитать поперечные силы в характерных областях и построить поперечное сечение (сечение).
5. Определите тип кривых изгиба каждой секции в зависимости от внешней нагрузки.

6 Рассчитайте изгибающие моменты характеристических графиков и постройте график.

6. Пример расчета на прочность и жесткость при поперечном изгибе

Подобрать из расчета на прочность и жесткость прямоугольное $h = 2b$, круглое и двутавровое поперечные сечения балки, расчетная

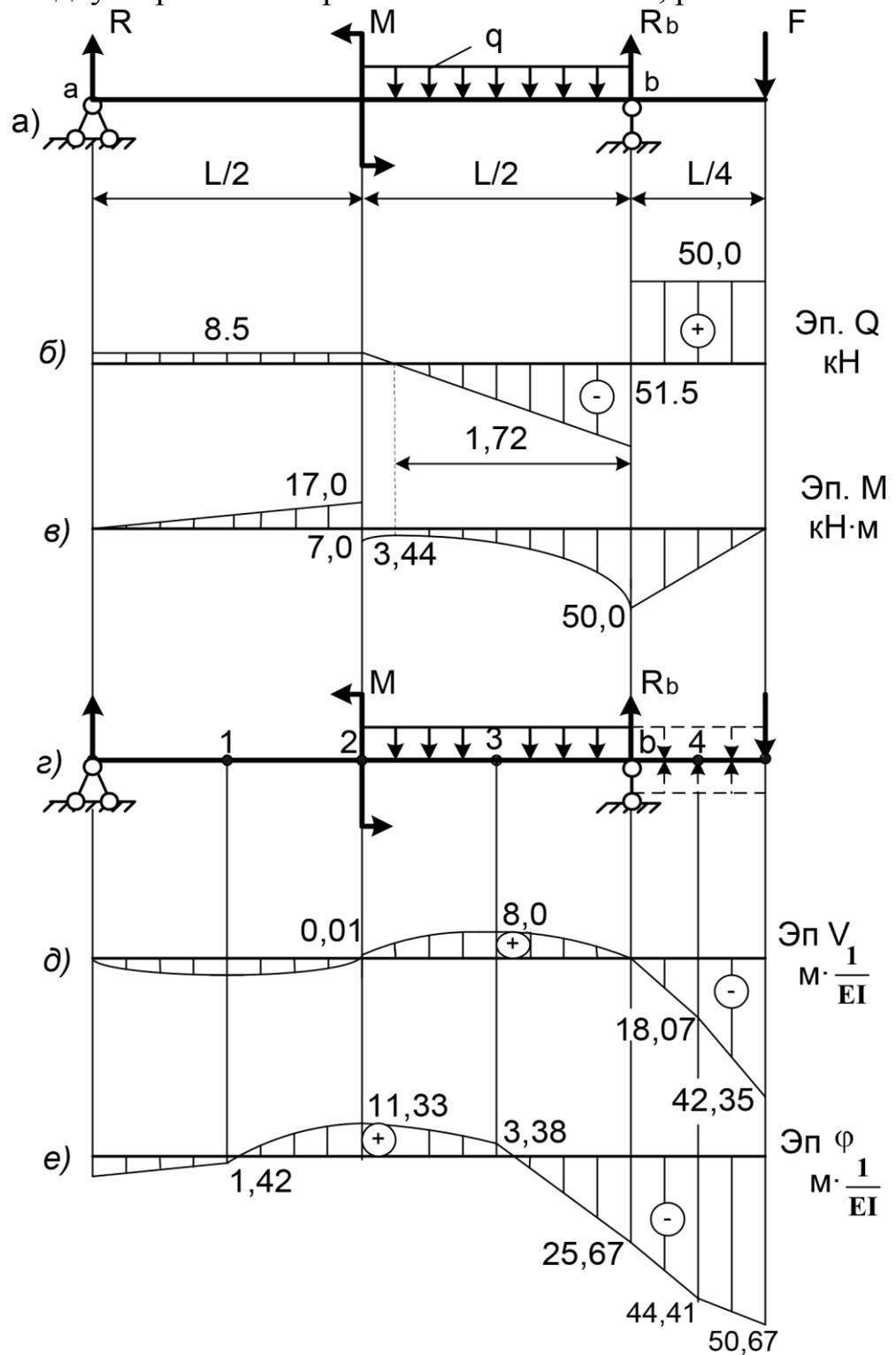


Рис. 4

схема которой показана на рис. 2, а.

Дано: $F = 50 \text{ кН}$; $M = 24 \text{ кН}\cdot\text{м}$; $q = 30 \text{ кН/м}$; $L = 4 \text{ м}$; $[V] = \frac{l}{200}$; $[\sigma] = 240 \text{ МПа}$; $E = 2.06 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

7.1 Построение эпюр внутренних усилий

Из условия равновесия балки, определяем сумму моментов относительно точек a и b , и заменяем действия опор их реакциями: $R_a = 8,5 \text{ кН}$, $R_b = 101,5 \text{ кН}$.

Используя метод сечений, находим значения изгибающего момента M_z и поперечной силы Q в сечениях балки. По найденным значениям строим эпюры Q и M_z (рис. 2, б, в).

7.2 Определение размеров поперечного сечения балки W_z из условия прочности

По эпюре находим наибольший изгибающий момент, возникающий в сечениях балки $M_{z\max} = 50 \text{ кН}\cdot\text{м}$. Зная условие прочности, по формуле (22) определяем момент сопротивления:

$$W_z \geq \frac{M_{z\max}}{[\sigma]} \geq \frac{50 \cdot 10^3}{240 \cdot 10^6} = 208.3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 = 208.3 \text{ см}^3$$

Определив W_z , находим размеры поперечного сечения.

а) Прямоугольное сечение.

Момент сопротивления прямоугольного сечения определяется по формуле

$$W_z = \frac{bh^2}{6}$$

где $h = 2b$.

Следовательно, $W_z = \frac{bh^2}{6} = \frac{b(2b)^2}{6} = \frac{2}{3}b^3 = 208.3 \text{ см}^3$.

Отсюда $b = \sqrt[3]{\frac{208.3 \cdot 3}{2}} = 6.8 \text{ см}$ $h = 2b = 13.6 \text{ см}$.

Площадь прямоугольного сечения равна $A = h \cdot b = 92,48 \text{ см}^2$.

б) Круглое сечение.

Момент сопротивления круглого сечения определяется по формуле

$$W_z = \frac{\pi * d^3}{32}$$

Тогда $W_z = \frac{\pi * d^3}{32} = 208.3 \text{ см}^3$, отсюда

$$d = \sqrt[3]{\frac{208.3 * 32}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{208.3 * 32}{3.14}} = 12.85 \text{ см.}$$

Площадь круглого сечения

$$A = \frac{\pi * d^2}{4} = \frac{3.14 * 12.85^2}{4} = 129.62 \text{ см}^2$$

в) Двутавровое сечение.

По таблице сортамента (ГОСТ 8239-72*) подбираем двутавр ($W_z \geq 208,3 \text{ см}^3$) № 22 с моментом сопротивления $W_z = 232 \text{ см}^3$ и площадью сечения $A = 30,6 \text{ см}^2$.

Сравнивая площадь поперечного сечения, мы можем сделать вывод, что двутавровое сечение является наиболее рациональным.

7.3 Построение эпюр прогибов и углов поворота

Для построения отклонений (эпюр) и углов поворота мы используем универсальные уравнения деформаций и углов поворота методом начальных параметров (13) и (14).

На рис. 2, г приведена расчетная схема.

Начальные параметры равны: $Q_0 = R_a = 8,5 \text{ кН}$; $M_0 = 0$; $V_0 = 0$; $\varphi_0 \neq 0$.

Неизвестным начальным параметром является φ_0 . Для определения φ_0 составим уравнение прогибов в сечении на правой опоре, учитывая, что здесь $V_b = 0$.

$$V_b(x = L) = \varphi_0 * 4 + \frac{1}{EI} \left[R_a \frac{4^3}{6} + \sum M \frac{2^2}{2} - \sum q \frac{2^4}{24} \right] = 0.$$

Подставив значения, получим

$$\varphi_0 * 4 + \frac{1}{EI} \left[8.5 \frac{4^3}{6} + \sum 24 \frac{2^2}{2} - \sum 30 \frac{2^4}{24} \right] = 0$$

В результате получим $\varphi_0 = \frac{-5.67}{EI} \text{ рад.}$

Чтобы отобразить отклонения (прогибы) и углы поворота, мы разделим пролет балки на четыре части, а консоли - на две части.

$$a_1) V_1 \left(x = \frac{L}{4} \right) = \varphi_0 * 1 + \frac{1}{EI} \left[R_a \frac{1^3}{6} \right] = \frac{-5.67}{EI} * 1 + \frac{1}{EI} \left[8.5 \frac{1^3}{6} \right] = \frac{-4.25}{EI} \text{ м.}$$

$$b_1) \varphi_1 \left(x = \frac{L}{4} \right) = \varphi_0 + \frac{1}{EI} \left[R_a \frac{1^2}{2} \right] = \frac{-5.67}{EI} + \frac{1}{EI} \left[8.5 \frac{1^2}{2} \right] = \frac{-1.42}{EI} \text{ рад.}$$

$$a_2) V_2 \left(x = \frac{L}{2} \right) = \varphi_0 * 2 + \frac{1}{EI} \left[R_a \frac{2^3}{6} \right] = \frac{-5.67}{EI} * 2 + \frac{1}{EI} \left[8.5 \frac{2^3}{6} \right] = \frac{-0.01}{EI} \text{ м.}$$

$$b_2) \varphi_2 \left(x = \frac{L}{2} \right) = \varphi_0 + \frac{1}{EI} \left[R_a \frac{2^2}{2} \right] = \frac{-5.67}{EI} + \frac{1}{EI} \left[8.5 \frac{2^2}{2} \right] = \frac{11.33}{EI} \text{ рад.}$$

$$a_3) V_3 \left(x = \frac{3L}{4} \right) = \varphi_0 * 3 + \frac{1}{EI} \left[R_a \frac{3^3}{6} - M \frac{1^2}{2} - q \frac{1^4}{24} \right] = \\ = \frac{-5.67}{EI} * 3 + \frac{1}{EI} \left[8.5 \frac{2^3}{6} - 24 \frac{1^2}{2} - 30 \frac{1^4}{24} \right] = \frac{8}{EI} \text{ м.}$$

$$b_3) \varphi_3 \left(x = \frac{3L}{4} \right) = \varphi_0 + \frac{1}{EI} \left[R_a \frac{2^2}{2} - M * 1 - q \frac{1^3}{6} \right] = \\ = \frac{-5.67}{EI} + \frac{1}{EI} \left[8.5 \frac{2^2}{2} - 24 * 1 - 30 \frac{1^3}{6} \right] = \frac{3.58}{EI} \text{ рад.}$$

$$a_4) V_b(x = L) = 0$$

$$b_4) \varphi_b(x = L) = \varphi_0 + \frac{1}{EI} \left[R_a \frac{4^2}{2} - M * 2 - q \frac{2^3}{6} \right] = \\ = \frac{-5.67}{EI} + \frac{1}{EI} \left[8.5 \frac{2^2}{2} - 24 * 2 - 30 \frac{2^3}{6} \right] = \frac{-25.67}{EI} \text{ рад.}$$

$$a_5) V_4 \left(x = \frac{9L}{8} \right) = \varphi_0 * 4.5 + \frac{1}{EI} \left[R_a \frac{4.5^3}{6} - M \frac{2.5^2}{2} - q \frac{2.5^4}{24} + q \frac{0.5^4}{24} \right] = \\ = \frac{-5.67}{EI} * 4.5 + \frac{1}{EI} \left[8.5 \frac{4.5^3}{6} - 24 \frac{2.5^2}{2} - 30 \frac{2.5^4}{24} + 30 \frac{0.5^4}{24} \right] = \\ = \frac{18.07}{EI} \text{ м.}$$

$$b_5) \varphi_4 \left(x = \frac{9L}{8} \right) = \varphi_0 + \frac{1}{EI} \left[R_a \frac{4.5^3}{2} - M * 2.5 - q \frac{2.5^3}{6} + q \frac{0.5^3}{6} \right] = \\ = \frac{-5.67}{EI} + \frac{1}{EI} \left[8.5 \frac{4.5^3}{2} - 24 * 2.5 - 30 \frac{2.5^3}{6} + 30 \frac{0.5^3}{6} \right] = \\ = \frac{-44.41}{EI} \text{ рад.}$$

$$\begin{aligned}
 a_6) V_5 \left(x = \frac{5L}{4} \right) &= \varphi_0 * 5 + \frac{1}{EI} \left[R_a \frac{5^3}{6} + R_b \frac{1^3}{6} - M \frac{3^2}{2} - q \frac{3^4}{24} + q \frac{1^4}{24} \right] = \\
 &= \frac{-5.67}{EI} * 4.5 + \frac{1}{EI} \left[8.5 \frac{5^3}{6} + 101.5 \frac{1^3}{6} - 24 \frac{3^2}{2} - 30 \frac{3^4}{24} + 30 \frac{1^4}{24} \right] = \\
 &= \frac{-42.35}{EI} \text{ м}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 б_6) \varphi_5 \left(x = \frac{5L}{4} \right) &= \varphi_0 + \frac{1}{EI} \left[R_a \frac{5^2}{2} + R_b \frac{1^2}{2} - M * 3 - q \frac{3^3}{6} + q \frac{1^3}{6} \right] = \\
 &= \frac{-5.67}{EI} + \frac{1}{EI} \left[8.5 \frac{5^2}{2} + R_b \frac{1^2}{2} - 24 * 3 - 30 \frac{3^3}{6} + 30 \frac{1^3}{6} \right] = \\
 &= \frac{-50.67}{EI} \text{ рад.}
 \end{aligned}$$

Вычисленные результаты сводим в таблицу.

Значения прогибов и углов поворота балки

x	0	$\frac{l}{4}$	$\frac{l}{2}$	$\frac{3l}{4}$	l	$\frac{9}{8}l$	$\frac{5}{4}l$
$V \text{ м}$	0	$-\frac{4.25}{EI}$	$-\frac{0.01}{EI}$	$-\frac{8}{EI}$	0	$-\frac{18.07}{EI}$	$-\frac{42.35}{EI}$
φ рад	$-\frac{5.67}{EI}$	$-\frac{1.42}{EI}$	$\frac{11.33}{EI}$	$\frac{3.58}{EI}$	$-\frac{25.67}{EI}$	$-\frac{44.41}{EI}$	$-\frac{50.67}{EI}$

По данным этой таблицы строим эпюры прогибов и углов поворота балки (см. рис.2, д, е).

7.4. Определение размеров поперечного сечения балки из условия жесткости

По эпюре прогибов определяем наибольший прогиб, который равен $V_{max} = \frac{20.56 * 10^{-8}}{J_z}$, где J_z – момент инерции балки относительно оси Z .
Используя условие жесткости балки

$$V_{max} \leq [V],$$

найдем $\frac{20.56 * 10^{-8}}{J_z} \leq [V].$

По условию задачи

$$[V] = \frac{l}{200} = \frac{4}{200} = 0.02 \text{ м}$$

$$J_Z \geq \frac{20.56 * 10^{-8}}{0.02} \geq 1028 * 10^{-8} = 1028 \text{ см}^4$$

а) Прямоугольное сечение:

$$J_Z = \frac{b * h^3}{12} = \frac{b * (2b)^3}{12} = \frac{2 * b^3}{3} = 1028 \text{ см}^4$$

Отсюда $b = \sqrt[4]{\frac{1028 * 3}{2}} = 10.55 \text{ см}, h = 2b = 23.1 \text{ см}.$

Площадь прямоугольного сечения равна $A = h * b = 273,705 \text{ см}^2.$

б) Круглое сечение:

$$J_Z = \frac{\pi * d^4}{64} = 1028 \text{ см}^4$$

Тогда $\frac{\pi * d^4}{64} = 1028 \text{ см}^4$, отсюда

$$d = \sqrt[4]{\frac{1028 * 64}{\pi}} = \sqrt[4]{\frac{1028 * 64}{3.14}} = 12.03 \text{ см}^2$$

Площадь круглого сечения

$$A = \frac{\pi * d^2}{4} = \frac{3.14 * 12.03^2}{4} = 113.6 \text{ см}^2$$

в) Двутавровое сечение.

По таблице сортамента (ГОСТ 8239-72*) подбираем двутавр ($J_Z \geq 1028 \text{ см}^4$) № 18 с моментом сопротивления $J_Z = 1290 \text{ см}^4$ и площадью сечения $A = 23,4 \text{ см}^2.$

Таким образом, сравнивая все полученные сечения, мы окончательно берем N-22 как наиболее рациональное сечение, обеспечивающее выполнение условий прочности и выносливости.

Практическое занятие 1
ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ ПО РАЗДЕЛУ
«Сопротивление материалов»
Расчеты на прочность и жесткость
при растяжении и сжатии

Знать порядок расчетов на прочность и жесткость и расчетные формулы.

Уметь проводить проектировочные и проверочные расчеты на прочность и жесткость при растяжении и сжатии.

Необходимые формулы

Нормальное напряжение

$$\sigma = \frac{N}{A},$$

где N — продольная сила; A — площадь поперечного сечения.

Удлинение (укорочение) бруса

$$\Delta l = \frac{Nl}{AE} \quad \text{или} \quad \Delta l = \frac{\sigma l}{E},$$

E — модуль упругости; l — начальная длина стержня.

Допускаемое напряжение

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{прел}}}{[s]},$$

$[s]$ — допускаемый запас прочности.

Условие прочности при растяжении и сжатии:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma].$$

Примеры расчетов на прочность и жесткость

Пример 1. Груз закреплен на стержнях и находится в равновесии (рис. Пб.1). Материал стержней — сталь, допускаемое напряжение 180 МПа. Вес груза 200 кН. Длина стержней: первого — 4 м, второго — 2 м. Определить размеры поперечного сечения и удлинение стержней. Форма поперечного сечения — круг.

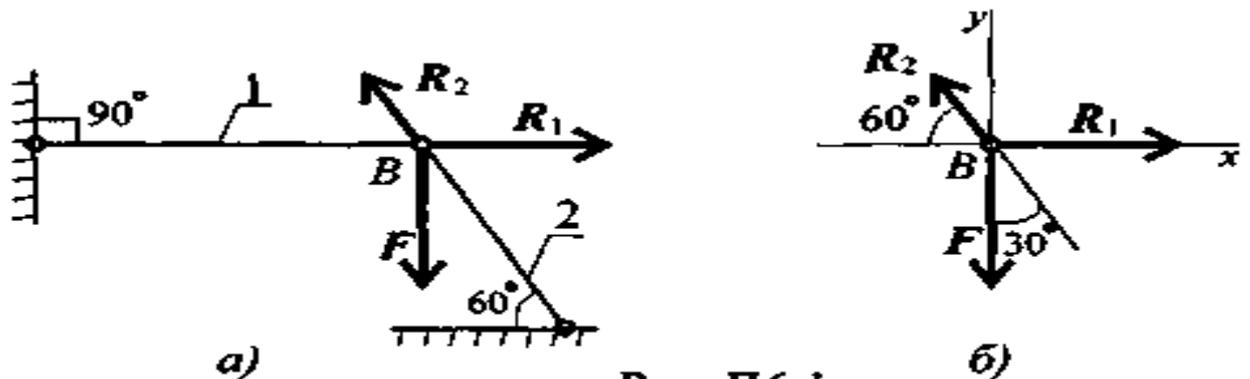


Рис. Пб.1

Решение

1. Определить нагрузку на стержни; Рассмотрим равновесие точки В - определим реакции стержней. Согласно пятой статической аксиоме, реакция стержня численно равна нагрузке на стержень

Определим реакцию сочетания в точке В, освобождаем точку В от связей. (рис. Пб.1)

Задаемся системой координат так, чтобы одна из осей координат совпала с неизвестной силой (рис. Пб.1б).

Составим систему уравнений равновесия для точки В:

$$\begin{aligned}\sum F_x &= -R_2 \cos 60^\circ + R_1 = 0; \\ \sum F_y &= R_2 \cos 30^\circ - F = 0.\end{aligned}$$

Решаем систему уравнений и определяем реакции стержней.

$$R_2 = \frac{F}{\cos 30^\circ}; \quad R_2 = \frac{100}{0,866} = 115,5 \text{ кН.}$$

$$R_1 = R_2 \cos 60^\circ; \quad R_1 = 115,5 \cdot 0,5 = 57,4 \text{ кН.}$$

Направление реакций выбрано верно, оба стержня сжаты, нагрузки на стержни: $F_1 = 57,4 \text{ кН}$; $F_2 = 115,5 \text{ кН}$.

2. Находим площадь поперечного сечения стержней, исходя из условий прочности.

Условие прочности на сжатие: $\sigma = N/A \leq [\sigma]$, откуда

$$A \geq \frac{N}{[\sigma]}.$$

Стержень 1 ($N_1 = F_1$):

$$A_1 \geq \frac{57,4 \cdot 10^3}{160} = 358,75 \text{ мм}^2.$$

Для круга

$$A = \pi R^2; \quad R = \sqrt{\frac{A}{\pi}}; \quad R_1 \geq \sqrt{\frac{358,75}{3,14}} = 10,68 \text{ мм}; \quad d_1 = 21,3 \text{ мм}.$$

Стержень 2 ($N_2 = F_2$):

$$A_2 \geq \frac{115,5 \cdot 10^3}{160} = 722 \text{ мм}^2; \quad R_2 \geq \sqrt{\frac{722}{3,14}} = 15,2 \text{ мм};$$

$$d_2 = 30,4 \text{ мм.}$$

Полученные диаметры округляем: $d_1 = 25 \text{ мм}$, $d_2 = 32 \text{ мм}$.

3. Определяем удлинение стержней

$$\Delta l = \frac{Nl}{AE}$$

Укорочение стержня 1:

$$A_1 = \frac{\pi d_1^2}{4}; \quad A_2 = \frac{3,14 \cdot 25^2}{4} = 490 \text{ мм}^2;$$

$$\Delta l_1 = \frac{57,4 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 490} = 1,17 \text{ мм.}$$

Укорочение стержня 2:

$$A_2 = \frac{3,14 \cdot 32^2}{4} = 804 \text{ мм}^2; \quad \Delta l_2 = \frac{115,5 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 804} = 0,72 \text{ мм.}$$

Пример 2. Однородная жесткая плита с силой тяжести 20 кН, нагруженная силой $F = 5,5 \text{ кН}$ и моментом $m = 4 \text{ кН}\cdot\text{м}$, опирается в точке A и подвешена на стержне BC (рис. Пб.2). Подобрать сечение стержня в виде швеллера и определить его удлинение, если длина стержня 2 м, материал — сталь, предел текучести 590 МПа, запас прочности для материала 1,7.

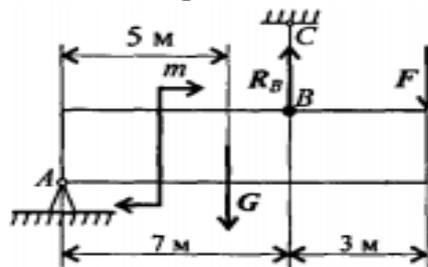


Рис. Пб.2

Решение

Определяем силу в стержне под воздействием внешних сил, поскольку система находится в равновесии, мы используем уравнение равновесия для плиты:

$$\sum m_A = 0$$

R_B — реакция стержня, реакции шарнира A не рассматриваем.

$$\sum m_A = m + G \cdot 5 - R_B \cdot 7 + F \cdot 10 = 0.$$

$$R_B \cdot 7 = m + G \cdot 5 + F \cdot 10.$$

$$R_B = \frac{3 + 10 \cdot 5 + 4,5 \cdot 10}{7} = 14 \text{ кН.}$$

Откуда:

Согласно третьему закону динамики, реакция в стержне равна силе, действующей от стержня к пластине. Усиление в стержне равно 14 кН.

По условию прочности определяем требуемую величину площади поперечного сечения: $\sigma = N/A \leq [\sigma]$, откуда $A \geq N/[\sigma]$.

Допускаемое напряжение для материала стержня

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{[s]} = \frac{570}{1,5} = 380 \text{ МПа.}$$

Следовательно: $A \geq \frac{14 \cdot 10^3}{380} = 36,8 \text{ мм}^2 = 0,368 \text{ см}^2$.

Подбираем сечение стержня по сортаменту (Приложение 1).
 Минимальная площадь швеллера 6,16 см² (№ 5; ГОСТ 8240-89).
 Целесообразнее использовать равнополочный уголок № 2
 ($d = 3 \text{ мм}$),- площадь поперечного сечения которого 1,13 см² (ГОСТ 8509-86).

Определить удлинение стержня:

$$\Delta l = \frac{Nl}{AE}, \quad E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа};$$

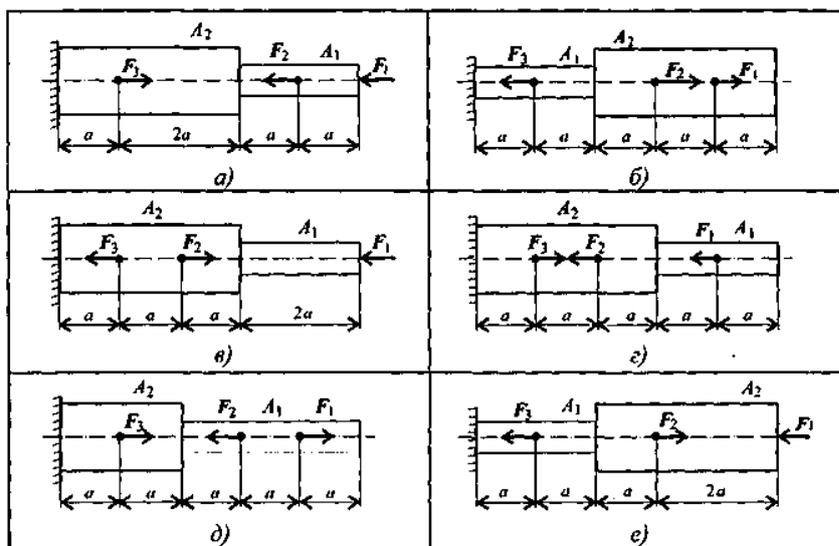
$$\Delta l = \frac{14 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 113} = 0,62 \text{ мм}.$$

На практическом занятии выполняется расчетно-графическая работа и проводится тестовый опрос.

Расчетно-графическая работа

Задание 1 Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений по длине бруса. Определить перемещение свободного конца бруса. Двухступенчатый стальной брус нагружен силами F_1, F_2, F_3 . Площади поперечных сечений A_1 и A_2 .

Принять $E = 2 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$



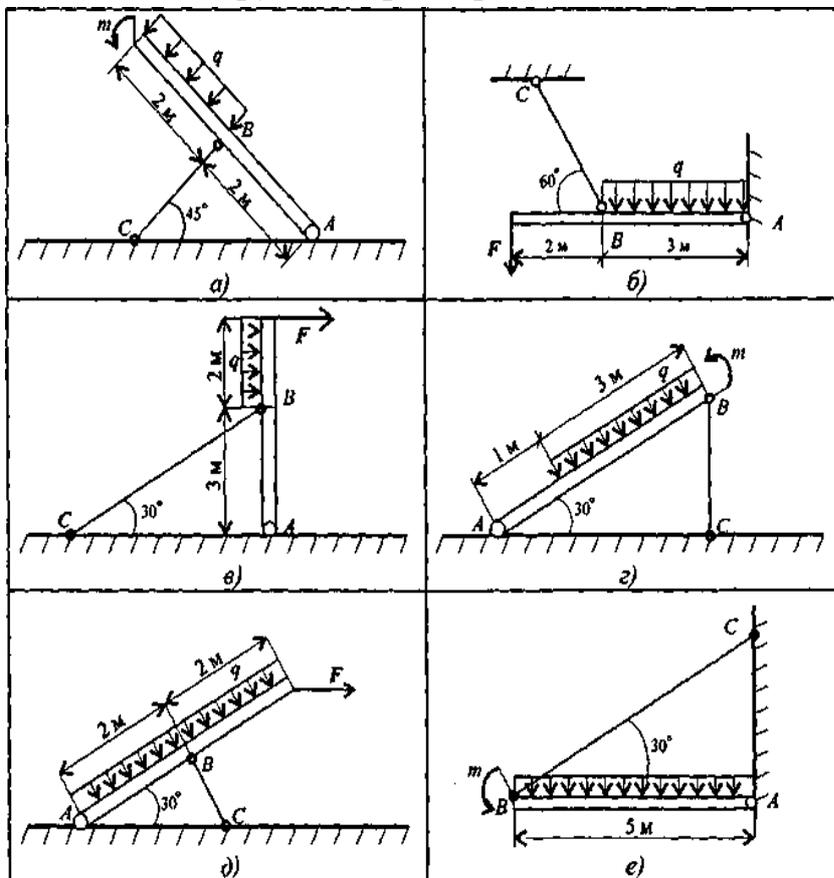
Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$F_1, \text{ кН}$	20	26	20	17	16	10	26	40	14	28
$F_2, \text{ кН}$	10	20	8	13	25	12	9	55	16	14
$F_3, \text{ кН}$	5	10	4	8	28	13	3	24	10	5
$A_1, \text{ см}^2$	1,8	1,6	1,0	2,0	1,2	0,9	1,9	2,8	2,1	1,9
$A_2, \text{ см}^2$	3,2	2,4	1,5	2,5	2,8	1,7	2,6	3,4	2,9	2,4
$a, \text{ м}$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,4	0,3	0,2	0,5	0,6

Задание 2. Балка AB на которую действуют указанные нагрузки удерживается в равновесии тягой BC . Определить размеры поперечного сечения тяги для:

1) сечение — круг

2) сечение — уголок равнополочный по ГОСТ 8509-86. Принять $[\sigma] = 180 \text{ МПа}$.

Собственным весом конструкции пренебречь.



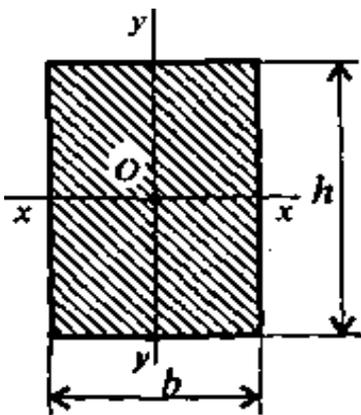
Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
F , кН	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
m , кН·м	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
q , кН/м	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23

Практическое занятие 2 Геометрические характеристики плоских сечений

Знать формулы моментов инерции простейших сечений; вычисления моментов инерции при параллельном переносе осей.

Уметь определять полярные, центробежные, статические и главные центральные моменты инерции сечений.

Моменты инерции простейших сечений Прямоугольник и квадрат



(рис. П7.1)

Осевые:

$$J_x \text{ — относительно оси } xx \quad J_x = \frac{bh^3}{12};$$

$$J_y \text{ — относительно оси } yy \quad J_y = \frac{hb^3}{12}.$$

$$\text{Полярный } J_p = J_x + J_y$$

Круг и кольцо

$$\text{Осевые: } J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{64} \text{ — круг;}$$

$$J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{64} (1 - c^4) \text{ — кольцо.}$$

$$\text{Полярный: } J_p = \frac{\pi d^4}{32} \text{ — круг;}$$

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32} (1 - c^4) \text{ — кольцо,}$$

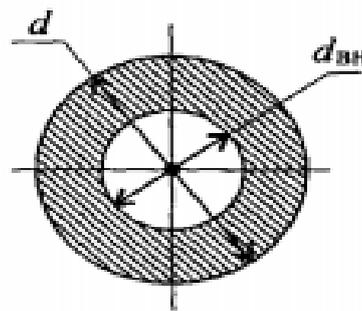


Рис. П7.2

где d — диаметр круга и наружный диаметр кольца; $d_{\text{вн}}$ — внутренний диаметр кольца; $c = d_{\text{вн}}/d$.

Моменты инерции относительно параллельных осей (рис. П7.3)

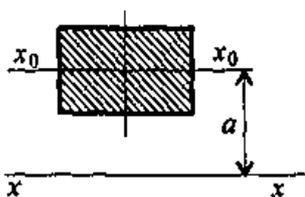


Рис. П7.3

$$J_x = J_{x_0} + a^2 A,$$

где J_x — момент инерции относительно оси xx ;
 J_{x_0} — момент инерции относительно оси x_0x_0 ; A —
площадь сечения; a — расстояние между осями.

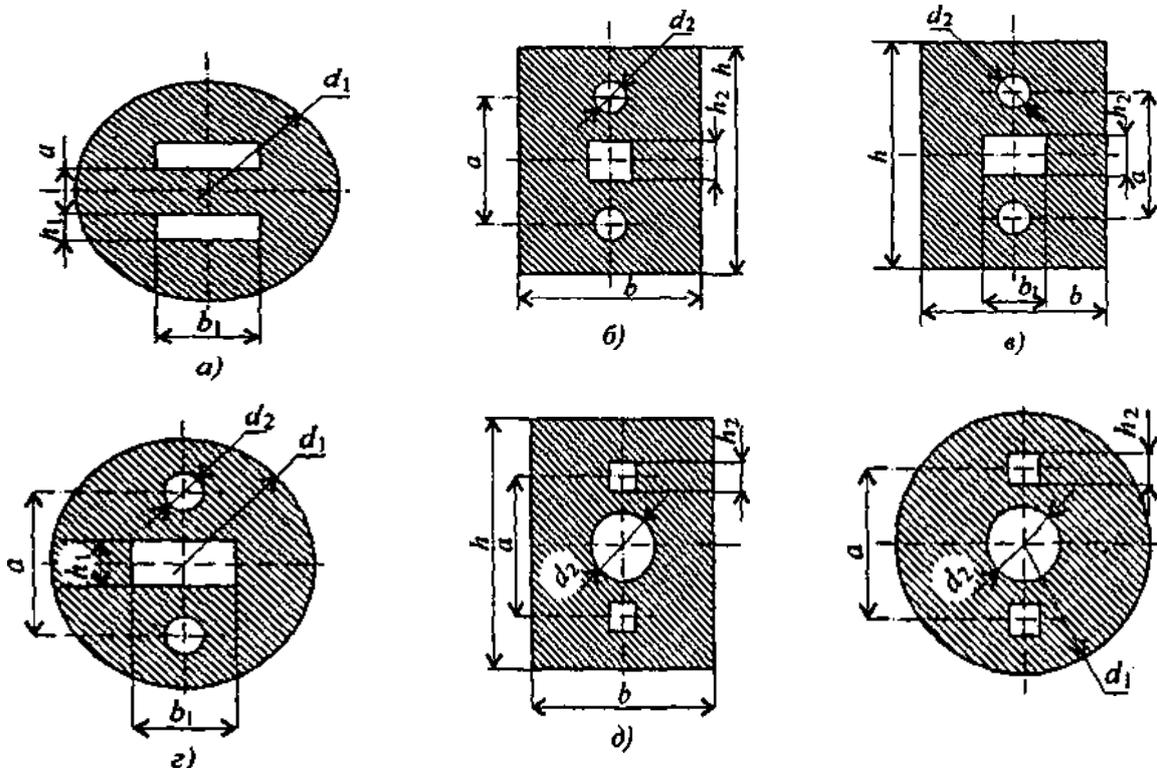
Рекомендации для решения задач расчетно-графической работы

- Чтобы определить сложную форму, необходимо разбить форму на простейшие части для каждой, определить основную центральную инерцию и определить сумму тех моментов, которые будут моментом инерции сложной формы.
- моменты инерции прорезей и отверстий можно убрать из сложной фигуры
- Моменты инерции деталей, центральные оси которых не совпадают с основными центральными осями сечения в целом, определяются по формуле момента инерции для параллельных осей.
- Задача 2 определяет основные моменты инерции отдельных стандартных профилей прибора (Приложение 1) Моменты инерции полос определяются по формулам для прямоугольника

Расчетно-графическая работа

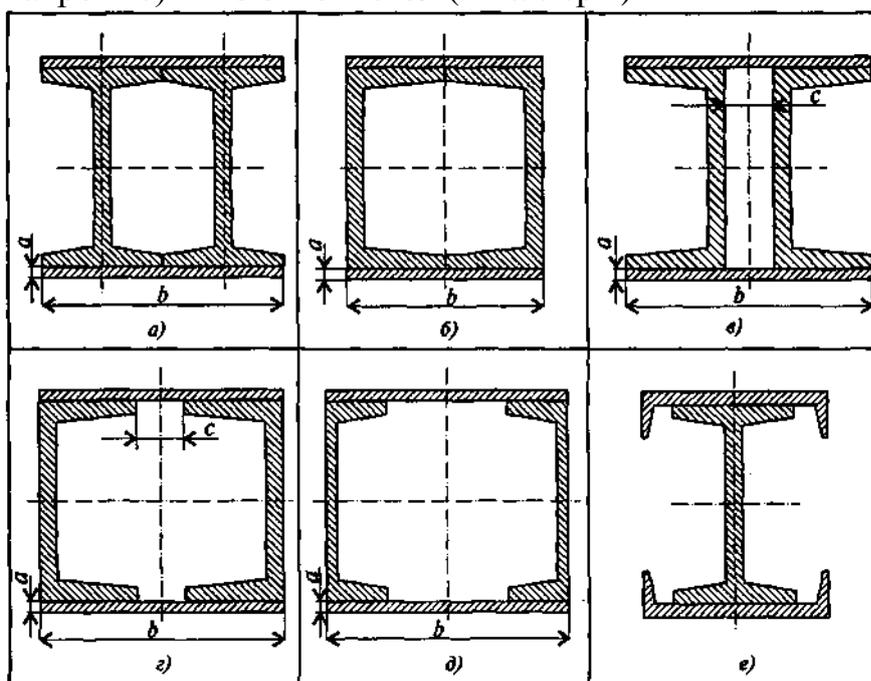
Геометрические характеристики плоских сечений

Задание 1. Вычислить главные центральные моменты инерции сечений, представленных на схемах.



Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d_1 , мм	72	80	88	96	98	72	76	88	96	104
d_2 , мм	12	14	16	18	10	12	14	16	18	20
h , мм	72	80	88	96	98	72	76	88	96	104
b , мм	36	42	48	54	60	36	42	48	4	60
a , мм	48	52	56	60	58	48	48	56	60	64
h_1 , мм	16	18	20	22	24	16	18	20	22	24
b_1 , мм	32	36	40	44	48	32	36	40	44	48
h_2 , мм	6	8	10	6	8	10	6	8	10	6

Задание 2. Рассчитать основные моменты инерции составных сечений. При расчете использовать сортамент. Геометрические характеристики горячекатаной стали необходимо выбирать в соответствии с ГОСТ 8239-89 (балки двутавровые) и ГОСТ 8240-89 (швеллеры).



Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
№ швеллера	30	27	24	22	20	16	14	12	10	18
№ двутавра	30	27	24	22	20	18	14	12	10	18
a , мм	16	14	12	10	8	16	14	10	8	12
c , мм	30	25	20	15	10	30	25	20	15	10

Практическое занятие 3 Кручение, Расчеты на прочность и жесткость при кручении

Необходимо знать формулы для расчета напряжений в точке поперечного сечения бруса. Прочность и условия прочности при кручении.

Выполнение расчетов для проектирования и испытания круглой балки для статически определенных систем с использованием известных формул, испытания на жесткость;

Основные положения расчетов при кручении

Распределение касательных напряжений по сечению при кручении (рис. П8.1)

Касательное напряжение в точке A

$$\tau_A = \frac{M_k \rho_A}{J_p},$$

где ρ_A — расстояние от точки A до центра сечения.

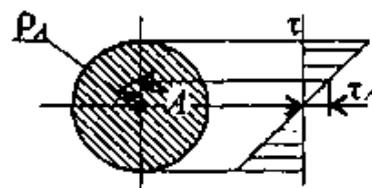


Рис. П8.1

Условие прочности при кручении

$$\tau_k = \frac{M_k}{W_p} \leq [\tau_k]; \quad W_p = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2d^3 \text{ (круг)},$$

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16}(1 - c^4) \text{ (кольцо)},$$

M_k — крутящий момент в сечении; Н-м; Н-мм.

W_p — момент сопротивления при кручении м^3 ; мм^3 .

$[\tau_k]$ — допускаемое напряжение при кручении Н/м^2 ; Н/мм^2 .

Проектировочный расчет, определение размеров поперечного сечения

Сечение круг:

$$\text{Сечение — круг: } d \geq \sqrt[3]{\frac{M_k}{0,2[\tau_k]}}$$

$$\text{Сечение — кольцо: } d \geq \sqrt[3]{\frac{M_k}{0,2(1 - c^4)[\tau_k]}}$$

где d — наружный диаметр круглого сечения;

$d_{вн}$ — внутренний диаметр кольцевого сечения; $c = d_{вн}/d$.

Определение рационального расположения колес на валу

Рациональное расположение колес — расположение, при котором максимальное значение крутящего момента на валу — наименьшее из возможных.

Для экономии металла сечение бруса рекомендуется выполнить кольцевым.

Условие жесткости при кручении

$$\varphi_0 = \frac{M_k}{GJ_p} \leq [\varphi_0]; \quad G \approx 0,4E,$$

G — модуль упругости при сдвиге Н/м²; Н/мм².

E — модуль упругости при растяжении Н/м²; Н/мм².

$[\varphi_0]$ — допускаемый угол закручивания $[\varphi_0] \cong 0,5 \div 1$ град/м.

J_p — полярный момент инерции в сечении м⁴; мм⁴.

Проектировочный расчет, определение наружного диаметра сечения

$$J_p \geq \frac{M_k}{G[\varphi_0]}; \quad J_p = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1d^4 \quad (\text{круг}); \quad d \geq \sqrt[4]{\frac{32J_p}{\pi}}.$$

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32}(1 - c^4) \quad (\text{кольцо}); \quad d \geq \sqrt[4]{\frac{32J_p}{\pi(1 - c^4)}}.$$

Рекомендации по выполнению расчетно-графической работы

- Разработайте планирование крутящего момента вдоль вала в соответствии с вариантом (постройте эпюру)
- Выберите рациональное положение вала колеса, чтобы продолжить расчет
- Определите требуемые диаметры вала для прочности и твердости, а также для определения наибольшего диаметра.
- Сравните количество металла для корпуса с круглым и круглым сечениями. Рассчитать поперечное сечение вала.

Площадь вала для расчета максимального крутящего момента на графике моментов.

Расчетно-графическая работа

Для стального вала круглого поперечного сечения определите значения внешних моментов в соответствии с передаваемой мощностью и уравновешенным моментом.

Построить график крутящего момента вдоль вала. Уменьшите максимальные значения крутящего момента, используя рациональное выравнивание роликов. Постройте график крутящего момента для этого случая.

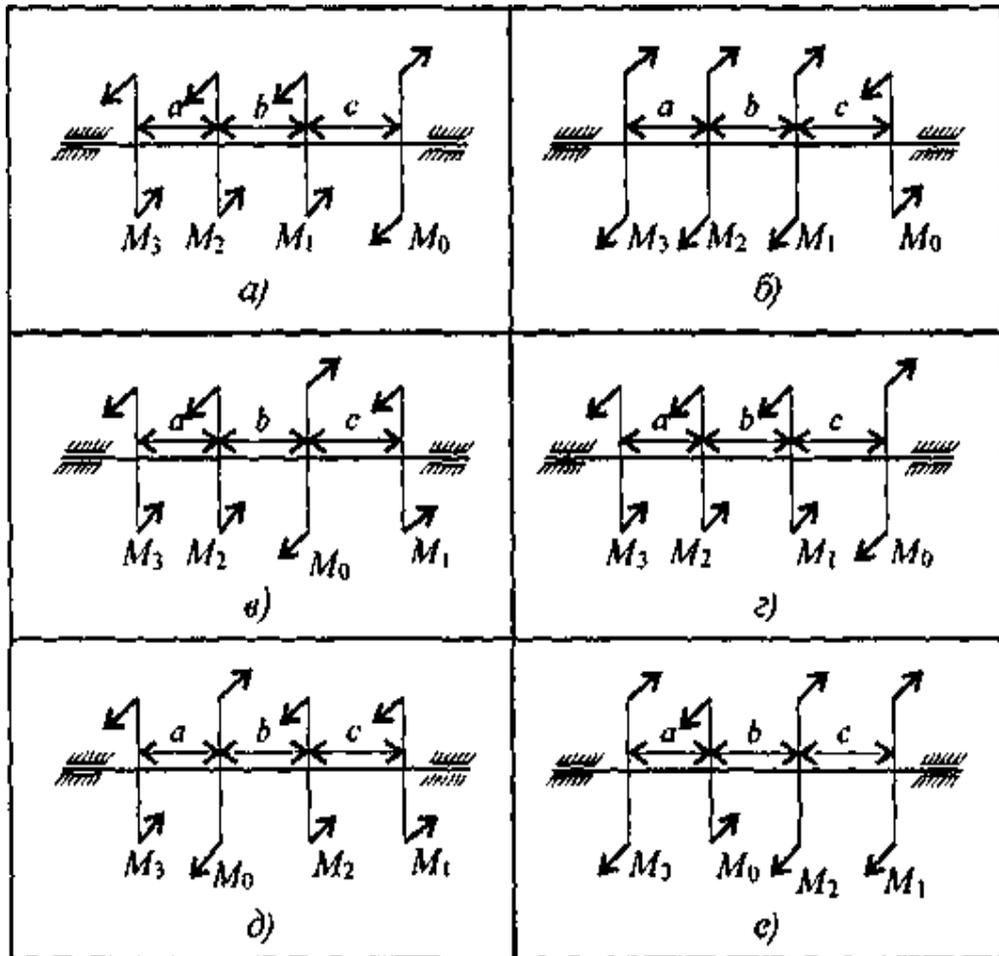
Определите диаметры сечений вала на основе расчетов прочности и твердости.

При расчете использовать следующие данные: вал вращается с угловой скоростью 35 рад/с; материал вала — сталь, допускаемое напряжение кручения 50 МПа, модуль упругости при сдвиге $8 \cdot 10^4$ Мпа, допускаемый угол закручивания $[\varphi_0]$ — 0,03 рад/м;

Для вала кольцевого сечения $c = 0,9$;

После сравнения площадей поперечных сечений сделать вывод о целесообразности применения вала круглого или кольцевого сечения

Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$a = b = c, \text{ м}$	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1
$P_1, \text{ кВт}$	3,0	2,9	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1
$P_2, \text{ кВт}$	3,5	3,4	3,3	3,2	3,1	3,0	2,9	2,8	2,7	2,6
$P_3, \text{ кВт}$	4,0	3,9	3,8	3,7	3,6	3,5	3,4	3,3	3,2	3,1



Практическое занятие 4

Расчеты на прочность при изгибе

Знать распределение нормальных и тангенциальных напряжений с чистым изгибом;

Уметь строить поперечные силы и моменты изгиба. Выполнять поверочные и расчетные расчеты прочности. Определять рациональные формы сечения.

Основные положения и расчетные формулы при изгибе

Распределение нормальных и касательных напряжений при изгибе

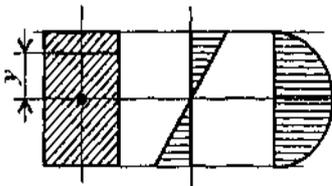


Рис. П9.1

$$\sigma_{\text{н}} = \frac{M_{\text{н}} y}{J_x};$$
$$\tau_{\text{max}} = \frac{1,5Q}{A},$$

где $M_{\text{н}}$ — изгибающий момент в сечении Q — поперечная сила в сечении y - расстояние до нейтрального слоя J_x — осевой момент инерции сечения (рис. П9.1);

$$W_x = \frac{J_x}{y_{\text{max}}},$$

W_x — осевой момент сопротивления сечения A — площадь сечения.

Условие прочности при изгибе

$$\sigma_{\text{н}}^{\text{max}} = \frac{M_{\text{н}}}{W_x} \leq [\sigma_{\text{н}}],$$

где $[\sigma_{\text{н}}]$ — допускаемое напряжение.

Знаки изгибающих моментов и поперечных сил (рис. П9.2)

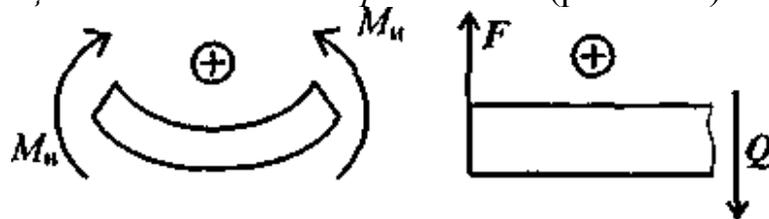


Рис. П9.2

Упражнения при подготовке к самостоятельной работе

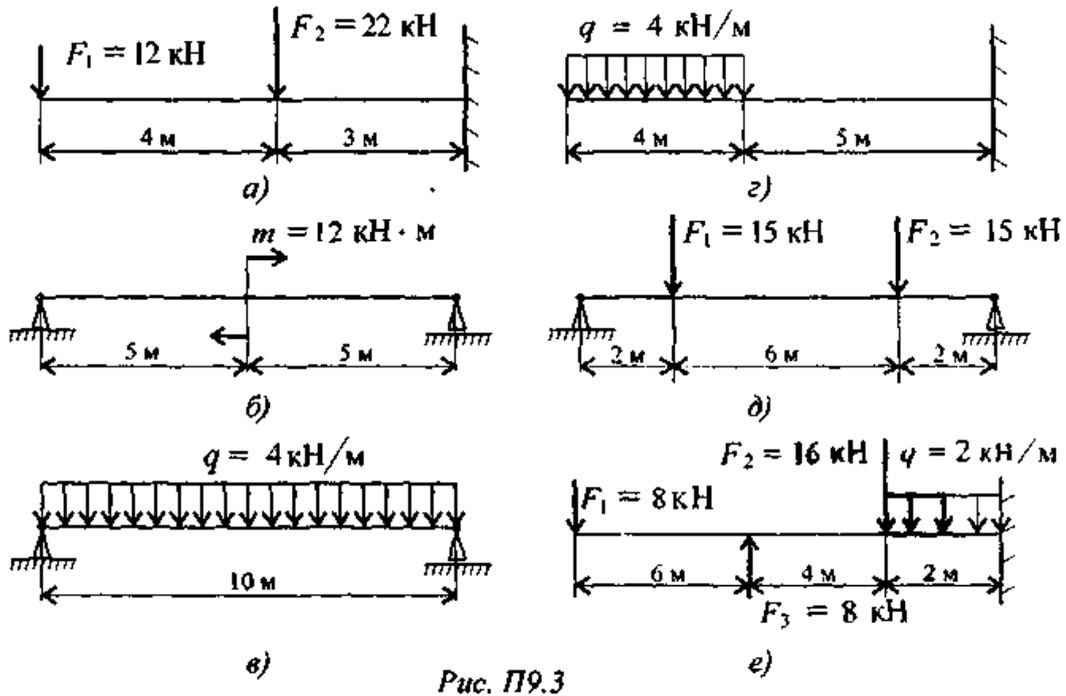


Рис. П9.3

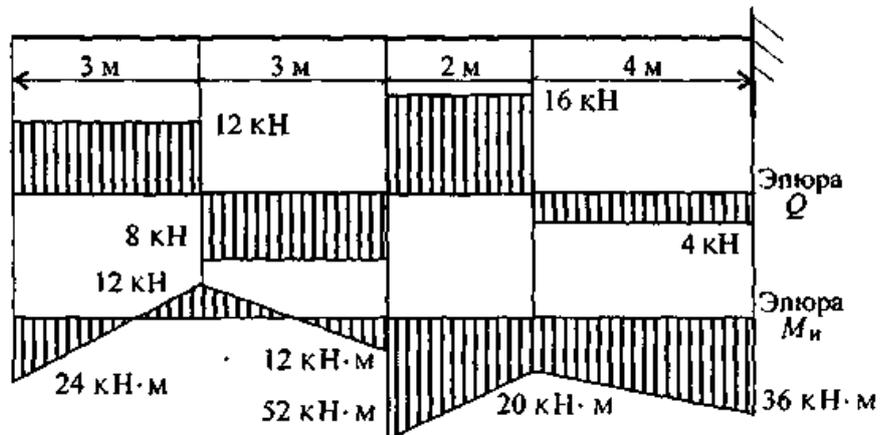
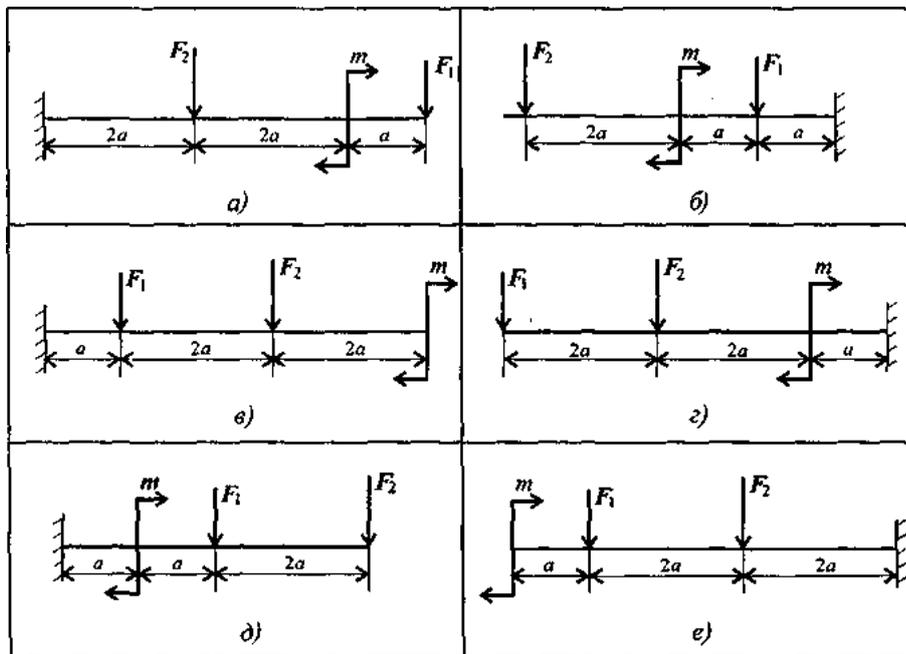


Рис. П9.4

- Зная правил построения эпюр изгибающих моментов и сил сдвига, построить диаграммы сил сдвига и изгибающих моментов для предложенных вариантов нагрузки на балку для определения максимального изгибающего момента.
- Для готовых карт и изгибающего момента, чтобы определить нагрузку луча

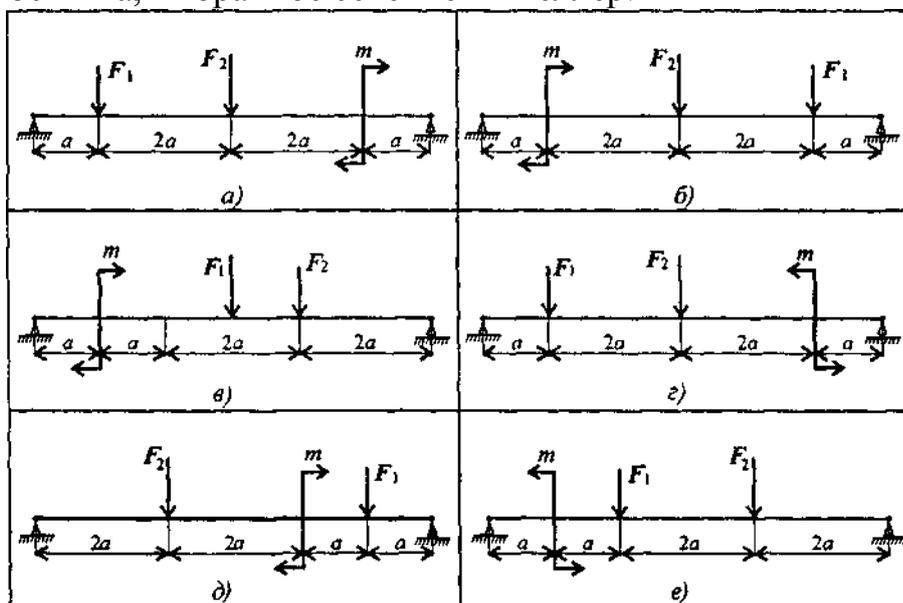
Расчетно-графическая работа

Задание 1. Для опорной балки, нагруженной сосредоточенными силами и парой сил с моментом m , начертить поперечные силы и изгибающие моменты. Найдите максимальный изгибающий момент, и из условия прочности выберите поперечное сечение балки в виде двутавровой балки и прямоугольника с отношением $h = 2b$. Материал - сталь, допустимое напряжение 180 МПа . Рассчитайте площадь поперечного сечения.



Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
F_1 , кН	10	12	14	16	18	10	22	24	26	28
F_2 , кН	4,4	4,8	7,8	8,4	12	12,8	17	18	22,8	24
m , кН·м	8	7	6	5	4	8	7	6	5	4
a , м	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6

Задание 2. Для двух опорной балки, нагруженных сосредоточенными силами, и пары сил с моментом определяют реакции обслуживания; Определите максимальный изгибающий момент, выберите необходимые размеры поперечного сечения. Материал - сталь, допустимое напряжение изгиба - 180 МПа, выбранное сечение - швеллер.

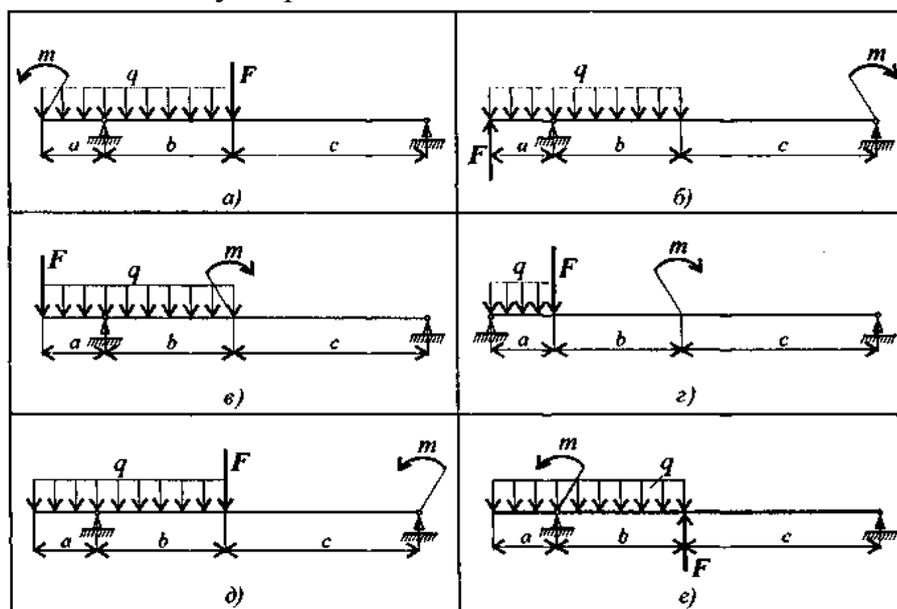


Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
F_1 , кН	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
F_2 , кН	4,4	4,8	7,8	8,4	12	12,8	17	18	22,8	24
m , кН·м	3	4	5	6	7	7	6	5	4	3
a , м	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6

Задание 3. Для 2 опорных балок построить участок изгибающих моментов и поперечных сил, поперечное сечение балок - двутавровая балка. Материал - сталь, допустимое напряжение изгиба - 120 МПа. Выполняя расчет прочности балки, если сила не предусмотрена, возьмите поперечное сечение другого размера.

В вариантах 1-5 использован двутавр № 30.

В вариантах 6-10 — двутавр № 20.



Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m , кН·м	15	17	19	20	21	23	24	25	26	28
F , кН	60	65	70	75	80	85	90	95	100	105
q , кН/м	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
a , м	0,5	0,6	0,8	0,9	1	1	1,1	0,9	0,6	0,8
b , м	1,5	1,6	1,8	1,9	2	1	2,3	2,1	2,5	2,3
c , м	1,5	1,7	1,9	2	2,1	1,8	2,7	2,5	2,6	2,4

Практическое занятие 5

Расчет бруса круглого поперечного сечения при сочетании изгиба и кручения

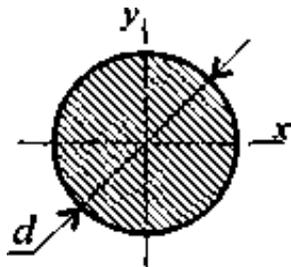
Уметь рассчитать брус круглого поперечного сечения на прочность при сочетании изгиба и кручения.

Основные положения и расчетные формулы

Геометрические характеристики круга и кольца

Круг (рис. П10.1)

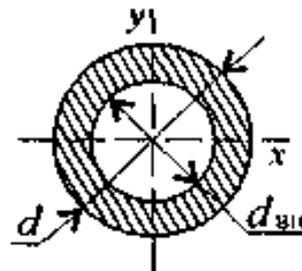
$$J_p = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1d^4.$$



$$J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{64}.$$

Кольцо (рис. П10.2)

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32}(1 - c^4); \quad c = \frac{d_{\text{вн}}}{d}.$$



$$J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{64}(1 - c^4).$$

Моменты сопротивления: круг:

круг: $W_x = W_y = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1d^3;$

кольцо: $W_x = W_y = \frac{\pi d^3}{32}(1 - c^4) \approx 0,1d^3(1 - c^4);$

Площади

круг: $A = \frac{\pi d^2}{4};$

кольцо: $A = \frac{\pi}{4}(d^2 - d_{\text{вн}}^2).$

сечений:

Условие прочности при совместном воздействии изгиба и кручения:

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{M_{\text{экв}}}{W_x} \leq [\sigma].$$

Эквивалентные моменты:

при расчете по гипотезе максимальных касательных напряжений:

$$M_{\text{экв III}} = \sqrt{M_{\text{н}}^2 + M_{\text{к}}^2};$$

— при расчете по энергетической гипотезе формоизменения:

$$M_{\text{экв V}} = \sqrt{M_{\text{н}}^2 + 0,75M_{\text{к}}^2}.$$

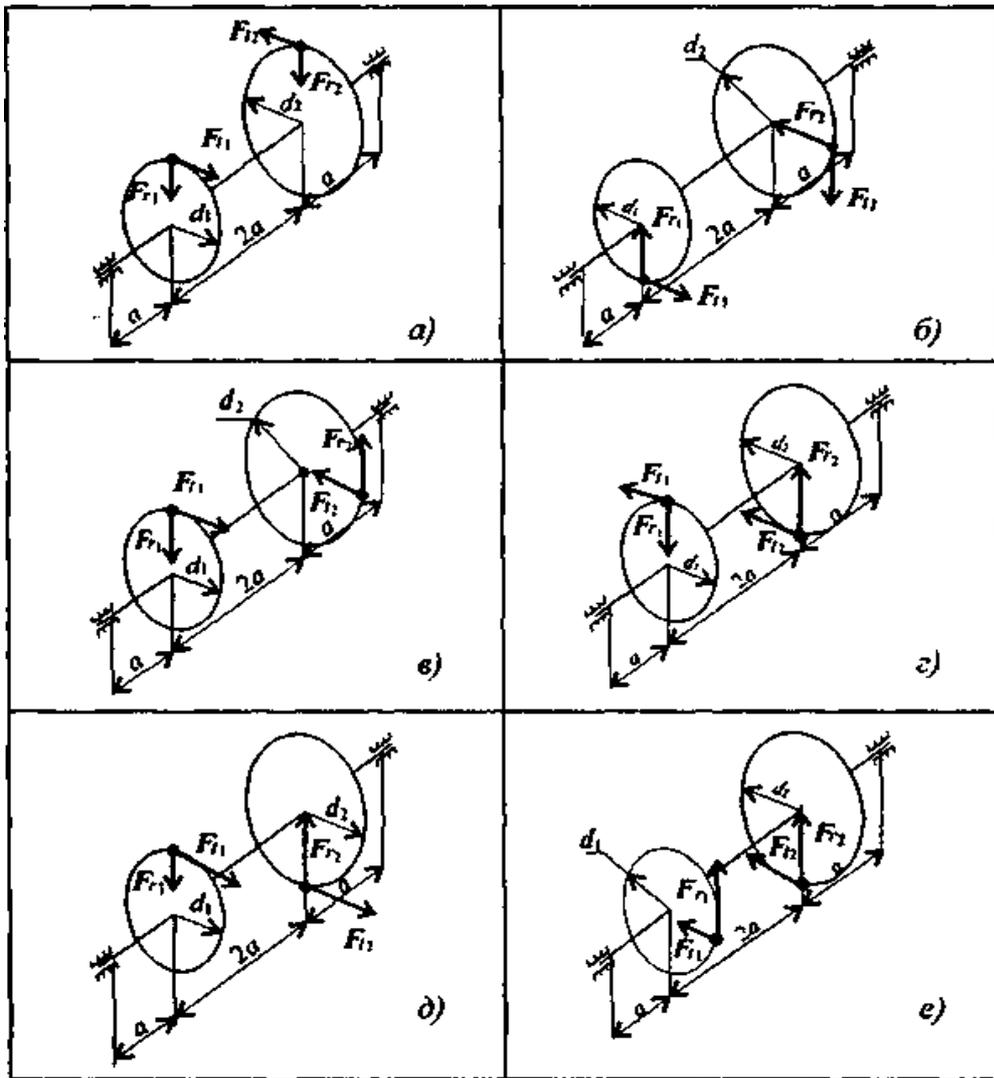
Упражнение. В опасном сечении вала действуют изгибающие моменты $M_x = 60 \text{ кН}\cdot\text{м}$ и $M_y = 70 \text{ кН}\cdot\text{м}$ и крутящий момент $M_k = 80 \text{ кН}\cdot\text{м}$. Материал вала — сталь, допускаемое напряжение $[\sigma] = 100 \text{ МПа}$. Определить необходимые размеры вала круглого и кольцевого сечения при $c = 0,8$. Расчет провести по максимальных касательных напряжений.

Процедура расчета

- определить общий изгибающий момент в сечении;
- определить эквивалентный момент в сечении;
- для условия прочности определите требуемое сопротивление поперечного сечения, исходя из условия прочности;
- определить необходимый диаметр вала круглого сечения;
- определить необходимый внешний и внутренний диаметр кольцевого разреза;

Расчетно-графическая работа

Для промежуточного вала редуктора, передающего мощность P на угловой скорости ω_1 , определяют вертикальную и горизонтальную составляющие реакций подшипника, строят эпюры крутящего момента и изгибающие моменты в вертикальной и горизонтальной плоскостях. Диаметры вала определяются сечениями, приняв $[\sigma] = 80 \text{ МПа}$ и предполагаются равными $F_r = 0,274F_t$. Расчет производится в соответствии с гипотезой о максимальном напряжении сдвига.



Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P , кВт	40	38	36	34	32	30	28	26	24	22
ω , рад/с	70	65	62	58	54	50	46	42	38	34
a , мм	60	70	80	90	100	60	70	80	90	100
d_1 , мм	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
d_2 , мм	250	240	230	220	210	200	190	180	170	160

Указание. Окружную силу определить по формуле

$$F_t = \frac{2M}{d}, \quad \text{где } M = \frac{P}{\omega}.$$

Библиографический список

1. **Александров А.В.** Сопротивление материалов: учебник для вузов / А. В, Александров, В.Д. Потапов, Б.П. Державин; под ред. А.В.Александрова. – М.: Высш. шк., 2007. –560 с
2. **Дарков А.В.** Строительная механика / А.В. Дарков, Н.Н. Шапошников. – СПб.; М; Краснодар: Лань, 2008. – 656 с.
3. **Гребенюк Г.И.** Сопротивление материалов. Часть 1: Учебное пособие / Г.И.Гребенюк, И.В. Кучеренко – Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин), 2010 г. – 148 с.
4. **Гребенюк Г.И.** Сопротивление материалов. Часть 2: Учебное пособие (переиздание, расширенное и дополненное) / Г.И.Гребенюк, Ф.С. Валиев. – Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин), 2006 г. – 140 с.
5. **Сборник задач по сопротивлению материалов.** Учебное пособие. Части 1,2./ В.Н. Агуленко, П.В. Грес и др. – Новосибирск: Изд-во СГУПСа, 2008, 2009 гг.– 154 с.