Надежность электроэнергетических систем и систем электроснабжения

Учебно - методическое пособие

ПРИДНЕСТРОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. Т.Г. Шевченко

Инженерно-технический институт

Кафедра Электроэнергетики и электротехники

Надежность электроэнергетических систем и систем электроснабжения

Учебно-методическое пособие

Тирасполь2015

УДК 621.31(072.8)
ББК 327-021я73+328-021я73
Н17

Составители:
Д.А.Зайцев, доцент, кандидат технических наук
М.В.Киорсак ,профессор, доктор технических наук
Н.Н.Туртурика, преподаватель
Рецензенты:
В.М.Погорлецкий, кандидат физико-математических наук, доцент
С. Г. Федорченко, кандидат технических наук, доцент
(Приднестровский государственный университет)

Т Надежность электроэнергетических систем и систем электроснабжения: Учебно-методическое пособие предназначено для студентов дневной и заочной формы обучения по направлению подготовки 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника»/ Сост.: Д.А.Зайцев, М.В. Киорсак, Н.Н.Туртурика/Тирасполь, 2015. –52 с.

Учебно-методическое пособие содержит рекомендации по выполнению и оформлению контрольных работ по дисциплине «Надежность электроэнергетических систем и систем электроснабжения». В учебно-методическом пособии приведены: необходимый для выполнения контрольных работ теоретический материал, порядок выполнения контрольных работ, примеры расчета заданий.

Рекомендовано Научно-методическим Советом ПГУ им. Т.Г. Шевченко

Оглавление

Введение

Контрольные задания охватывают материал курса «Надежность электроэнергетических систем и систем электроснабжения» Содержание и объём соответствуют новым требованиям перехода к двухступенчатому высшему техническому образованию согласно приказу Министра народного образования ПМР.

В соответствии с действующим учебным планом студенты должны изучить четыре части курса «Надежность электроэнергетических систем и систем электроснабжения» и выполнить расчетно-графические работы (РГР).

Контрольное задание состоит из 6 задач, для решения которых необходимы знания основных разделов курса. В частности, для решения **задачи 1** требуется знание основных законов определения вероятности сложных событий в энергетике, для решения **задачи 2** – основных законов распределения вероятностей случайных величин, для решения **задачи 3** необходимо знание основных численных характеристик распределения случайных величин, для решения **задачи 4** надо знать экспонентный закон надежности и основные показатели, характеризующие надежность электроустановок и, для решения **задачи 5** требуется знание биноминального закона распределения и методики определения недоотпуска электроэнергии и ущерба от аварийного выхода из строя генераторов в энергосистеме, для решения **задачи 6** необходимо знание показательного распределения и закона надежности.

Вариант задания устанавливается преподавателем индивидуально для каждого студента. Прежде, чем приступить к выполнению задания, рекомендуется подробно разобрать методику решения типовых задач, которые приводятся ниже. при выполнении работы необходимо давать соответствующие пояснения и ссылки на используемую литературу.

1. Определение вероятности сложных событий в энергетике

1.1 Основные определения

Теория надежности базируется на основе теории вероятности и математической статистике.

Теория вероятности – это математическая наука, изучающая закономерности случайных событий, случайных величин и случайных функций.

Случайным событием называется событие, которое может в данных конкретных условиях или произойти, или не произойти.

В отличие от этого, **достоверным (истинным)** называется событие, которое обязательно произойдет, а **невозможным(ложным)** - событие, которое не может произойти.

Для количественной оценки закономерности появления случайного события вводится понятие вероятности события. **Вероятность** - это численная мера степени объективно существующей возможности появления (или не появления) изучаемого события.

Вероятность появления достоверного события равна единице. Вероятность появления невозможного события равна нулю. Очевидно, что вероятности появления других случайных событий распределены в интервале от 0 до 1.

Случайной величиной называется величина, принимающая в результате опыта то или иное значение; это значение неизвестно заранее. Случайная величина называется **непрерывной**, если область всех мыслимых ее значений непрерывна, или **дискретной**, если область всех мыслимых ее значений – дискретна.

Случайной функцией называется функция, изменяющаяся при изменении аргумента случайным образом. Если аргументом случайной функции является время, то случайная функция называется **случайным процессом**.

1.2. Основные формулы определения вероятностей сложных событий

Обычно в энергетике приходится изучать не простые случайные события, а сложные случайные события, являющиеся комбинациями ряда простых (элементарных).

Определение вероятности сложного события через известные значения вероятности простых событий производится с помощью следующих выражений:

1.2.1. Формула сложения вероятностей

а) Для несовместных случайных событий $A_1, A_2, \ldots, A_i, \ldots A_n$:

$$P\left(\sum_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P\left(A_i\right). \qquad (1)$$

б) Для совместных случайных событий $A_1, A_2, \ldots, A_i, \ldots A_n$:

$$P\left(\sum_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i} \mathrm{P}\left(\mathrm{A}_i\right) - \sum_{ij} P\left(A_i A_j\right) + \sum_{ijk} P\left(A_i A_j A_k\right) - \ldots + (-1)^{n-1} P\left(A_1 A_2 \ldots A_n\right), \qquad (2)$$

где $P\left(A_i\right)$ - вероятность события A_i.

1.2.2. Формула умножения вероятностей

а) Для независимых случайных событий $A_1, A_2, \ldots, A_i, \ldots A_n$:

$$P\left(\prod_{i=1}^{n} A_i\right) = \prod_{i=1}^{n} P(A_i). \qquad (3)$$

б) Для зависимых случайных событий $A_1, A_2, \ldots, A_i, \ldots A_n$:

$$P\left(A_1A_2...A_n\right)=P\left(A_1\right)P\left(A_2/A_1\right)\times \\ \times P\left(A_3/A_1A_2\right)P\left(A_n/A_1A_2...A_{n-1}\right), \quad (4)$$

где $P\left(A_2/A_1\right)$-условная вероятность события A_2, вычисленная при условии, что событие A_1 произошло и т.д.

Если событие A может появиться только при выполнении одной из исключающих друг друга гипотез (частных случаев), то вероятность события A определяется по формуле полной вероятности:

$$P\left(A\right)=\sum_{i=1}^{n}P\left(B_i\right)P\left(A/B_i\right), \quad (5)$$

где $P\left(B_i\right)$ - вероятность гипотезы B_i, а $P(A/B_i)$ - условная вероятность события A при этой гипотезе.

1.2.3. Формула для определения вероятности противоположных случайных событий

Случайное событие противоположное событию A обозначается как $\overline{A}$. Сумма вероятностей противоположных событий равна 1, т.е.:

$$P\left(\overline{A}\right)+P\left(A\right)=1. \quad (6)$$

Поэтому вероятность противоположного события $P\left(\overline{A}\right)=1-P\left(A\right)$, если $P\left(A\right)$известна.

2. Основные законы распределения случайных величин

2.1. Функция распределения и плотность распределения

Всякое соотношение устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями, называется **закон**ом

распределения случайной величины. Закон распределения какой-то случайной величины X может быть задан в виде функции распределения вероятности $F\left(x\right)$ либо в виде плотности вероятности $f\left(x\right)$.

Функция распределения $F\left(x\right)$ равна вероятности того, что данная случайная величина X (непрерывная или дискретная) попадает в интервал значений от $-\infty$ до некоторого значения "x", т.е. она меньше, чем "x":

$$F\left(x\right)=P\left(-\infty \le X < x\right), \tag{7}$$

или, другими словами, $F\left(x\right)=P\left(X<x\right)$.

Из данного определения следует, что $F\left(-\infty\right)=0$ и $F\left(+\infty\right)=1$.

Задание функции распределения $F\left(x\right)$ дает возможность вычислить вероятности попадания случайной величины X в определенный интервал значений $x_1 \div x_2$.

Если известны значения A и $F\left(x_2\right)$, то искомая вероятность попадания в интервал:

$$P\left(x_1 \le X < x_2\right)=F\left(x_1\right)-F\left(x_2\right). \tag{8}$$

Также можно определить вероятность того, что случайная величина X примет значение больше, чем "x", т.е.:

$$P\left(X > x\right)=1-F\left(x\right). \tag{9}$$

Плотность распределения вероятностей $f\left(x\right)$ представляет собой производную от функции распределения, т.е.:

$$f\left(x\right)=\frac{dF(x)}{dx}-\lim_{\Delta x\to 0}\frac{P\left(x<X<x+\Delta x\right)}{\Delta x}. \tag{10}$$

Поэтому

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(x)\cdot dx. \qquad (11)$$

Если плотность распределения задана аналитически, то вероятность попадания непрерывной случайной величины X в какой-либо интервал $x_1 \div x_2$:

$$P(x_1 \le X < x_2)=F(x_2)-F(x_1)=$$
$$=\int_{-\infty}^{x_2} f(x)dx-\int_{-\infty}^{x_1} f(x)dx=\int_{x_1}^{x_2} f(x)dx. \qquad (12)$$

Если это интервал $(-\infty \div +\infty)$, то:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=1. \qquad (13)$$

Графически $F(x)$ и $f(x)$ можно представить следующим образом (рис.1):

В энергетике находят широкое применение случайные величины со следующими законами распределения вероятностей: равномерный, простейший нормальный, общий нормальный, биноминальный, закон Пуассона и некоторые другие.

2.2. Общий нормальный закон. Закон Гаусса

Если случайная величина формируется как сумма большого числа малых слагаемых (факторов), то закон распределения вероятности этой случайной величины близок к нормальному.

Плотность вероятностей общего нормального закона распределения:

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}},$$

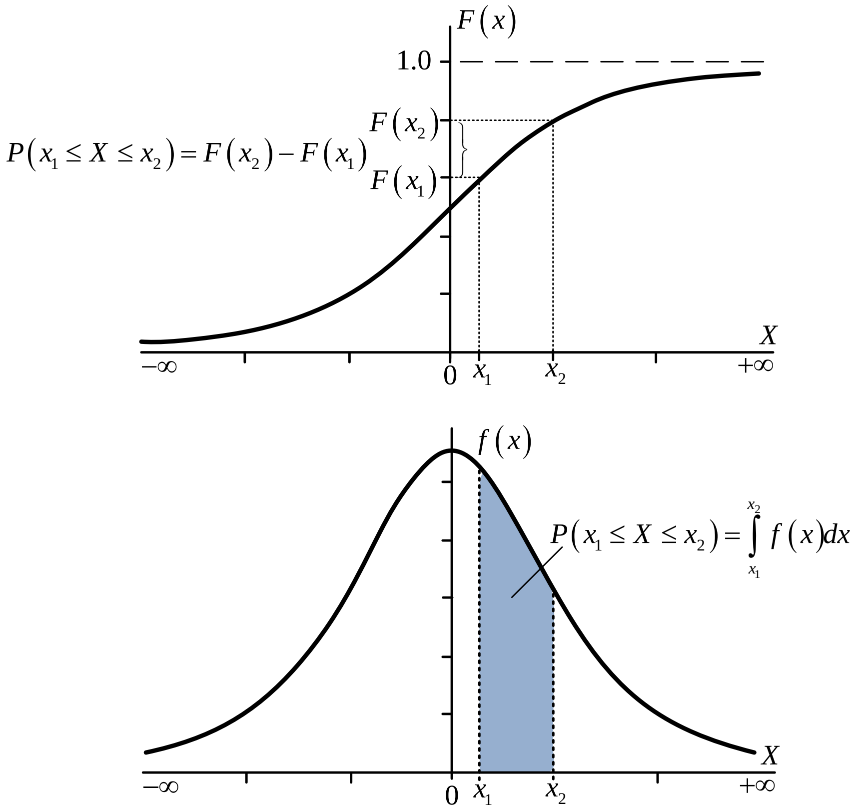


Рис.1. Графики функции распределения и плотности распределения вероятности

а функция распределения имеет следующий вид:

$$F(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}\cdot dx\,,$$

где $a=M(X)$ – математическое ожидание случайной величины X,

σ – среднеквадратичное отклонение случайной величины X от своего математического ожидания $a = M(X)$.

Величина σ определяется как $\sqrt{D(X)}$, где $D(X) = M\left[X - M(X)\right]^2$ – есть дисперсия случайной величины X.

Вероятность попадания случайной величины X распределенной по нормальному закону определяется по интегралу вероятности, для которого составлены специальные таблицы (см. приложение 2), т.е.:

$$P(x_1 \le X < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx =$$

$$= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{x_1}^{x_2} e^{\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx = \frac{1}{2}\Phi\left(\frac{x_2 - a}{\sigma}\right) - \frac{1}{2}\Phi\left(\frac{x_1 - a}{\sigma}\right), \tag{14}$$

где $\Phi(t) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{x^2}{2}} dx$ – табличный интеграл вероятности, причем $\Phi(-t) = -\Phi(t)$.

С помощью табличного интеграла можно также определить любое значение функции распределения случайной величины X:

$$F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\Phi\left(\frac{x - a}{\sigma}\right). \tag{15}$$

Хотя теоретически, непрерывная случайная величина X, распределенная по общему нормальному закону изменяется от $-\infty$ до $+\infty$, практически распределение такой случайной величины сосредоточено на конечном интервале, примерно от $a - 3\sigma$ до $a + 3\sigma$. Вероятность того, что X

выйдет за пределы этого интервала составляет всего 0,0027, т.е. является практически пренебрежимой.

Нормальный закон с успехом применяется и к величинам с ограниченным диапазоном изменения, и к величинам дискретным, обладающим достаточно мелким «квантом» дискретности в сравнении со всем диапазоном изменения.

Графически общий нормальный закон можно представить следующим образом (рис.2):

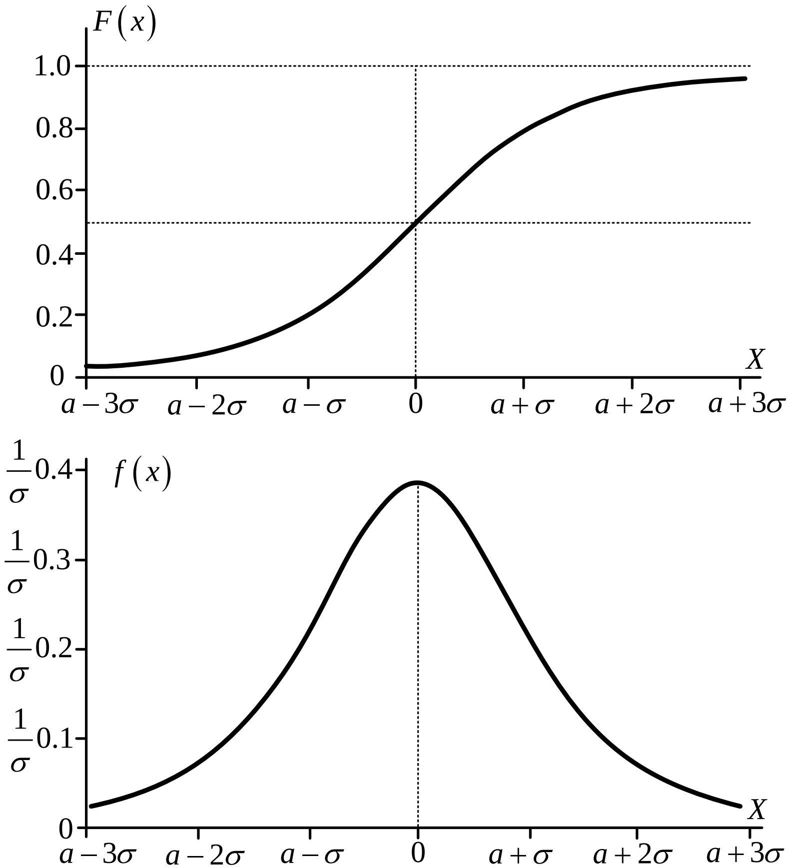


Рис.2. Графическая интерпретация общего нормального закона

На Рис.2 a – характеризует центр группирования случайной величины, т.е. ее математическое ожидание, а σ – характеризует степень рассеивания случайной величины относительно ее математического ожидания.

2.3. Биноминальный закон распределения дискретной случайной величины

Это распределение соответствует схеме независимых испытаний с двумя исходами (схема Бернулли). Пусть происходит n испытаний, в каждом из которых случайное событие A может произойти с вероятностью p или не произойти с вероятностью $q=1-p$. Вероятность того, что событие A произойдет в m случаях из числа n определяется по формуле биноминального закона распределения вероятностей, которая получается из разложения n-ой степени бинома $\left(q+p\right)^n=1;\quad q+p=1,$ т.к. сумма вероятностей противоположных событий равна 1 (см. выше формулу (6)).

Таким образом, искомая вероятность определяется как:

$$P_n^{\,m}=C_n^{\,m}\cdot p^m\cdot q^{n-m}=\frac{n!}{m!\left(n-m\right)!}\cdot p^m\cdot q^{n-m}. \qquad (16)$$

Если определять вероятность не события A, а вероятность противоположного события $\overline{A}$, то:

$$P_n^{\,m}=C_n^{\,m}\cdot q^m\cdot p^{n-m}=\frac{n!}{m!\left(n-m\right)!}\cdot q^m\cdot p^{n-m}. \qquad (17)$$

Математическое ожидание случайных событий A определяется как:

$$M\left(m\right)=np;M\left(\frac{m}{n}\right)=p, \qquad (18)$$

а математическое ожидание противоположного события $\overline{A}$ определяется как:

$$M(m) = nq,\quad M\left(\frac{m}{n}\right) = q. \tag{19}$$

Дисперсия случайной величины A или $\overline{A}$ определяется по выражению:

$$D(m) = n \cdot p(1-p) = n \cdot pq. \tag{20}$$

2.4. Распределение дискретной случайной величины по Пуассону

Если в описанной выше П.2.3 схеме независимых испытаний с 2-мя исходами положить общее число испытаний n очень большим, т.е. $n \to \infty$, а вероятность p события A (или q события $\overline{A}$), очень малой, например, обратно пропорциональной общему числу испытаний n, то можно записать:

$$p = \frac{\lambda}{n} \to 0, \tag{21}$$

где λ – некоторая постоянная.

Это означает крайнюю редкость события. Такой предельный переход от биноминального распределения, приведет к распределению Пуассона, т.е.:

$$P_n^m = \lim_{n\to\infty}\left[C_n^m \cdot p^m \cdot q^{n-m}\right] = \frac{\lambda^m}{m!} \cdot e^{-\lambda}. \tag{22}$$

Так как $n \to \infty$, то выражение для определения вероятности m случайных событий можно записать так:

$$P(m) = \frac{\lambda^m e^{-\lambda}}{m!}. \tag{23}$$

Математическое ожидание числа событий и дисперсия случайных событий определяется как:

$$M(m) = \lambda,$$
$$D(m) = \lambda. \tag{24}$$

Так как в энергетике все процессы протекают во времени, то для вычисления вероятности наступления m случайных событий за время t формула Пуассона записывается в следующем виде:

$$P_m(t) = \frac{(\lambda t)^m}{m!} \cdot e^{(-\lambda t)}. \tag{25}$$

Например, для оценки надежности электрооборудования необходимо определить вероятность безотказной работы за время $P_0(t) = e^{-\lambda t} = \exp(-\lambda t)$, т.е. $m = 0$, тогда:

$$P_0(t) = e^{-\lambda t} = \exp(-\lambda t) \tag{26}$$

есть **экспоненциальный закон надежности**.

Параметр λ в электроэнергетике представляет собой интенсивность отказов, $год^{-1}\left(\frac{1}{год}\right)$ и для всех элементов энергосистемы приводится в справочниках.

Очевидно, что для определения вероятности отказа $Q(t)$, т.е. вероятности противоположного события, надо использовать выражение:

$$Q(t) = 1 - P_0(t) = 1 - e^{\lambda t} = 1 - \exp(-\lambda t). \tag{27}$$

Математическое ожидание времени безотказной работы (наработка на отказ) равна:

$$T_{оср} = M[t_o] = \frac{1}{\lambda}, \tag{28}$$

а среднеквадратичное отклонение (дисперсия):

$$\sigma^2(t_o) = D(t_o) = \frac{1}{\lambda^2}. \tag{29}$$

3. Задача №1

3.1 Постановка задачи №1

Определить вероятность сложного события, заключающегося в нормальном электроснабжении потребителя (нагрузки) по схемам, варианты которых указаны в приложении 1.

Повреждение отдельных элементов считать независимыми и совместными случайными событиями.

Вероятность аварийного выхода из строя различных элементов приведены в таблице 1.

Таблица 1

Вероятность аварийного выхода из строя

Электрическое оборудование	Вероятность аварийного выхода из строя
1. Генераторы	$(4 \div 12) \cdot 10^{-3}$
2. Трансформаторы	$(6 \div 60) \cdot 10^{-5}$
3. Высоковольтные выключатели	$(5 \div 50) \cdot 10^{-6}$
4. Выключатели на низкой стороне трансформаторов	$(5 \div 200) \cdot 10^{-6}$
5. Линии электропередачи	$(1 \div 3) \cdot 10^{-3}$

3.2 Пример решения задачи №1

Рассмотрим расчетную схему (рис.3). Введем следующие обозначения: $Л1,\ldots Л4, В1,\ldots В3, Г, Т1, Т2$ – события заключающиеся в работоспособном состоянии линий, выключателей, генераторов и трансформаторов соответственно в расчетной схеме; $\overline{Л1},\ldots \overline{Л4}, \overline{В1},\ldots \overline{В3}, \overline{Г}, \overline{Т1}, \overline{Т2}$ - противоположные им события (аварийный выход из строя этих же элементов).

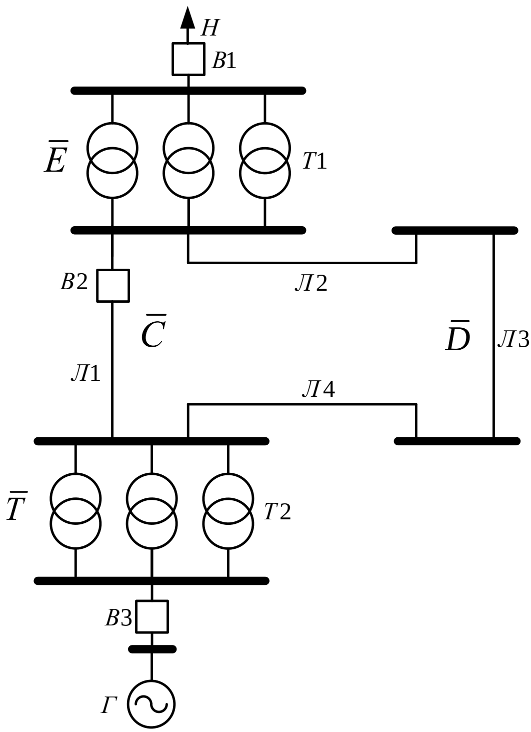


Рис.3 Расчетная схема

Вероятности выхода из строя элементов схемы (см.табл.1) равны:

$$P\left(\overline{В1}\right) = P\left(\overline{В3}\right) = 10^{-5},$$

$$P\left(\overline{Л1}\right) = P\left(\overline{Л2}\right) = P\left(\overline{Л3}\right) = P\left(\overline{Л4}\right) = 2 \cdot 10^{-3},$$

$$P\left(\overline{В2}\right) = 3 \cdot 10^{-5}, P\left(\overline{Г}\right) = 10^{-2},$$

$$P\left(\overline{Т1}\right) = P\left(\overline{Т2}\right) = 10^{-4}.$$

Для определения вероятности сложного события $\overline{A}$, заключающегося в нарушении электроснабжения потребителя

H, по схеме рис.3 воспользуемся теоремами сложения вероятностей. Введем следующие обозначения событий: $\overline{T}$ – отказ трех трансформаторов $T2$, $\overline{C}$ – отказ последовательной цепочки $Л1-B2$, $\overline{D}$ – отказ последовательной цепочки $Л2-Л3-Л4$; $\overline{E}$ – отказ 3–х трансформаторов $T1$.

Учитывая, что события повреждений элементов являются независимыми и совместными, можно написать:

$$P\left(\overline{T}\right)=\left[P\left(\overline{T2}\right)\right]^3=10^{-12},$$

$$P\left(\overline{C}\right)=P\left(\overline{Л1}\right)+P\left(\overline{B2}\right)-P\left(\overline{Л1}\right)\cdot P\left(\overline{B2}\right)=$$

$$=2\cdot 10^{-3}+3\cdot 10^{-5}-6\cdot 10^{-8}\approx 2{,}03\cdot 10^{-3},$$

$$P\left(\overline{D}\right)=P\left(\overline{Л2}\right)+P\left(\overline{Л3}\right)+P\left(\overline{Л4}\right)-P\left(\overline{Л2}\right)\cdot P\left(\overline{Л3}\right)-$$

$$-P\left(\overline{Л2}\right)\cdot P\left(\overline{Л4}\right)-P\left(\overline{Л3}\right)\cdot P\left(\overline{Л4}\right)+P\left(\overline{Л2}\right)\cdot P\left(\overline{Л3}\right)\cdot P\left(\overline{Л4}\right)=$$

$$=6\cdot 10^{-3}-12\cdot 10^{-6}+8\cdot 10^{-9}\approx 6\cdot 10^{-3},$$

$$P\left(\overline{E}\right)=\left[P\left(\overline{T1}\right)\right]^3=10^{-12}.$$

Схему рис.3 с точки зрения надежности можно заменить эквивалентной (рис.4), на которой указаны вероятности выхода из строя соответствующих элементов.

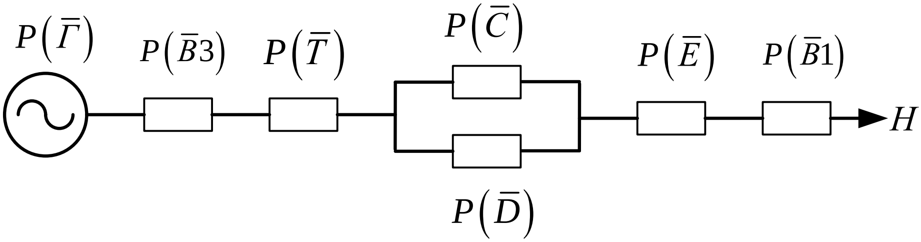


Рис.4 Эквивалентная схема на первом этапе решения

От схемы рис.4 переходим к схеме рис.5, где $P\left(\overline{I}\right)=P\left(\overline{C}\right)\cdot P\left(\overline{D}\right)\approx 12{,}18\cdot 10^{-6}$.

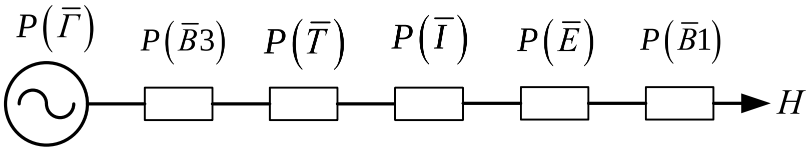


Рис.5 Эквивалентная схема на втором этапе решения

Из схемы рис.5 по теореме сложения вероятностей следует, что искомая вероятность $P\left(\overline{A}\right)$ равна (для упрощения используем теорему сложения вероятности для независимых и несовместимых событий):

$$P\left(\overline{A}\right) \approx P\left(\overline{Г}\right)+P\left(\overline{В3}\right)+P\left(\overline{Т}\right)+P\left(\overline{I}\right)+P\left(\overline{Е}\right)+P\left(\overline{В1}\right)=$$
$$=10^{-2}+10^{-5}+10^{-12}+12{,}18\cdot 10^{-6}+10^{-12}+10^{-5}\approx 0{,}01.$$

Для определения вероятности нормального электроснабжения $P(A)$, воспользуемся выражением $P(A)+P\left(\overline{A}\right)=1$, т.е. $P(A)=1-P\left(\overline{A}\right)=1-0{,}01=0{,}99$.

4. ЗАДАЧА №2

4.1 Постановка задачи №2

Случайная величина тока нагрузки I линии электропередачи, питающей потребителя, распределена по общему нормальному закону распределения вероятности. Определить вероятность того, что ток нагрузки линии превысит заданное значение a и попадет в интервал $(a \div b)$. Построить кривые плотности распределения $f(I)$ и функции распределения $F(I)$ случайной величины тока нагрузки I и показать на этих графиках чему соответствуют найденные вероятности, т.е. $P(I>a)$ и $P(a<I<b)$. Необходимые параметры закона распределения для различных вариантов приведены в таблице 2.

4.2 Пример решения задачи №2

Пусть: $m_1 = 110A$, $\sigma_1 = 10A$, $a = 90A$, $b = 120A$.

Вероятность того, что ток в линии электропередачи превысит значение a определяется из выражения:

$$P(I>a) = 1 - P(I<a) =$$

$$= 1 - \left[\frac{1}{2}\Phi\left(\frac{a-m_1}{\sigma_1}\right) - \frac{1}{2}\Phi\left(\frac{-\infty - m_1}{\sigma_1}\right) \right] =$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\Phi\left(\frac{a-m_1}{\sigma_1}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\Phi\left(\frac{90-110}{10}\right) =$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\Phi(-2) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\Phi(2) = 0{,}977.$$

Здесь $\Phi(2) = 0{,}9545$ (см. приложение 2).

Вероятность того, что токовая нагрузка линии электропередачи попадет в интервал (a,b) определяется из выражения:

$$P(a<I<b) = F(b) - F(a) =$$

$$= \frac{1}{2}\Phi\left(\frac{b-m_1}{\sigma_1}\right) - \frac{1}{2}\Phi\left(\frac{a-m_1}{\sigma_1}\right).$$

Таблица 2.

Параметры закона распределения

№ вар.	Математическое ожидание m_1, A	Среднеквадратичное отклонение σ_1, A	a, A	b, A
1	210	15	200	240
2	95	6	80	100
3	270	18	240	300
4	72	9	50	90
5	114	11	100	140
6	72	7	65	84
7	148	18	105	175
8	132	14	115	160
9	105	18	90	120
10	84	9	75	100
11	118	12	110	134
12	133	8	125	145
13	125	7	120	139
14	236	10	220	250
15	190	6.5	180	210
16	141	5.5	130	150
17	149	10	140	168
18	100	8.5	92	118
19	56	10	60	74
20	45	9	48	62
21	87	13	80	105
22	70	11	72	90
23	125	15	135	148
24	110	14	118	137
25	196	16	205	228
26	160	5	150	174
27	150	6	143	161
28	94	7	89	104
29	64	4	62	73
30	57	4.5	51	65

В решаемом примере:

$$P(90 < I < 120) = \frac{1}{2}\Phi\left(\frac{120-110}{10}\right) - \frac{1}{2}\Phi\left(\frac{90-110}{10}\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\Phi(1) - \frac{1}{2}\Phi(-2) = \frac{1}{2}\Phi(1) + \frac{1}{2}\Phi(2) =$$

$$= 0{,}341 + 0{,}478 = 0{,}819.$$

Построим графики $f(I)$ и $F(I)$ (рис.6):

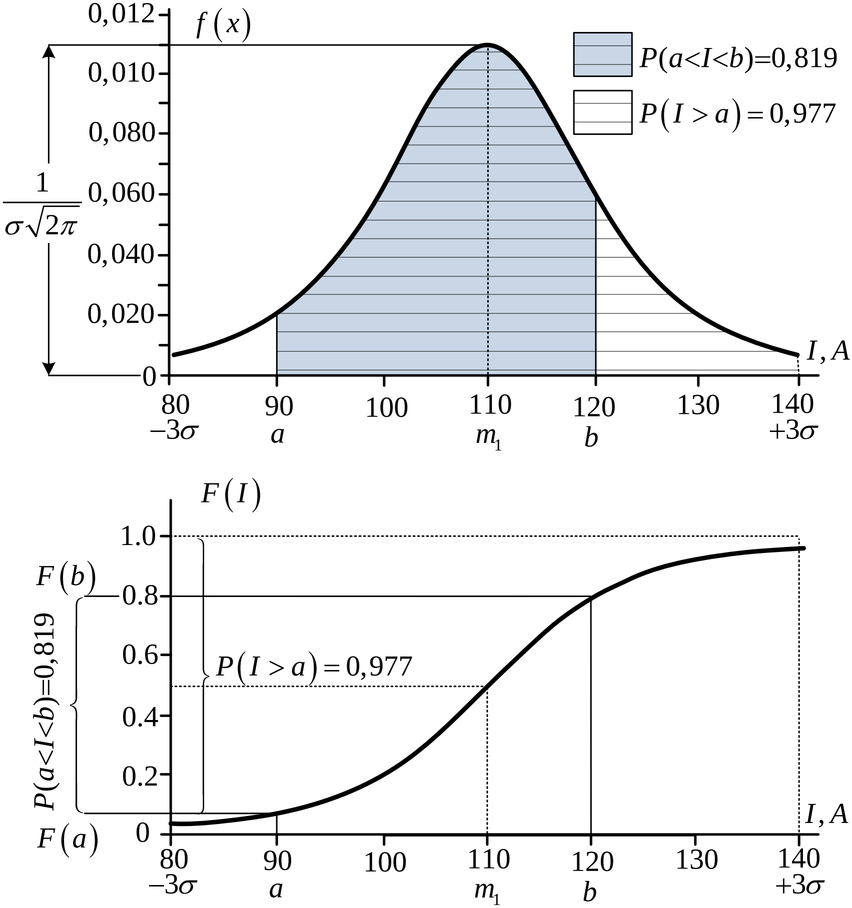


Рис.6 Графики плотности распределения и функции распределения

5. ЗАДАЧА №3

5.1 Постановка задачи №3

Отклонения напряжения у потребителей изменяются в пределах $V = (a \div b)U_{ном}\%$ (см.таблицу 3). Определить математическое ожидание квадрата отклонения напряжения от номинального, среднее и среднеквадратичное отклонение. Выбрать оптимальный коэффициент трансформации и рассчитать, во сколько раз снизится ущерб, если ступени ответвлений коэффициента трансформации трансформатора равны $(\pm 9 \times 1,76)\%$.

Ущерб считать прямо пропорциональным математическому ожиданию квадрата отклонения напряжения от номинального. Плотность вероятности случайной величины подчиняется закону распределения:

$$f(V) = \begin{cases} k \cdot V & \quad a \le V < b \\ 0 & при \quad V < a, V > b \end{cases}.$$

5.2 Пример решения задачи №3

Пусть отклонения напряжения у потребителей изменяются в пределах:

$$a = 2\%; \quad b = 8\%.$$

Используя известное свойство функции плотности распределения вероятности, можно записать:

$$\int_a^b f(V)dV = 1.$$

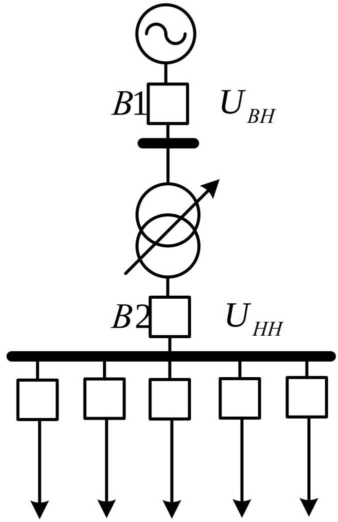
Следовательно:

Таблица 3

Отклонения напряжения у потребителей

№ вар.	$a,\%$	$b,\%$	Поясняющая схема
1	2	6	
2	3	4	
3	2,5	5,5	
4	0	10	
5	1,5	5	
6	1	7,5	
7	1	6	
8	2,5	8	
9	1	3	
10	3,5	4	
11	4	9	
12	1	5	
13	3,5	6,5	
14	5	10	
15	5	8	
16	0	5	
17	2	5	
18	3	6	
19	4	8	
20	1	7	
21	5,5	10,5	
22	1	4,5	
23	3	7	
24	4	7	
25	2	8,5	
26	2	5	
27	1,5	3,5	
28	2,5	6	
29	1	4	
30	3,5	5,5	

Энергосистема



Нагрузка потребителей

$$V = \left(U_{НН} - U_{НН,ном}\right)$$

$$K_{ТР} = \frac{U_{ВН}}{U_{НН}} = \frac{W_{ВН}}{W_{НН}}$$

Чтобы повысить $U_{НН}$ *надо уменьшить* $K_{ТР}$, *т.к.* $U_{НН} = \dfrac{U_{ВН}}{K_{ТР}}$ *или уменьшить колличество витков* $W_{ВН}$

$$\int_2^8 kVdV = 1; \quad k\frac{V^2}{2}\Big|_2^8 = 1; \quad k\left(\frac{64}{2}-\frac{4}{2}\right) = 1; \quad k = \frac{1}{30}.$$

Математическое ожидание квадрата отклонения напряжения от номинального:

$$M\left(V^2\right) = \int_2^8 V^2 kVdV = \frac{1}{30}\cdot\frac{V^4}{4}\Big|_2^8 =$$

$$= \frac{1}{30}\left(\frac{4096}{4}-\frac{16}{4}\right) = 34\left(\%\right)^2.$$

Математическое ожидание отклонения напряжения от номинального:

$$M\left(V\right) = \int_2^8 VkVdV = \frac{1}{30}\cdot\frac{V^3}{3}\Big|_2^8 = \frac{1}{30}\left(\frac{512}{3}-\frac{8}{3}\right) = 5{,}6\%.$$

Дисперсия и среднеквадратичное отклонение:

$$D\left(V\right) = M\left(V^2\right) - \left[M\left(V\right)\right]^2 = 34 - 5{,}6^2 = 2{,}64\%^2.$$

$$\sigma_V = \sqrt{D\left(V\right)} = \sqrt{2{,}64} = 1{,}625\%.$$

При изменении коэффициента трансформации соответственно изменяется $M\left(V\right)$.

Напряжение у потребителя целесообразно максимально приблизить к $U_{ном}$, поэтому выбираем ответвление (изменяем коэффициент трансформации на) – $3\times1{,}76\%$, при котором математическое ожидание отклонения после регулирования должно быть минимальным. При этом:

$$M\left(V_1\right) = M\left(V\right) - 3\times1{,}76\% = 0{,}32\%,$$

$$D\left(V_1\right) = D\left(V\right) = 2{,}64\%^2,$$

$$M\left(V_1^2\right) = D\left(V_1\right) + \left[M\left(V_1\right)\right]^2 = 2{,}74\%^2.$$

Следовательно, после регулирования коэффициента трансформации, ущерб у потребителя уменьшится в:

$$\frac{M\left(V^2\right)}{M\left(V_1^2\right)}=\frac{34\left(\%\right)^2}{2,74\left(\%\right)^2}=12,4 \text{ раза.}$$

Чтобы построить график плотности $f\left(V\right)$ (рис.7), определим ее значения при $a=2\%$ и $b=8\%$, т.е.:

$$f\left(V\right)=kV=\frac{1}{30}\cdot 2\approx 0,066,$$

$$f\left(V\right)=kV=\frac{1}{30}\cdot 8\approx 0,27.$$

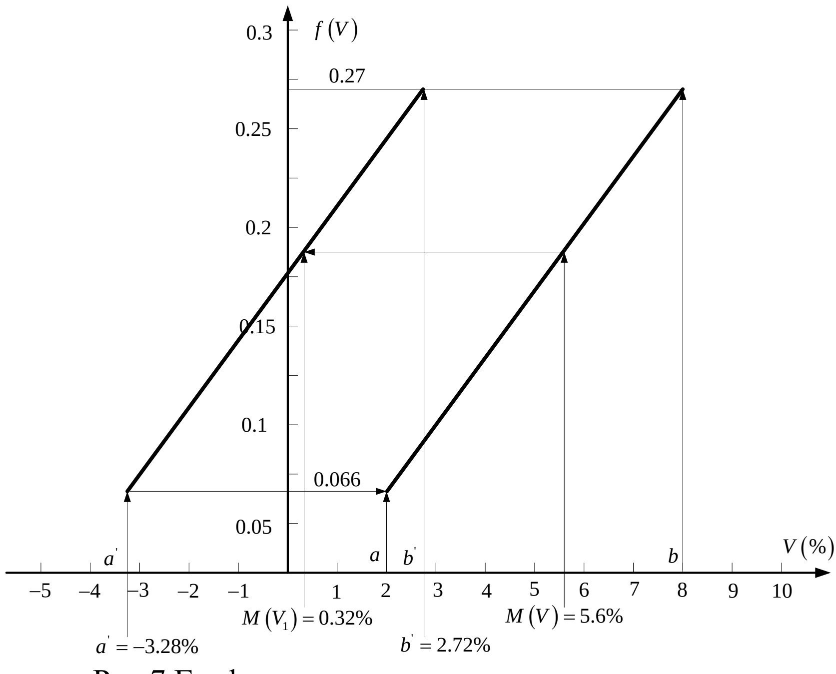


Рис.7 График плотности вероятности до и после регулирования

Таким образом, при изменении коэффициента трансформации среднее отклонение $M\left(V_1\right)=0,32\%$. Так как закон распределения останется прежним, то график $f\left(V\right)$ сдвигается влево, как показано на рисунке и новые пределы отклонения напряжения у потребителей составят: $a \approx -3,28\%$ и $b \approx +2,72\%$.

6. ЗАДАЧА №4

6.1 Постановка задачи №4

Для условия задачи 1, принимая распределение вероятности безотказной работы оборудования по экспоненциальному закону, рассчитать интенсивность нарушения электроснабжения потребителя λ_{cx}, математическое ожидание времени бесперебойного электроснабжения потребителя T_O (наработка на отказ), математическое ожидание числа нарушений питания потребителей за 3 года. Длительности аварийного простоя τ_{abi} оборудования принять следующие: для генераторов – 100 часов, трансформаторов – 100 часов, выключатели на низкой стороне трансформаторов – 10 часов, выключатели на высокой стороне трансформаторов – 20 часов, линий – 10 часов.

6.2 Пример решения задачи №4

В качестве расчетной примем схему на рис.3 с теми же исходными данными. Учитывая, что коэффициент аварийного простоя $q_{ab}=\dfrac{\lambda\tau_{ab}}{8760}$, определяем интенсивности отказов элементов схемы:

$$\lambda = \frac{q_{ab} \cdot 8760}{\tau_{ab}},$$

$$\lambda_{B1} = \lambda_{B3} = \frac{10^{-5} \cdot 8760}{10} = 0,00876\ 1/год,$$

$$\lambda_{Л1} = \lambda_{Л2} = \lambda_{Л3} = \lambda_{Л4} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 8760}{10} = 1,752\ 1/год,$$

$$\lambda_{B2} = \frac{3 \cdot 10^{-5} \cdot 8760}{20} = 0,01314\ 1/год,$$

$$\lambda_{Г} = \frac{10^{-2} \cdot 8760}{100} = 0,876\ 1/год,$$

$$\lambda_{T1} = \lambda_{T2} = \frac{10^{-4} \cdot 8760}{100} = 0,00876\ 1/год.$$

q_{abi} - в сущности, есть вероятность застать i – элемент в аварийном состоянии в период времени t.

Учитывая распределения вероятности безотказной работы по экспоненциальному закону $P_0(t) = e^{-\lambda t} = \exp(-\lambda t)$, для схемы на рис.3, можно записать:

$$P(\overline{T}) = \left(1 - e^{-\lambda_{T2} \cdot t}\right)^3, \quad P(\overline{C}) = 1 - e^{-(\lambda_{Л1} + \lambda_{B2}) \cdot t},$$

$$P(\overline{D}) = 1 - e^{-(\lambda_{Л2} + \lambda_{Л3} + \lambda_{Л4}) \cdot t},$$

$$P(\overline{E}) = \left(1 - e^{-\lambda_{T1} \cdot t}\right)^3, \quad P(\overline{Г}) = 1 - e^{-\lambda_{Г} \cdot t},$$

$$P(\overline{B1}) = P(\overline{B3}) = 1 - e^{-\lambda_{B1} \cdot t}.$$

Для расчета λ_{cx} примем $t = 1$, тогда:

$$P(\overline{T}) = \left(1 - e^{-0,00876 \cdot 1}\right)^3 = \left(1 - \frac{1}{e^{0,00876 \cdot 1}}\right)^3 = 6,63 \cdot 10^{-7},$$

$$P\left(\overline{C}\right)=1-e^{-(0{,}01314+1{,}752)\cdot 1}=1-\frac{1}{e^{(0{,}01314+1{,}752)\cdot 1}}=0{,}83,$$

$$P\left(\overline{D}\right)=1-e^{-(1{,}752+1{,}752+1{,}752)\cdot 1}=1-\frac{1}{e^{(1{,}752+1{,}752+1{,}752)\cdot 1}}=0{,}995,$$

$$P\left(\overline{E}\right)=\left(1-e^{-0{,}00876\cdot 1}\right)^3=\left(1-\frac{1}{e^{0{,}00876\cdot 1}}\right)^3=6{,}63\cdot 10^{-7},$$

$$P\left(\overline{\varGamma}\right)=1-e^{-(0{,}876)\cdot 1}=1-\frac{1}{e^{(0{,}876)\cdot 1}}=0{,}58,$$

$$P\left(\overline{B1}\right)=P\left(\overline{B3}\right)=1-e^{-0{,}00876\cdot 1}=1-\frac{1}{e^{0{,}00876\cdot 1}}=0{,}01.$$

Используя схемы на рис.4 и рис.5 можно записать, что $P\left(\overline{I}\right)=P\left(\overline{C}\right)\cdot P\left(\overline{D}\right)=0{,}826$ и, пренебрегая вероятностями $P\left(\overline{E}\right)$ и $P\left(\overline{T}\right)$, вследствие их малости, получаем:

$$P\left(\overline{A}\right)=P\left(\overline{\varGamma}\right)+P\left(\overline{B3}\right)+P\left(\overline{I}\right)+P\left(\overline{B1}\right)-P\left(\overline{\varGamma}\right)\cdot P\left(\overline{B1}\right)-$$
$$-P\left(\overline{\varGamma}\right)\cdot P\left(\overline{B3}\right)-P\left(\overline{\varGamma}\right)\cdot P\left(\overline{I}\right)-P\left(\overline{B3}\right)\cdot P\left(\overline{I}\right)-P\left(\overline{B3}\right)\cdot P\left(\overline{B1}\right)-$$
$$-P\left(\overline{I}\right)\cdot P\left(\overline{B1}\right)+P\left(\overline{\varGamma}\right)\cdot P\left(\overline{B3}\right)\cdot P\left(\overline{I}\right)+P\left(\overline{B3}\right)\cdot P\left(\overline{I}\right)\cdot P\left(\overline{B1}\right)+$$
$$+P\left(\overline{\varGamma}\right)\cdot P\left(\overline{B3}\right)\cdot P\left(\overline{B1}\right)+P\left(\overline{\varGamma}\right)\cdot P\left(\overline{I}\right)\cdot P\left(\overline{B1}\right)-$$
$$-P\left(\overline{\varGamma}\right)\cdot P\left(\overline{B3}\right)\cdot P\left(\overline{I}\right)\cdot P\left(\overline{B1}\right)=0{,}58+0{,}02+0{,}826-$$
$$-2\cdot 0{,}58\cdot 0{,}01-0{,}58\cdot 0{,}826-2\cdot 0{,}01\cdot 0{,}826-0{,}0001+$$
$$+0{,}58\cdot 0{,}01\cdot 0{,}826+0{,}01\cdot 0{,}826\cdot 0{,}01+0{,}58\cdot 0{,}0001+$$
$$+0{,}58\cdot 0{,}826\cdot 0{,}01-0{,}58\cdot 0{,}0001\cdot 0{,}826\approx 0{,}928$$

Предполагая, что вероятность нарушения энергоснабжения $P\left(\overline{A}\right)=1-e^{-\lambda_{cx}\cdot t}$, при $t=1$ и учитывая, что e – основание натурального логарифма получаем:

$$1-e^{-\lambda_{cx}\cdot t}=0,928,\ \ 1-0,928=e^{-\lambda_{cx}\cdot t},\ \ e^{-\lambda_{cx}\cdot t}=0,072,$$

$$\frac{1}{e^{\lambda_{cx}\cdot t}}=0,072,\ \ e^{\lambda_{cx}\cdot t}=\frac{1}{0,072}=13,888,\ \ \ln_e 13,888=\lambda_{cx}\cdot t,$$

$$\lambda_{cx}=2,63 год^{-1}.$$

Среднее время бесперебойного электроснабжения потребителя:

$$T_o=\frac{1}{\lambda_{cx}}=\frac{1}{2,63}=0,38\ года.$$

Математическое ожидание числа нарушений питания потребителя за 3 года составит:

$$M=\lambda_{cx}\cdot t=2,63\cdot 3=7,8.$$

7. ЗАДАЧА №5

7.1 Постановка задачи №5

Энергосистема имеет n агрегатов с мощностью N_0 $МВт$ каждый. Вероятность рабочего состояния агрегата p, аварийного состояния $q=1-p$. Максимальная нагрузка энергосистемы равна N_1 $МВт$, т.е. для покрытия этой нагрузки достаточно имеющихся n агрегатов. требуется определить оптимальное число дополнительных агрегатов, если удельный ущерб от недоотпуска энергии составляет $У_0$ $у.д.е./кВт\cdot ч$, а расчетные затраты на каждый новый агрегат составляют $З_0$ $млн.у.д.е./год$. Годовой график нагрузки по продолжительности принять ступенчатым со ступенями, равными мощности одного агрегата N_0 $МВт$. Количество ступеней принято равным четырем. Вероятности каждой нагрузки по ступеням $P_I, P_{II}, P_{III}, P_{IV}$. Исходные данные для вариантов задания №5 приведены в таблице 4.

7.2 Пример решения задачи №5

Пусть $m = 10$, $N_0 = 30 МВт$, $p = 0,95$.

График нагрузки по ступеням с соответствующими вероятностями:

$$N_I = 300 МВт, \quad P_I = 0,04,$$
$$N_{II} = 270 МВт, \quad P_{II} = 0,15,$$
$$N_{III} = 240 МВт, \quad P_{III} = 0,35,$$
$$N_{IV} = 210 Мвт, \quad P_{IV} = 0,46.$$

Удельный ущерб $У_0 = 0,8$ $у.д.е./кВт \cdot ч$.

Затраты на установку дополнительного агрегата $З_0 = 0,5$ $млн.у.д.е$.

Используя биноминальное распределение, $P_n^{\ m} = C_n^{\ m} \cdot p^m \cdot q^{n-m}$ определяем вероятности событий, заключающихся в работоспособном состоянии всех генераторов $-P(0)$, в выходе из строя одного генератора - $P(1)$, двух - $P(2)$ и т.д.:

$$P_n^0 = P(0) = P^n = 0,95^{10} = 0,598,$$
$$P_n^1 = P(1) = C_{10}^1 \cdot 0,95^9 \cdot (1 - 0,95) =$$
$$= \frac{10!}{1!9!} \cdot 0,05 \cdot 0,95^9 = 0,315,$$

Таблица 4

Исходные данные для расчета

№ Варианта		1	2	3	4	5	6	7	8
Число агрегатов в системе	$\boldsymbol{n}$	20	25	30	22	18	16	14	12
Мощность агрегата, МВт	N_O	50	100	200	100	50	100	100	200
Вер-ть раб. сост-я агр-та	$\boldsymbol{p}$	0,95	0,95	0,95	0,94	0,97	0,98	0,94	0,98
Макс-ая нагр-ка системы, МВт	N_I	1000	2500	6000	2200	900	1600	1400	2400
Вер-ть нагр-ки 1-й ступени	P_I	0,10	0,10	0,10	0,10	0,05	0,10	0,05	0,15
Нагрузка 2-й ступени, МВт	N_{II}	950	2400	5800	2100	850	1500	1300	2200
Вер-ть нагр-ки 2-й ступени	P_{II}	0,10	0,10	0,10	0,10	0,05	0,10	0,15	0,15
Нагрузка 3-й ступени, МВт	N_{III}	900	2300	5600	2000	800	1400	1200	2000
Вер-ть нагр-ки 3-й ступени	P_{III}	0,4	0,4	0,4	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
Нагрузка 4-й ступени, МВт	N_{IV}	850	2200	5400	1900	750	1300	1100	1800
Вер-ть нагр-ки 4-й ступени	P_{IV}	0,4	0,4	0,4	0,5	0,6	0,5	0,5	0,4
Удельный ущерб, у.д.е/КВт час	$У_O$	0,5	0,6	0,7	0,4	0,6	0,7	0,5	0,8
Затраты на агрегат, млн у.д.е.	$З_о$	0,5	1	2	1	0,5	1	1	2

Таблица 4(продолжение)

Исходные данные для расчета

№ Варианта		9	10	11	12	13	14	15	16
Число агрегатов в системе	n	10	15	20	25	30	22	18	16
Мощность агрегата, МВт	N_O	500	300	100	200	100	200	100	200
Вер-ть раб. сост-я агр-та	p	0,95	0,97	0,96	0,94	0,97	0,97	0,94	0,95
Макс-ая нагр-ка системы, МВт	N_I	5000	4500	2000	5000	3000	4400	1800	3200
Вер-ть нагр-ки 1-й ступени	P_I	0,10	0,10	0,10	0,10	0,15	0,15	0,15	0,10
Нагрузка 2-й ступени, МВт	N_{II}	4500	4200	1900	4800	2900	4200	1700	3000
Вер-ть нагр-ки 2-й ступени	P_{II}	0,20	0,10	0,30	0,10	0,15	0,15	0,15	0,15
Нагрузка 3-й ступени, МВт	N_{III}	4000	3900	1800	4600	2800	4000	1600	2800
Вер-ть нагр-ки 3-й ступени	P_{III}	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,4	0,4	0,35
Нагрузка 4-й ступени, МВт	N_{IV}	3500	3600	1700	4400	2700	3800	1500	2600
Вер-ть нагр-ки 4-й ступени	P_{IV}	0,3	0,4	0,3	0,4	0,4	0,3	0,3	0,4
Удельный ущерб, у.д.е/КВт час	$У_O$	0,9	0,7	0,6	0,5	0,5	0,6	0,7	0,9
Затраты на агрегат, млн у.д.е.	$З_o$	5	3	1	2	1	2	1	2

Таблица 4(продолжение)

Исходные данные для расчета

№ Варианта		17	18	19	20	21	22	23	24
Число агрегатов в системе	n	14	10	15	20	20	10	10	10
Мощность агрегата, МВт	N_O	500	150	200	200	50	200	300	100
Вер-ть раб. сост-я агр-та	p	0,98	0,98	0,96	0,94	0,95	0,98	0,98	0,95
Макс-ая нагр-ка системы, МВт	N_I	7000	1500	3000	4000	1000	2000	3000	1000
Вер-ть нагр-ки 1-й ступени	P_I	0,10	0,15	0,15	0,10	0,20	0,10	0,10	0,20
Нагрузка 2-й ступени, МВт	N_{II}	6500	1350	2800	3800	950	1800	2700	900
Вер-ть нагр-ки 2-й ступени	P_{II}	010	0,15	0,15	0,10	0,20	0,30	0,20	0,20
Нагрузка 3-й ступени, МВт	N_{III}	6000	1200	2600	3600	900	1600	2400	800
Вер-ть нагр-ки 3-й ступени	P_{III}	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,3	0,3
Нагрузка 4-й ступени, МВт	N_{IV}	5500	1050	2400	3400	850	1400	2100	700
Вер-ть нагр-ки 4-й ступени	P_{IV}	0,4	0,3	0,4	0,4	0,3	0,3	0,4	0,3
Удельный ущерб, у.д.е/КВт час	$У_О$	0,3	0,5	0,6	0,7	0,5	0,5	0,5	0,5
Затраты на агрегат, млн у.д.е.	$З_о$	5	1,5	2	2	0,5	2	3	1

Таблица 4(продолжение)

Исходные данные для расчета

№ Варианта		25	26	27	28	29	30
Число агрегатов в системе	n	10	10	10	10	10	10
Мощность агрегата, МВт	N_O	80	75	50	40	60	30
Вер-ть раб. сост-я агр-та	p	0,95	0,98	0,95	0,97	0,95	0,95
Макс-ая нагр-ка системы, МВт	N_I	800	750	500	400	600	300
Вер-ть нагр-ки 1-й ступени	P_I	0,20	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10
Нагрузка 2-й ступени, МВт	N_{II}	720	675	450	360	540	270
Вер-ть нагр-ки 2-й ступени	P_{II}	0,20	0,20	0,10	0,10	0,20	0,20
Нагрузка 3-й ступени, МВт	N_{III}	640	600	400	320	480	240
Вер-ть нагр-ки 3-й ступени	P_{III}	0,4	0,4	0,5	0,4	0,4	0,3
Нагрузка 4-й ступени, МВт	N_{IV}	560	525	350	280	420	110
Вер-ть нагр-ки 4-й ступени	P_{IV}	0,2	0,3	0,3	0,4	0,3	0,4
Удельный ущерб, у.д.е/КВт час	$У_O$	0,7	0,7	0,7	0,8	0,8	0,8
Затраты на агрегат, млн у.д.е.	$З_O$	0,8	0,75	0,5	0,4	0,6	0,3

$$P_n^2 = P(2) = C_{10}^2 \cdot 0,95^8 \cdot (1-0,95)^2 =$$
$$= \frac{10!}{2!8!} \cdot 0,05^2 \cdot 0,95^8 = 0,075,$$
$$P_n^3 = P(3) = C_{10}^3 \cdot 0,95^7 \cdot (1-0,95)^3 = 0,01,$$
$$P_n^4 = P(4) = C_{10}^4 \cdot 0,95^6 \cdot (1-0,95)^4 = 0,00096.$$

Построим годовой график нагрузки по продолжительности (рис.8):

Длительность каждой ступени в году $T_1 = P_1 \cdot 8760 \textit{часов}$ т.е.:

$$T_I = 0,04 \cdot 8760 = 350,4 \textit{часов},$$
$$T_{II} = 0,15 \cdot 8760 = 1314,0 \textit{часов},$$
$$T_{III} = 0,35 \cdot 8760 = 3066,0 \textit{часов},$$
$$T_{IV} = 0,46 \cdot 8760 = 4029,6 \textit{часов}.$$

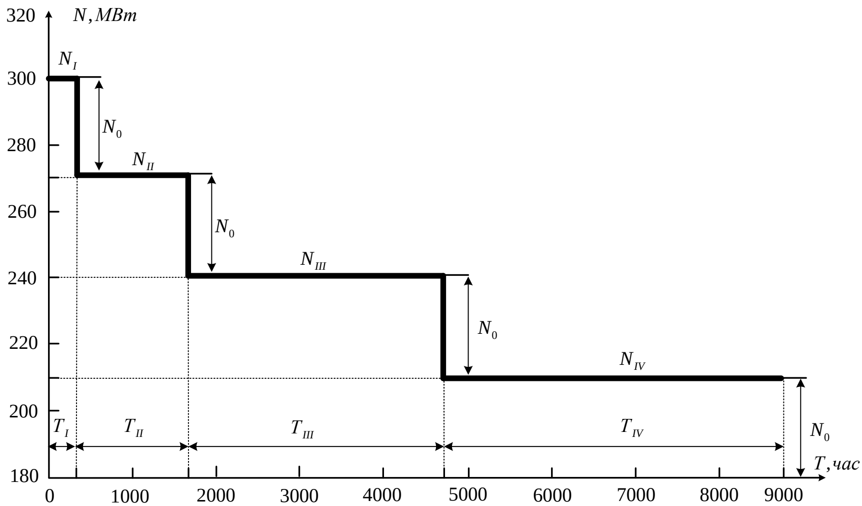


Рис.8. Годовой график нагрузки энергосистемы по продолжительности (условно взяты четыре ступени).

Вероятность одновременного выхода из строя большого числа генераторов можно пренебречь ввиду ее малости. Определим математическое ожидание (МО) недоотпуска электроэнергии при отсутствии резервных агрегатов, т.е. $n_{рез} = 0$.

а) на *I*-й ступени графика нагрузки:

$$M_I = \sum_{m=1}^{n} m \cdot P(m) \cdot P_I \cdot 8760 \cdot N_0,$$

б) на *II*-й ступени:

$$M_{II} = \sum_{m=2}^{n} (m-1) \cdot P(m) \cdot P_{II} \cdot 8760 \cdot N_0,$$

в) на *III*-й ступени:

$$M_{III} = \sum_{m=3}^{n} (m-2) \cdot P(m) \cdot P_{III} \cdot 8760 \cdot N_0,$$

г) на *IV*-й ступени:

$$M_{IV} = \sum_{m=4}^{n} (m-3) \cdot P(m) \cdot P_{IV} \cdot 8760 \cdot N_0.$$

где m - число одновременно вышедших из строя агрегатов, $P(m)$ - вероятность этого события, определенная по биноминальному разложению.

Таким образом МО недоотпуска электроэнергии за год при отсутствии резервных агрегатов, равно:

$$M_0(\Delta W) = \sum_{j-1}^{4} M_j \text{, и ущерб составит } У = У_0 \cdot MO.$$

В рассматриваемом примере:

$$M_I = (1 \cdot 0{,}315 + 2 \cdot 0{,}075 + 3 \cdot 0{,}01 + 4 \cdot 0{,}00096) \cdot ф$$

$$\cdot 30 \cdot 8760 \cdot 10^3 \cdot 0{,}04 = 5{,}24 \cdot 10^6 кВт \cdot ч,$$

$$M_{II} = (1 \cdot 0{,}75 + 2 \cdot 0{,}01 + 3 \cdot 0{,}00096) \cdot 30 \cdot 8760 \cdot 10^3 \cdot$$

$$\cdot 0{,}15 = 3{,}86 \cdot 10^6 кВт \cdot ч,$$

$$M_{III} = \left(1 \cdot 0,01 + 2 \cdot 0,00096\right) \cdot 30 \cdot 8760 \cdot 10^3 \cdot 0,35 =$$

$$= 1,096 \cdot 10^6 \, кВт \cdot ч,$$

$$M_{IV} = 1 \cdot 0,00096 \cdot 30 \cdot 8760 \cdot 10^3 \cdot 0,46 = 0,116 \cdot 10^6 \, кВт \cdot ч$$

$$M_0\left(\Delta W\right) = 10,312 \cdot 10^6 \, кВт \cdot ч.$$

$$M_0\left(У\right) = 0,8 \cdot 10,312 = 8,2496 \;\; млн\, у.д.е.$$

Индекс 0 означает отсутствие резервных агрегатов, т.е. $n_{рез} = 0$.

При наличии одного резервного агрегата $n_{рез} = 1$. Матожидание недоотпуска энергии по ступеням графика нагрузки определяется так:

$$M_I = \sum_{m=2}^{n} (m-1) \cdot P\left(m\right) \cdot P_I \cdot N_0 \cdot 8760,$$

$$M_{II} = \sum_{m=3}^{n} (m-2) \cdot P\left(m\right) \cdot P_{II} \cdot N_0 \cdot 8760,$$

$$M_{III} = \sum_{m=4}^{n} (m-3) \cdot P\left(m\right) \cdot P_{III} \cdot N_0 \cdot 8760,$$

$$M_{IV} = \sum_{m=5}^{n} (m-4) \cdot P\left(m\right) \cdot P_{IV} \cdot N_0 \cdot 8760.$$

В рассматриваемом примере:

$$M_I = 30 \cdot 8760 \cdot 10^3 \cdot 0,04(1 \cdot 0,075 + 2 \cdot 0,01 + 3 \cdot 0,00096) =$$

$$= 1,028 \cdot 10^6 \, кВт \cdot ч,$$

$$M_{II} = 30 \cdot 8760 \cdot 10^3 \cdot 0,15(1 \cdot 0,01 + 2 \cdot 0,00096) =$$

$$= 0,468 \cdot 10^6 \, кВт \cdot ч,$$

$$M_{III} = 30 \cdot 8760 \cdot 10^3 \cdot 0,35 \cdot 0,01 \cdot 0,00096 =$$

$$= 0,088 \cdot 10^6 \, кВт \cdot ч,$$

$$M_{IV} = 0 \;\; кВт \cdot ч.$$

$$M_1\left(\Delta W\right)=1{,}584\cdot 10^6\ кВт\cdot ч\ ;$$

$$M_1\left(У\right)=1{,}2672\ млн\ у.д.е.$$

Индекс 1 означает, что $n_{рез}=1$.

Аналогично рассуждая, находим МО недоотпуска энергии при 2-х резервных агрегатах, т.е. $n_{рез}=2$:

$$M_I=30\cdot 8760\cdot 10^3\cdot 0{,}04(1\cdot 0{,}01+2\cdot 0{,}00096)=$$

$$=0{,}124\cdot 10^6 кВт\cdot ч,$$

$$M_{II}=30\cdot 8760\cdot 10^3\cdot 0{,}15\cdot 1\cdot 0{,}00096=$$

$$=0{,}0370\cdot 10^6 кВт\cdot ч,$$

$$M_{III}=M_{IV}=0 кВт\cdot ч.$$

$$M_2\left(\Delta W\right)=1{,}1616\cdot 10^6 кВт\cdot ч.$$

$$M_2\left(У\right)=0.12928\quad млн.\quad у.д.е$$

Индекс 2 означает, что $n_{рез}=2$.

При 3-х резервных агрегатах $n_{рез}=3$.

$$M_I=30\cdot 8760\cdot 10^3\cdot 0{,}04\cdot 1\cdot 0{,}00096=\ ;$$

$$=0{,}01004\cdot 10^6 кВт\cdot ч.$$

$$M_{II}=M_{III}=M_{IV}=0\ кВт\cdot ч;$$

$$M_3\left(\Delta W\right)=M_1=0{,}01004\cdot 10^6\ \ кВт\cdot ч;$$

$$M_3\left(У\right)=0{,}00803\ млн\ у.д.е.$$

Индекс 3 означает, что $n_{рез}=3$.

При большем числе резервных агрегатов, т.е. $n_{рез}\geq 4$, МО недоотпуска электроэнергии равно нулю и, следовательно, ущерб можно принять равным нулю.

Очевидно, оптимальное число резервных агрегатов должно отвечать соотношению:

$$З_i=K_i+M_i(У)\rightarrow \min,$$

где K_i - затраты на установку дополнительных агрегатов в i – м варианте;

$M_i(У)$ - матожидание ущерба от недоотпуска электроэнергии в i – м варианте.

для выбора наиболее оптимального варианта составим таблицу 5.

Таблица 5.

Таблица для выбора оптимального варианта

Количество резервных агрегатов	$M_i(У)$ *млн у.д.е.*	K_i *млн у.д.е.*	$З_i$ *млн у.д.е.*
0	8.2496	Нет	8.2496
1	1.2672	0.5	1.7672
2	0.12928	1.0	1.12928
3	0.00803	1.5	1.50803
4	0.00000	2.0	2.00000

Строим графическую зависимость $З_i = K_i + M_i(У)$ представленную на рис.9.

Анализ результатов показывает, что минимум затрат будет достигаться при двух резервных агрегатах

8. ЗАДАЧА №6

8.1 Постановка задачи №6

Силовой трансформатор в городской электрической сети работает в течение времени T, которое является случайной величиной и распределено по показательному закону с плотностью:

$$f(t) = \begin{cases} 0 \quad при \quad t < 0, \\ \lambda e^{-\lambda t} \quad при \quad t \geq 0, \end{cases}$$

где λ - интенсивность отказов.

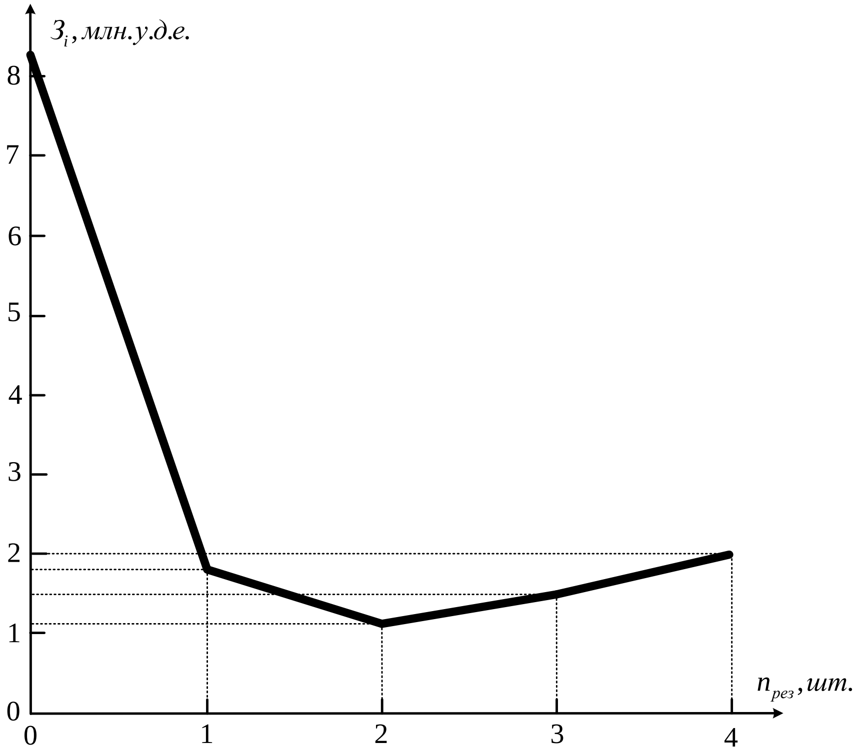


Рис.9. График зависимости суммарных затрат от количества резервных агрегатов.

По истечении времени T вследствие роста нагрузки, повреждения его или др. причин трансформатор заменяют другим.

В результате необходимо определить:

1. среднюю продолжительность эксплуатации трансформатора (матожидание) и дисперсию;

2. вероятность надежной работы трансформатора в течение первых t_1 лет;

3. вероятность отказа трансформатора в период между t_2 и t_3 годами эксплуатации;

4.построить график плотности распределения и функции распределения (на последний нанести рассчитанные вероятности);

5. определить вероятность того, что за время эксплуатации τ трансформатор не понадобится заменять ни разу;

6. определить вероятность того, что за время эксплуатации τ трансформатор потребуется заменить два раза;

7. определить вероятность того, что за время эксплуатации τ трансформатор потребуется заменить не менее двух раз.

Исходные данные для решения приведены в таблице 6.

8.2 Пример решения задачи №6

Пример решения приведен для следующих исходных данных:

$$\lambda = 0,03\frac{1}{год}, \;\; t_1 = 10 лет, \;\; t_2 = 10 лет, \;\; t_2 = 20 лет, \;\; t = 30 лет.$$

По условию случайная величина T распределяется по показательному закону с постоянной интенсивностью отказов $\lambda = 0,03$. Поэтому ответы на вопросы первого блока получим, используя показательный закон надежности.

1. Определим среднюю продолжительность эксплуатации трансформатора, т.е. математическое ожидание случайной величины T:

$$M\left(T\right) = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0,03} \cong 33 года .$$

Дисперсия рассчитывается по формуле:

$$Д\left(T\right) = \frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{0,03^2} = 1111,1111.$$

Таблица 6

Исходные данные для решения задачи №6

Параметры N пп	$\lambda, 1/год$	$t_1, год$	$t_2, год$	$t_3, год$	$\tau, год$
1	0,03	9	11	25	30
2	0,025	8	10	20	35
3	0,04	14	10	20	24
4	0,035	7	8	15	24
5	0,02	10	20	35	40
6	0,032	10	15	25	28
7	0,045	9	9	17	20
8	0,048	15	8	16	19
9	0,05	6	7	14	18
10	0,055	8	4	14	16
11	0,06	4	5	12	14
12	0,03	5	15	28	30
13	0,025	6	8	30	35
14	0,04	15	12	20	24
15	0,035	8	10	19	24
16	0,02	19	15	35	40
17	0,032	5	10	25	28
18	0,045	4	8	19	20
19	0,048	8	5	16	19
20	0,05	7	8	14	18
21	0,055	6	10	14	16
22	0,06	3	5	12	14
23	0,057	10	8	14	15
24	0,022	17	25	40	42
25	0,033	6	12	21	27
26	0,043	3	6	17	19
27	0,053	5	7	13	15
28	0,02	12	20	40	45
29	0,04	8	10	20	23
30	0,03	10	10	20	30

2. Вероятность надежной работы трансформатора в течение первых t_1 лет, т.е. $P(T < t_1)$ определим по формуле:

$$R\left(t_1\right) = e^{-\lambda t_1} = e^{-0,03\cdot 10} \cong 0,74.$$
$$F\left(t_1\right) = 1 - e^{-\lambda t_1} = 1 - 0,74 = 0,26.$$

3. Вероятность отказа трансформатора в период между t_2 и t_3 годами эксплуатации, т.е. $P\left(t_2 < T < t_3\right)$ найдем по формуле:
$$P\left(t_2 < T < t_3\right) = e^{-\lambda t_2} - e^{-\lambda t_3} = e^{-0,03\cdot 10} - e^{-0,03\cdot 20} = 0,192.$$

4. Строим график плотности распределения (рис.10) и функции распределения (рис.11) во время эксплуатации трансформатора (на последний наносим рассчитанные вероятности):

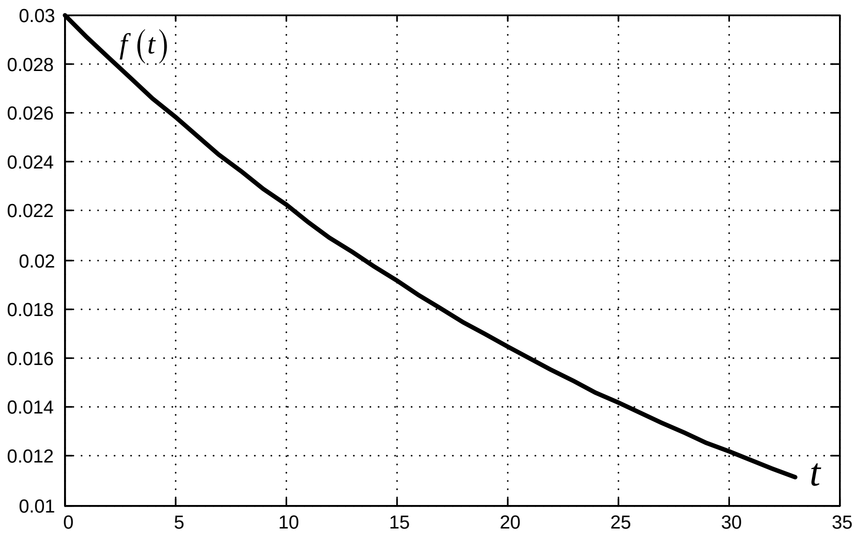


Рис.10. График плотности распределения

Второй блок вопросов необходимо решать исходя из того, что события замены трансформатора в электрической сети образуют простейший (пуассоновский) поток с интенсивностью событий (замены) λ. Вероятность наступления ровно m событий за промежуток времени τ определяется по закону Пуассона:

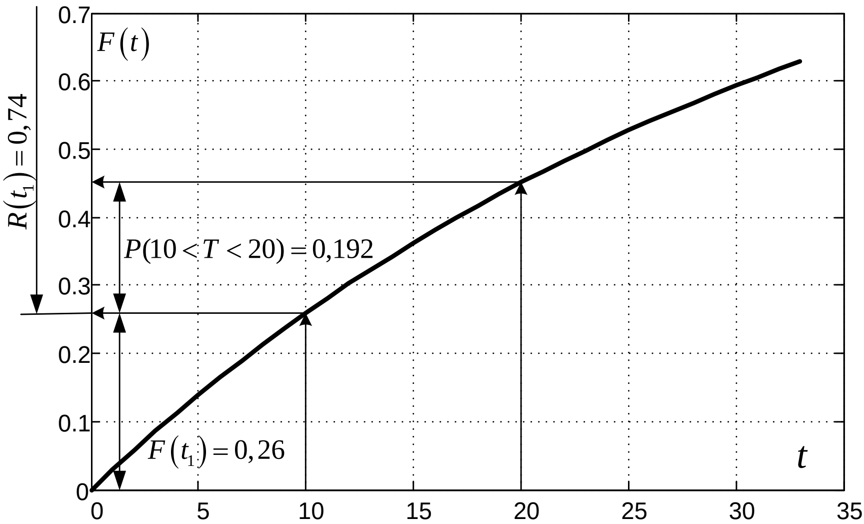


Рис.11. График функции распределения плотности распределения

$$P_m = \frac{a^m}{m!}e^{-a} = \frac{(\lambda\tau)^m}{m!}e^{-\lambda\tau},$$

где $a = \lambda\tau$ – есть математическое ожидание числа событий (замен) за интервал времени τ.

5. определяем вероятность того, что за время эксплуатации τ трансформатор не понадобится заменять ни разу (пустой интервал τ):

$$P_{(m=0)} = e^{-\lambda\tau} = e^{-0,03\cdot 30} = 0,41.$$

6. определить вероятность того, что за время эксплуатации τ трансформатор потребуется заменить два раза;

$$P_{(m=2)} = \frac{(0,03\cdot 30)^2}{2\cdot 1} e^{-0,03\cdot 30} = 0,165.$$

7. определить вероятность того, что за время эксплуатации τ трансформатор потребуется заменить не менее двух раз.

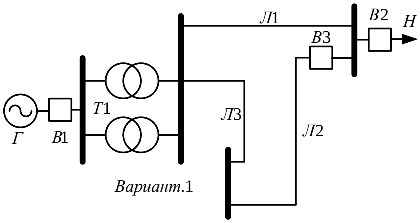
$$P_{(m\geq 2)} = 1 - \left[P_{(m=0)} + P_{(m=1)}\right] = 1 - 0,41 - \frac{0,03\cdot 30}{1} e^{-0,03\cdot 30} =$$

$$= 1 - 0,41 - 0,366 = 0,224.$$

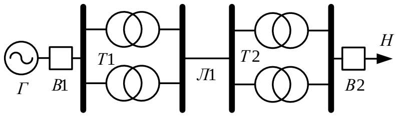
Литература

1. Веников А.В. Расчет и анализ режимов работы сетей. Учебное пособие для вузов. –М: Изд. «Энергия»,1974.
2. Гнеденко Б.В. Хинчин А.Я. Элементарное введение в теорию вероятностей. -М: Изд. «Наука»,1982.
3. Гук.Ю.Б. Теория надежности в электроэнергетике. - Л: «Энергоатомоиздат»,1990.
4. Гук.Ю.Б. Основы надежности электроэнергетических установок. –Л: Изд. Ленинградского университета,1976
5. Чистяков В.П. Курс теории вероятностей. - М: Изд. «Наука»,1978.
6. Фокин Ю.А., Туфанов В.А. Оценка надежности систем электроснабжения. – М: «Энергоатомоиздат», 1981.

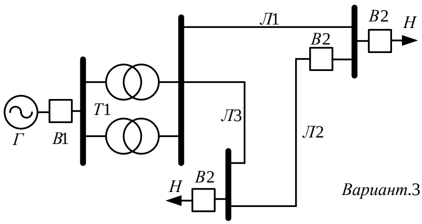
Приложение 1



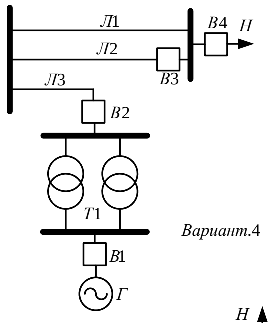
Вариант.1



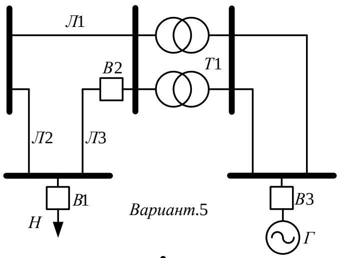
Вариант.2



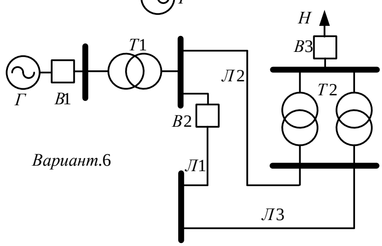
Вариант.3



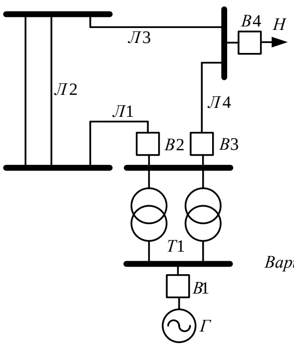
Вариант.4



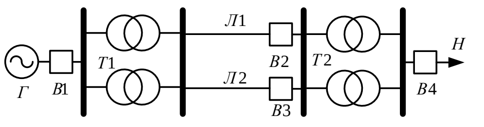
Вариант.5



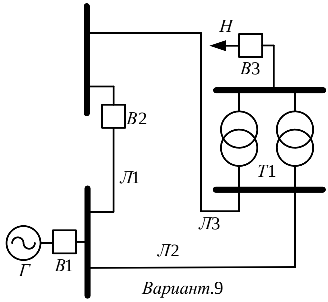
Вариант.6



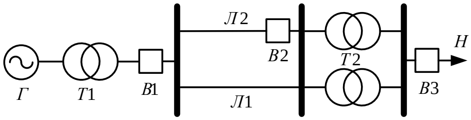
Вариант.7



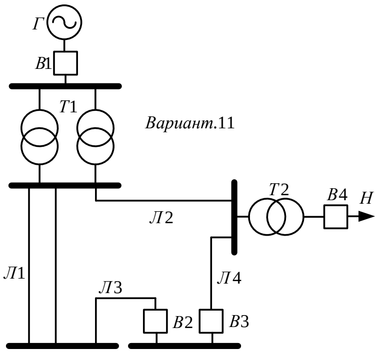
Вариант.8



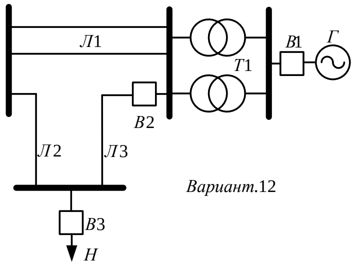
Вариант.9



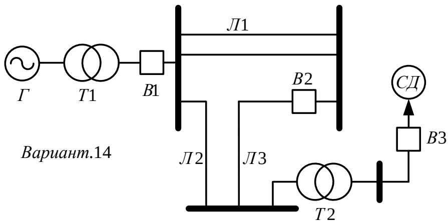
Вариант.10



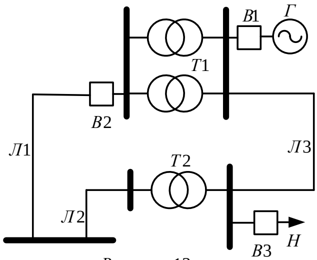
Вариант.11



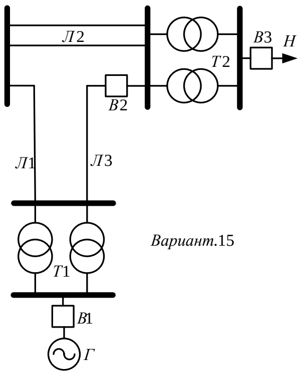
Вариант.12



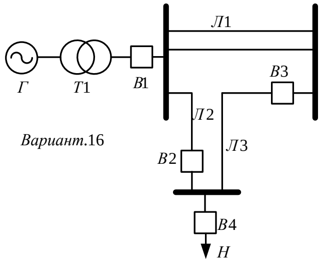
Вариант.14



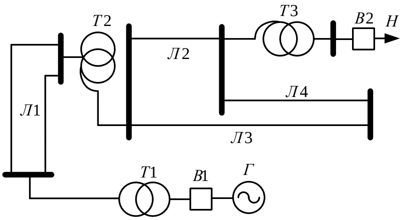
Вариант.13



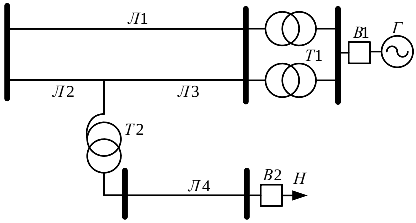
Вариант.15



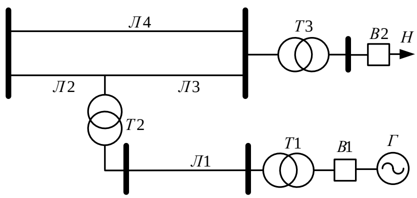
Вариант.16



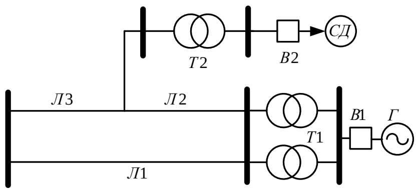
Вариант.17



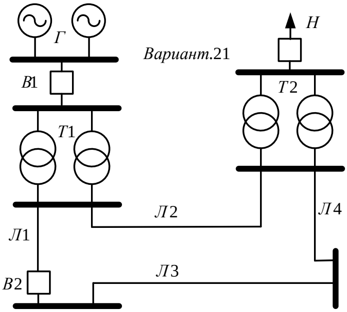
Вариант.18



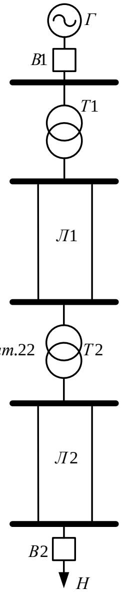
Вариант.19



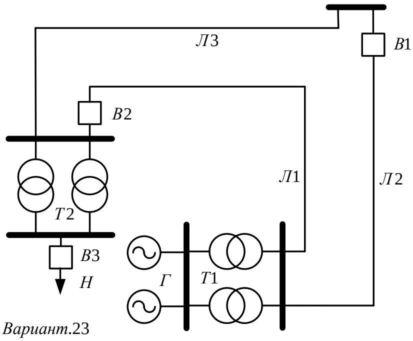
Вариант.20



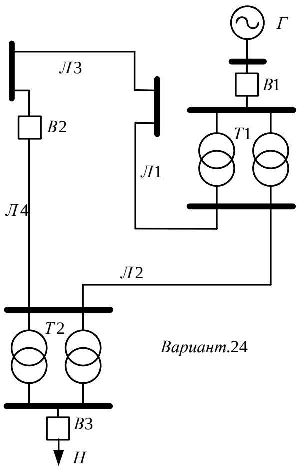
Вариант.21



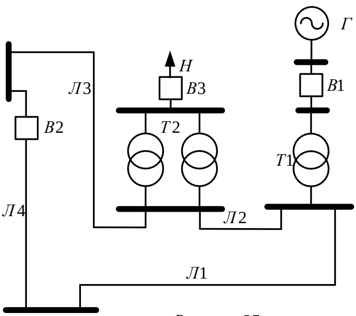
Вариант.22



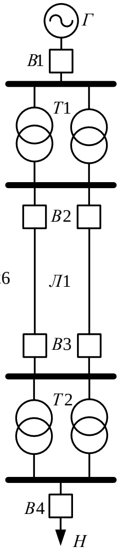
Вариант.23



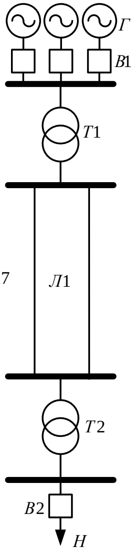
Вариант.24



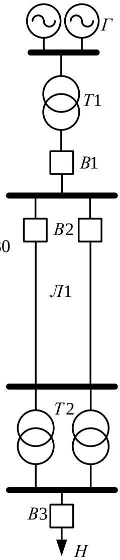
Вариант.25



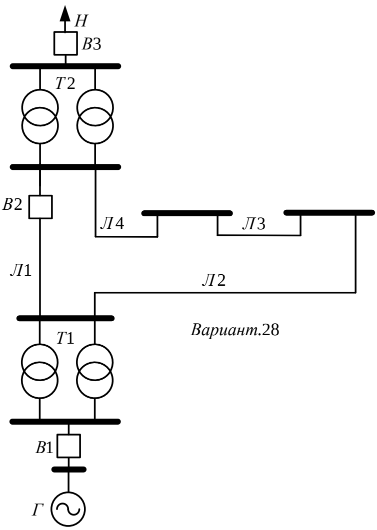
Вариант.26



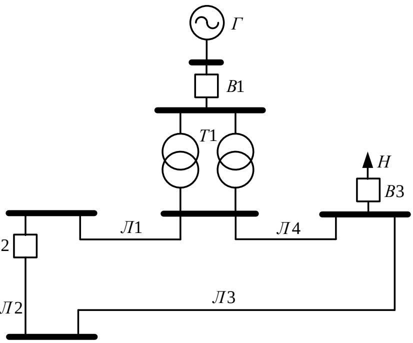
Вариант.27



Вариант.30



Вариант.28



Вариант.30

Приложение 2

Значение интеграла вероятностей:

$$\Phi(\mathrm{t}) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{x^2}{2}} dx, \ \ \Phi(-t) = \Phi(-t).$$

t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$
0,00	0,0000	1,00	0,6827	2,00	0,9545
0,05	0,0399	1,05	0,7063	2,05	0,9596
0,10	0,0797	1,10	0,7287	2,10	0,9643
0,15	0,1192	0,15	0,7499	2,15	0,9684
0,20	0,1585	1,20	0,7699	2,20	0,9722
0,25	0,1974	1,25	0,7887	2,25	0,9756
0,30	0,2358	1,30	0,8064	2,30	0,9786
0,35	0,2737	1,35	0,8230	2,35	0,9812
0,40	0,3108	1,40	0,8385	2,40	0,9836
0,45	0,3473	1,45	0,8529	2,45	0,9857
0,50	0,3829	1,50	0,8664	2,50	0,9876
0,55	0,4177	1,55	0,8789	2,55	0,9892
0,60	0,4515	1,60	0,8904	2,60	0,9907
0,65	0,4843	1,65	0,9011	2,65	0,9920
0,70	0,5161	1,70	0,9109	2,70	0,9931
0,75	0,5467	1,75	0,9199	2,75	0,9940
0,80	0,5763	1,80	0,9281	2,80	0,9949
0,85	0,6047	1,85	0,9357	2,85	0,9956
0,90	0,6319	1,90	0,9426	2,90	0,9963
0,95	0,6579	1,95	0,9488	2,95	0,9968
1,00	0,6827	2,00	0,9545	3,00	0,9973