СОДЕРЖАНИЕ

Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко

Физико-математический факультет

Кафедра твердотельной электроники и Микроэлектроники

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Методические указания к курсовой работе по расчету линейных электрических цепей постоянного тока

Тирасполь, 2013

УДК 621.3(072.5)+537(072.5)
ББК 32р30
М54

Составители:
В.М. Ишимов, кандидат физ.- мат. наук, доцент кафедры «Твердотельной электроники и микроэлектроники».
В.И. Чукита, ст. преподаватель кафедры «Твердотельной электроники и микроэлектроники»

Рецензенты:
Н.А. Константинов, кандидат педагогических наук, доцент кафедры «Общей физики и методики преподавания физики».
В.Н. Чебан, кандидат физ.- мат. наук, доцент кафедры «Общей физики и методики преподавания физики».

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Методические указания к курсовой работе по расчету линейных электрических цепей постоянного тока В.М. Ишимов, В.И. Чукита, г. Тирасполь, ПГУ им. Т.Г. Шевченко, 2013г. – 60с.

Методические указания предназначены для студентов II курса физико - математического факультета, изучающих курс «Теоретические основы электротехники». Они охватывают раздел курса: "Расчет линейных электрических цепей постоянного тока. Основные свойства и общие методы расчета".

В пособии изложены общие требования по выполнению и оформлению курсовой работы. Приводится необходимый теоретический материал по расчету электрических цепей, изучение которого существенно поможет в усвоение учебного материала, даны примеры решения типовых задач.

УДК 621.3(072.5)+537(072.5)
ББК 32р30
М54

Утверждено к изданию Научно – методическим советом ПГУ им. Т.Г. Шевченко

Литература.

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. - М.: Высшая школа, 1996, 637с.
2. Немцов М.В. Электротехника и электроника. - М.: МЭИ, 2003, 567с.
3. Запасный А.И. Основы теории цепей. - М.: РИОР, 2006, 336с.
4. Попов В.П. Основы теории цепей. - М.: Высшая школа, 1985, 488с
5. Зевеке Г.В., Ионкин П.А., Нетушил А.В., Страхов С.В. Основы теории цепей. - М.: Энергия, 1975, 752с
6. Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники. - М.: Высшая школа, 1975, 496с.
7. Бакалов В.П., Дмитриков В.Ф., Крук Б.И., Основы теории цепей. - М.: Радио и связь, 2000, 592с.
8. Фрумкин А.М. Теоретические основы электротехники. - М.: Высшая школа, 1982, 407с.
9. Атабеков Г.И. Теоретические основы электротехники. Линейные электрические цепи. - М.: Лань, 2009, 592с.
10. Шебес М.Р. Теория линейных электрических цепей в упражнениях и задачах. - М.: Высшая школа, 1973, 424с.

Заключение

В пособии рассмотрены методы расчета линейных электрических цепей постоянного тока, определения параметров четырехполюсников различных схем соединений и их основные свойства.

В настоящее время методы расчета линейных электрических цепей постоянного тока и теория четырехполюсников успешно применяется при решении задач различных типов, например, при анализе свойств сложных разветвленных электрических цепей и многих электронных приборов (транзисторов, усилителей).

Надеемся, что материал, изложенный в методических указаниях, поможет студентам успешно и в полной мере освоить один из основных разделов “Расчет линейных электрических цепей постоянного тока. Основные свойства и общие методы расчета”.

Введение

Теоретические основы электротехники являются дисциплиной, в процессе изучения которой закладывается база, способствующая освоению студентами специальных дисциплин при подготовке инженеров - электронщиков.

В свою очередь “Теоретические основы электротехники” в частности раздел курса “Расчет линейных электрических цепей постоянного тока. Основные свойства и общие методы расчета” базируются на наиболее важных положениях курса физики, как «Электричество и магнетизм» их изучение строго согласованно со временем изучения указанных дисциплин.

Из высшей математики особо важны для электротехники разделы: дифференцирование и интегрирование простейших функций, векторная алгебра и элементы векторного анализа, комплексные числа, тригонометрические ряды, гиперболические функции, дифференциальные уравнения в частных производных, элементы операционного исчисления и интеграл Фурье.

Студенты физико - математического факультета, специализирующиеся по электротехническому профилю, должны самостоятельно изучить этот раздел более глубоко, расширив его до объема радела «Физические основы электротехники».

Однако современному специалисту недостаточно знаний одних физических явлений. Поэтому одновременно с изучением физических явлений учащиеся должны получать навыки в методах расчетов, необходимых для успешного изучения последующих прикладных курсов, и решении задач, которые возникают в практической деятельности.

Таким образом, учащимся, которые избрали для себя электротехнические специальности, необходимо учитывать, что они должны работать с несколько большим напряжением.

При самостоятельной работе рекомендуется придерживаться определенной последовательности. Формулировки законов и методику вывода их математических выражений надо знать на память. Затем приступать к выполнению курсовой работы.

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Контрольные задания к курсовой работе охватывают часть курса «Теоретические основы электротехники», которая изучается студентами физико-математического факультета.

Выполнение контрольных заданий является одним из наиболее важных этапов в процессе самостоятельной работы студентов над освоением курса «Теоретические основы электротехники»,

Введение индивидуальных контрольных заданий помогает освоить материал. В этом смысле правильно организованная работа над выполнением задания в значительной степени гарантирует усвоение материала, дает возможность студенту проверить свои силы, оценить усвоение материала по разделам курса.

Каждое контрольное задание содержит десять вариантов.

Студент обязан выполнить один вариант, номер которого соответствует порядковой цифре учебного журнала, напротив которой записана фамилия студента.

Указания к выполнению курсовой работы

1. Курсовая работа выполняется на листах формата (А 4). Текст пояснительной записки, включая рисунки, графики, диаграммы и формулы, набирается на компьютере в редакторе Microsoft Word - шрифт Times New Roman, величина 14 pt.

2. Схемы и условия заданий необходимо набирать полностью и каждое задание начинать с новой страницы.

3. В конце работы необходимо указать использованную литературу, обязательно указывая авторов учебников и год их издания.

4. Выполненная работа сдается преподавателю на проверку не позднее, чем за десять дней до ее защиты.

5. Защита курсовой производится в присутствии преподавателей выпускающей кафедры.

Параметры схем замещения и постоянные четырёхполюсника связаны выведенными формулами. Из них можно найти значения сопротивлений **Т** - образной и **П** - образной схем, и таким путём перейти от любой заданной схемы четырёхполюсника к одной из эквивалентных схем.

10. Определим параметры **Т** - образной схемы:

$$R_1 = \frac{A-1}{C} = \frac{2-1}{\frac{1}{3}} = 3 \text{ Ом};$$

$$R_3 = \frac{D-1}{C} = \frac{2-1}{\frac{1}{3}} = 3 \text{ Ом};$$

$$R_2 = \frac{1}{C} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3 \text{ Ом}.$$

11. Определим параметры **П** - образной схемы:

$$R_{13} = B = 9 \text{ Ом};$$

$$R_{23} = \frac{B}{A-1} = \frac{9}{2-1} = 9 \text{ Ом};$$

$$R_{12} = \frac{B}{D-1} = \frac{9}{2-1} = 9 \text{ Ом}.$$

8. Определим коэффициенты **П** – образной схемы замещения пассивного четырехполюсника рис. 25.

Для этого преобразуем исходную **Т** - образную схему пассивного четырехполюсника рис. 22 в **П** - образную схему замещения рис. 25.

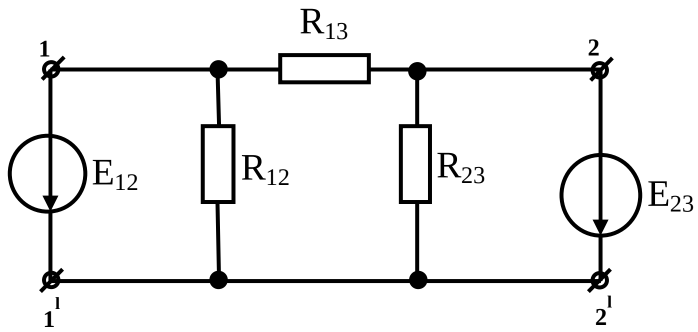


Рис. 25. Сложная электрическая цепь с **П** – образным пассивным четырехполюсником

9. Используя выражения для преобразования звезды резисторов в эквивалентный треугольник, получим значения параметров этих сопротивлений

$R_{13} = R_1 + R_3 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2} = 3 + 3 + \frac{3 \cdot 3}{3} = 9$ Ом;

$R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1} = 9$ Ом;

$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3} = 9$ Ом.

$A = 1 + \frac{R_{13}}{R_{23}} = 1 + \frac{9}{9} = 2;$

$B = R_{13} = 9$ Ом;

$C = \frac{1}{R_{23}} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{R_{13}}{R_{23} \cdot R_{12}} = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{9}{9 \cdot 9} = \frac{1}{3}$ См;

$D = 1 + \frac{R_{13}}{R_{12}} = 1 + \frac{9}{9} = 2.$

ЗАДАНИЕ

Расчет линейной электрической цепи постоянного тока

1. Определить токи во всех ветвях сложной цепи рис.1 и составить баланс мощности, используя следующие методы:
- Метод уравнений Кирхгофа.
- Метод контурных токов.
- Метод узловых потенциалов.
- Метод преобразования треугольника и звезды.

2. Преобразованную электрическую цепь рассчитать:
- Методом наложения действий эдс.
- Методом эквивалентного генератора (определить ток в ветви без эдс).
- Методом узлового напряжения.

3. Определить токи, направления токов и построить потенциальную диаграмму для одного из контуров схемы.

4. Определить коэффициенты четырехполюсника, считая входными и выходными зажимами - зажимы к которым подключены ветви с эдс, и параметры **Т** - образной и **П** - образной эквивалентных схем замещения этого четырехполюсника.

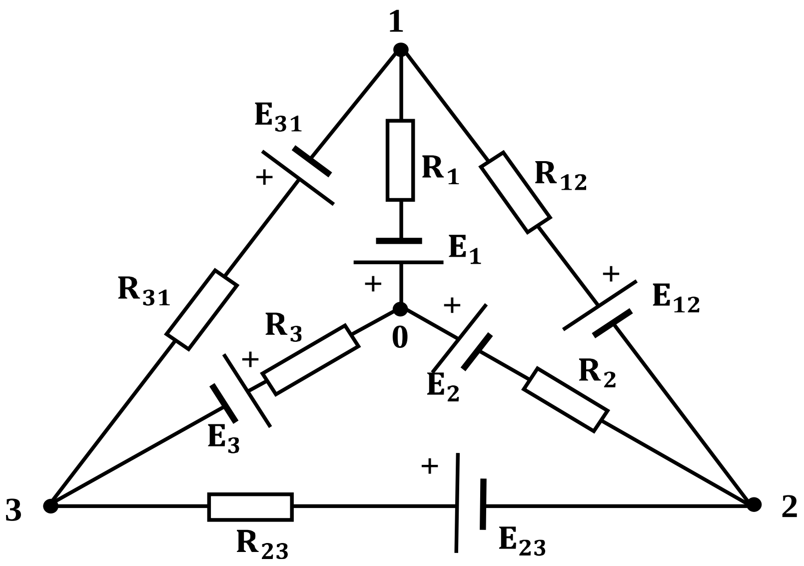


Рис.1. Линейная электрическая цепь постоянного тока.

Величины параметров элементов линейной электрической цепи постоянного тока для всех вариантов приведены в таблице №1.

Таблица №1.

№ Варианта	E_1, В	E_2, В	E_3, В	E_{12}, В	E_{23}, В	E_{31}, В	R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом	R_{12}, Ом	R_{23}, Ом	R_{31}, Ом
1	10	15	0	0	0	0	9	8	9	9	9	9
2	15	0	20	0	0	0	12	12	12	12	12	12
3	0	10	20	0	0	0	15	15	15	15	15	15
4	0	0	0	15	20	0	18	18	18	18	18	18
5	0	0	0	10	0	15	24	24	24	24	24	24
6	0	0	0	0	10	20	27	27	27	27	27	27
7	15	0	0	20	0	0	9	9	9	9	9	9
8	0	10	0	0	20	0	12	12	12	12	12	12
9	0	0	20	0	0	10	15	15	15	15	15	15
10	20	0	0	15	0	0	18	18	18	18	18	18

$B = \frac{U_{1к}}{I_{2к}} = \frac{15}{\frac{5}{3}} = 9$ Ом;

$C = \frac{I_{10}}{U_{20}} = \frac{2.5}{7.5} = 0{,}33$ См

$D = \frac{I_{1к}}{I_{2к}} = \frac{\frac{10}{3}}{\frac{5}{3}} = 2$

Из расчетов видно, что **A** = **D**, а из свойства четырехполюсника известно, что у такого четырехполюсника при перемене местами источника и приемника токи на входе и выходе четырехполюсника не изменяются. В этом случае четырехполюсник является симметричным. Из теории известно, что для любого пассивного четырехполюсника справедливо соотношение:

$$AD - BC = 1$$

6. Проверим правильность нашего решения, подставив в уравнения значения найденных коэффициентов.

$$AD - BC = 2 \cdot 2 - 9 \cdot 0{,}33 = 4 - 3 = 1.$$

7. Определим коэффициенты **Т** – образной схемы замещения этого четырехполюсника рис. 22.

Из теории пассивного четырехполюсника известны выражения для определения коэффициентов **Т** - образной схемы замещения. Определим их значения.

$A = 1 + \frac{R_1}{R_2} = 1 + \frac{3}{3} = 1 + 1 = 2;$

$B = R_1 + R_3 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2} = 3 + 3 + \frac{3 \cdot 3}{3} = 3 + 3 + 3 = 9$ Ом;

$C = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{3}$ См;

$D = 1 + \frac{R_3}{R_2} = 1 + \frac{3}{3} = 1 + 1 = 2.$

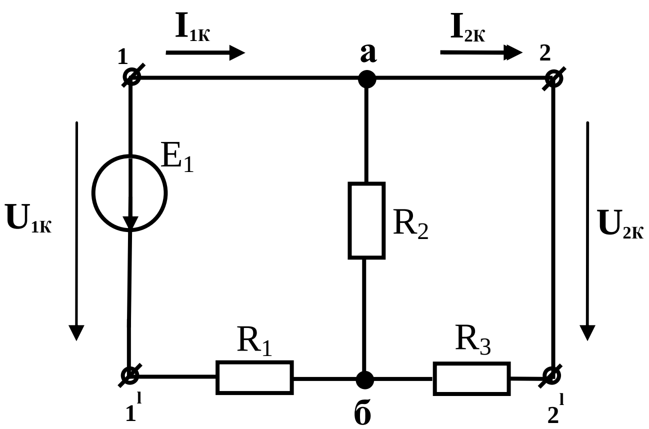


Рис. 24. Схема **Т** – образного четырехполюсника в режиме КЗ

4. Определим значения входных и выходных токов и напряжений в режиме КЗ:

$$I_{1К} = \frac{E_1}{R_{общ}} = \frac{15}{\frac{9}{2}} = \frac{30}{9} = \frac{10}{3}\ А;$$

$$R_{общ} = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = 3 + \frac{3 \cdot 3}{3+3} = 3 + \frac{9}{6} = \frac{9}{2}\ Ом;$$

$$U_{1К} = I_{1К} \cdot \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} + R_1 = \frac{9}{2} \cdot \frac{10}{3} = 15\ В;\ U_{1К} = E_1 = 15\ В;$$

$$U_{аб} = I_{1К} \cdot \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{10}{3} \cdot \frac{3}{2} = 5\ В;$$

$$I_{2К} = \frac{U_{аб}}{R_3} = \frac{5}{3}\ А;$$

$$U_{2К} = 0$$

5. Определим коэффициенты четырехполюсника:

$$A = \frac{U_{10}}{U_{20}} = \frac{15}{7.5} = 2;$$

Пример расчета линейной электрической цепи постоянного тока

I. Метод уравнений Кирхгофа

Для расчета электрических цепей наряду с законом Ома применяются два закона Кирхгофа, являющиеся следствием закона сохранения энергии.

Методы расчета с применением законов Кирхгофа позволяют рассчитать электрическую цепь любой конфигурации и сложности, т.е. являются основными.

Первый закон Кирхгофа применяется к узлам электрических цепей и выражает баланс токов в них: ***в узле электрической цепи алгебраическая сумма токов равна нулю:***

$$\sum \mathbf{I} = \mathbf{0}.$$

В эту сумму токи входят с разными знаками, в зависимости от направления их по отношению к узлу.

Второй закон Кирхгофа применяется к контурам электрических цепей и выражает баланс напряжений в них: ***в контуре электрической цепи алгебраическая сумма электродвижущих сил равна алгебраической сумме падений напряжения на сопротивлениях, входящих в этот контур:***

$$\sum \mathbf{E} = \sum (\mathbf{I} \cdot \mathbf{R}).$$

Рассматривая сложную схему рис. 2 видно, что в ней имеется несколько узловых точек (1,2,3,0) и несколько контуров (1-0-3-1, 1-2-0-1, 2-3-0-2).

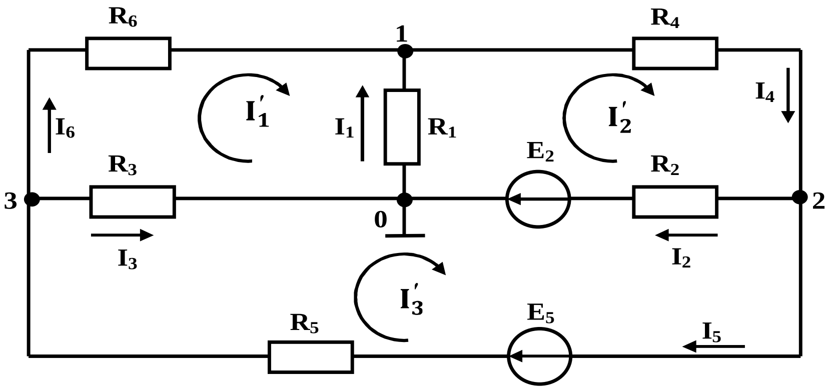


Рис.2. Сложная линейная электрическая цепь постоянного тока

Для каждой узловой точки можно составить уравнение токов по первому закону Кирхгофа, а для каждого контура – уравнение напряжений по второму закону Кирхгофа. В эти уравнения входят токи, определение которых является целью расчета.

Совместное решение системы независимых уравнений, число которых равно числу неизвестных токов в схеме, позволяет достичь этой цели.

Прежде чем приступить к составлению уравнений по законам Кирхгофа, нужно выбрать условно положительное направление тока в каждой ветви. Положительные направления тока выбираются произвольно. Действительные направления токов могут не совпадать с условно положительными направлениями. Ошибка в выборе направления тока в результате решения будет обнаружена: ток с неправильно выбранным направлением получится отрицательным. Следует изменить направление этого тока в схеме и считать его в дальнейшем положительным. При наличии в схеме **n** узлов можно составить по первому закону Кирхгофа **n – 1** независимых уравнений. Остальные недостающие уравнения составим по второму закону Кирхгофа. Общее число уравнений равно числу ветвей схемы. Порядок решения задачи этим методом рассмотрим на конкретном числовом примере.

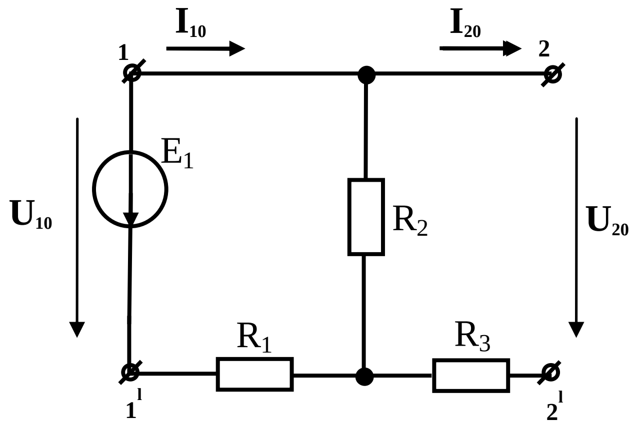


Рис. 23. Схема **Т** – образного четырехполюсника в режиме ХХ

2. Определим значения входных и выходных токов и напряжений в режиме ХХ:

$$I_{10} = \frac{E_{12}}{R_1 + R_2} = \frac{15}{3+3} = \frac{15}{6} = 2{,}5\ \text{А};$$

$$U_{10} = E_1 = I_{10} \cdot (R_1 + R_2) = 15\ \text{В};$$

$$I_{20} = 0$$

$$U_{20} = I_{10} \cdot R_2 = 2{,}5 \cdot 3 = 7{,}5\ \text{В};$$

3. Преобразуем исходную схему рис. 22 в режим короткого замыкания рис. 24:

Определить коэффициенты четырехполюсника, считая входными и выходными зажимами - зажимы к которым подключены участки цепи с эдс, и параметры **Т** - образной и **П** - образной эквивалентных схем замещения этого четырехполюсника.

Сложная электрическая цепь рис. 22 имеет следующие данные:

$E_1 = 15$ В, $E_2 = 20$ В, $R_{1,} = R_{2,} = R_{3,} = 3$ Ом.

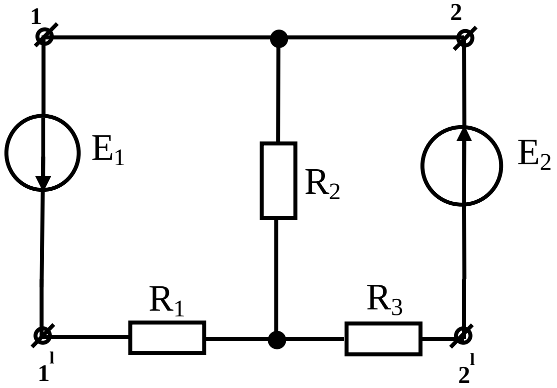


Рис. 22. Сложная электрическая цепь с **Т** – образным пассивным четырехполюсником

Решение:

1. Для расчёта такой цепи рассмотрим режим ХХ. Преобразуем исходную схему рис. 22 в режим холостого хода рис.23:

Сложная цепь рис.2 имеет следующие данные:

$E_5 = 20$ В, $E_2 = 10$ В, $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = 12$ Ом.

Решение:

1. Составим три уравнения по первому закону Кирхгофа

$$\begin{cases} 1\text{узел: } I_6 = I_4 - I_1 \\ 2\text{ узел: } I_4 = I_2 + I_5 \\ 3\text{ узел: } I_5 = I_6 + I_3 \end{cases}$$

2. Составим три уравнения по второму закону Кирхгофа для трех контуров (1-0-3-1, 1-2-0-1, 2-3-0-2):

$$\begin{aligned} &1\text{ контур: } 0 = I_6R_6 - I_1R_1 - I_3R_3 \\ &2\text{ контур: } E_2 = I_4R_4 + I_2R_2 + I_1R_1 \\ &3\text{ контур: } E_5 - E_2 = -I_2R_2 + I_5R_5 + I_3R_3 \end{aligned}$$

подставим числовые значения

$$\begin{cases} 0 = 12I_6 - 12I_1 - 12I_3 \\ 10 = 12I_4 + 12I_2 + 12I_1 \\ 10 = 12I_5 - 12I_2 + 12I_3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = I_6 - I_1 - I_3 \\ \frac{5}{6} = I_4 + I_2 + I_1 \\ \frac{5}{6} = I_5 - I_2 + I_3 \end{cases}$$

3. Составим и решим систему из 6-ти уравнений:

$$\begin{cases} 0 = I_6 - I_1 - I_3 \\ \frac{5}{6} = I_4 + I_2 + I_1 \\ \frac{5}{6} = I_5 - I_2 + I_3 \\ 0 = I_5 - I_3 - I_6 \\ 0 = I_6 + I_1 - I_4 \\ 0 = I_4 - I_2 - I_5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_6 = I_1 + I_3 \\ I_4 = \frac{5}{6} - I_1 - I_2 \\ I_5 = \frac{5}{6} + I_2 - I_3 \\ I_3 = I_5 - I_6 \\ I_1 = -I_6 + I_4 \\ I_2 = I_4 - I_5 \end{cases} \qquad (1)$$

Решим для начала последние 3 уравнения системы (1), подставив в них первые 3 уравнения :

$$\begin{cases} I_1 = I_4 - I_6 \\ I_2 = I_4 - I_5 \\ I_3 = I_5 - I_6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_1 = \frac{5}{6} - I_2 - I_1 - I_1 - I_3 \\ I_2 = \frac{5}{6} - I_2 - I_1 - \left(\frac{5}{6} + I_2 - I_3\right) \\ I_3 = \frac{5}{6} + I_2 - I_3 - I_1 - I_3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 3I_1 = \frac{5}{6} - I_3 - I_2 \\ 3I_2 = -I_1 + I_3 \\ 3I_3 = \frac{5}{6} + I_2 - I_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_2 = -I_3 + \frac{5}{6} - 3I_1 \\ I_3 = 3I_2 + I_1 \\ I_1 = I_2 + \frac{5}{6} - 3I_3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} I_2 = \frac{5}{6} - (3I_2 + I_1) - 3I_1 \\ I_3 = 3I_2 + I_1 \\ I_1 = \frac{5}{6} + I_2 - 3(3I_2 + I_1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_2 = \frac{5}{6} - 3I_2 - I_1 - 3I_1 \\ I_3 = 3I_2 + I_1 \\ I_1 = \frac{5}{6} + I_2 - 9I_2 - 3I_1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4I_2 = \frac{5}{6} - 4I_1 \\ I_3 = 3I_2 + I_1 \\ 4I_1 = \frac{5}{6} - 8I_2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} I_2 = \frac{5}{24} - I_1 \\ I_3 = 3I_2 + I_1 \\ 4I_1 = \frac{5}{6} - 8(\frac{5}{24} - I_1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_2 = \frac{5}{24} - I_1 \\ I_3 = 3I_2 + I_1 \\ 4I_1 = \frac{5}{6} - \frac{5}{3} - 8I_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_2 = \frac{5}{24} - I_1 \\ I_3 = 3I_2 + I_1 \\ -4I_1 = -\frac{5}{6} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} I_2 = \frac{5}{24} - \frac{5}{24} \\ I_3 = 3 \cdot 0 + \frac{5}{24} \\ I_1 = \frac{5}{24} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_2 = 0A \\ I_3 = \frac{5}{24}\ A. \\ I_1 = \frac{5}{24} A \end{cases}$$

Подставляя найденные токи I_1, I_2, I_3 в первые три уравнения системы (1), находим токи I_4, I_5, I_6:

$$\begin{cases} I_6 = \frac{5}{24} + \frac{5}{24} = \frac{10}{24} = 0{,}416A \\ -I_4 = -\frac{5}{6} - \frac{5}{24} = -\frac{20-5}{24} = -\frac{15}{24} = -0{,}625A \Leftrightarrow \\ -I_5 = -\frac{5}{6} - \frac{5}{24} = -\frac{15}{24} = -0{,}625A \end{cases}$$

коэффициенты **A** и **D** в формуле (1).

Если **A** = **D**, то при перемене местами источника и приемника токи на входе и выходе четырехполюсника не изменяются. В этом случае четырехполюсник называется симметричным.

Четырехполюсники бывают обратимыми и необратимыми. Четырехполюсники, для которых отношение напряжения на входе к току на выходе или отношение напряжения на выходе к току на входе, т.е. взаимные сопротивления входного и выходного контуров, не зависят от того, какие зажимы являются входными, а какие – выходными, называются обратимыми. Линейные пассивные четырехполюсники являются обратимыми.

В электрических цепях четырехполюсники часто используют в качестве передаточных звеньев между источником питания и нагрузкой. В этом случае предполагается, что изменяться могут нагрузка и напряжение на входе, но сама схема четырехполюсника и сопротивления ее элементов остаются неизменными.

Основной смысл теории четырехполюсника заключается в том, что используя некоторые обобщенные параметры, можно связать между собой напряжения и токи на входе и выходе четырехполюсника, т.е. находить токи и напряжения на его входе и выходе, не производя расчетов токов и напряжений в схеме самого четырехполюсника.

Теория четырехполюсников позволяет при анализе работы цепей сопоставлять и правильно оценивать передающие свойства различных электрических цепей, а также решать задачи синтеза, т.е. определять структуру и элементы четырехполюсников по заданным характеристикам.

XIII. Пример расчета коэффициентов и параметров Т - образного и П - образного четырехполюсника

$$C = \frac{1}{R_{23}} + \frac{1}{R_{13}} + \frac{R_{12}}{R_{13} \cdot R_{23}}; D = 1 + \frac{R_{12}}{R_{13}}.$$

XII. Свойства пассивных четырехполюсников

Параметры схем замещения и постоянные пассивного четырехполюсника связаны соответствующими формулами. Из них нетрудно найти сопротивления **Т** – образной и **П** – образной схем и таким путем перейти от любой заданной схемы пассивного четырехполюсника к одной из эквивалентных схем.

Параметры **Т** – образной схемы:

$$R_1 = \frac{A-1}{C}; R_2 = \frac{\mathbf{D-1}}{C}; R_3 = \frac{\mathbf{1}}{C}.$$

Параметры **П** – образной схемы:

$$R_{12} = B; R_{23} = \frac{B}{A-1}; R_{13} = \frac{B}{D-1}.$$

На основе тех же выражений можно доказать, что для любого пассивного четырехполюсника справедливо соотношение

$$AD – BC = 1.$$

Предположим, что в четырехполюснике поменяли местами входные и выходные зажимы, т.е. ветвь с источником подключили к зажимам **2-2'**, а ветвь с приемником – к зажимам **1-1'**.

В эквивалентной схеме замещения выполняется такая же перестановка, но можно источник и приемник оставить в прежних положениях, а поменять местами ветви с сопротивлениями $\mathbf{R_1}$ и $\mathbf{R_2}$ в **Т** – образной схеме и $\mathbf{R_{13}}$ и $\mathbf{R_{23}}$ в **П** – образной схеме. При такой замене меняются местами

$$\begin{cases} I_6 = 0{,}416\ A \\ I_4 = 0{,}625\ A \\ I_5 = 0{,}625\ A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_1 = 0{,}208A \\ I_2 = 0A \\ I_3 = 0{,}208A \\ I_4 = 0{,}625A \\ I_5 = 0{,}625A \\ I_6 = 0{,}416A \end{cases}$$

Ответ:

I_1=0,208A	I_4=0,625A
I_2=0A	I_5=0,625A
I_3=0,208A	I_6=0,416A

4. Баланс мощностей

При протекании токов по сопротивлениям в последних выделяется теплота. На основании закона сохранении энергии количество теплоты, выделяющееся в единицу времени в сопротивлениях схемы, должно равняться энергии, доставляемой за тоже время источником питания.

Правило:

1. ***Если направление тока I, протекающего через источник ЭДС Е, совпадает с направлением ЭДС, то источник ЭДС доставляет в цепь энергию в единицу времени (мощность), равную E·I, и произведение E·I входит в уравнение энергетического баланса с положительным знаком.***
2. ***Если же направление тока I, встречно направлению ЭДС Е, то источник ЭДС не поставляет энергию, а потребляет ее (например, заряжается аккумулятор), и произведение E·I войдет в уравнение энергетического баланса с отрицательным знаком.***

Все расчеты в электрических цепях проверяются балансом мощностей.

Уравнение энергетического баланса при питании только от источников эдс имеет вид

$$\sum(\mathbf{E \cdot I}) = \sum(\mathbf{I^2 \cdot R}).$$

Алгебраическая сумма мощностей источников цепи равна арифметической сумме мощностей потребляемой приемниками, т.е. общее выражение баланса мощностей имеет вид

$$\sum \mathbf{P_{ист.}} = \sum \mathbf{P_{пр.}}.$$

Когда схема питается не только от источников эдс, но и от источников тока, т.е. к отдельным узлам схемы подтекают и от них утекают токи источников тока, при составлении уравнения энергетического баланса необходимо учесть и энергию, доставляемую источниками тока. Допустим, что к узлу ***a*** схемы подтекает ток **J** от источника тока, а от узла ***b*** этот ток утекает. Доставляемая источником тока мощность равна $\mathbf{U_{ab} \cdot J}$. Напряжение $\mathbf{U_{ab}}$ и токи в ветвях схемы должны быть подсчитаны с учетом тока, подтекающего от источника тока. Общий вид уравнения энергетического баланса:

$$\sum(\mathbf{E \cdot I}) + \sum(\mathbf{U_{ab} \cdot J}) = \sum(\mathbf{I^2 \cdot R}).$$

Для проверки правильности расчета токов в ветвях составим уравнение баланса мощностей для схемы рис.2.

$P_{ист.} = E_2 I_2 + E_5 I_5$
$P_{ист.} = 10 \cdot 0 + 0{,}625 \cdot 20$
$P_{ист.} = 12{,}5$ Вт
$P_{пр.} = 12I_6^2 + 12I_1^2 + 12I_4^2 + 12I_2^2 + 12I_5^2 + 12I_3^2$
$P_{пр} = 12 \cdot 0{,}625^2 + 12 \cdot 0{,}208^2 + 12 \cdot 0{,}625^2 + 12 \cdot 0^2 + 12 \cdot 0{,}625^2 + 12 \cdot 0{,}208^2$
$P_{пр.} = 12{,}5$ Вт

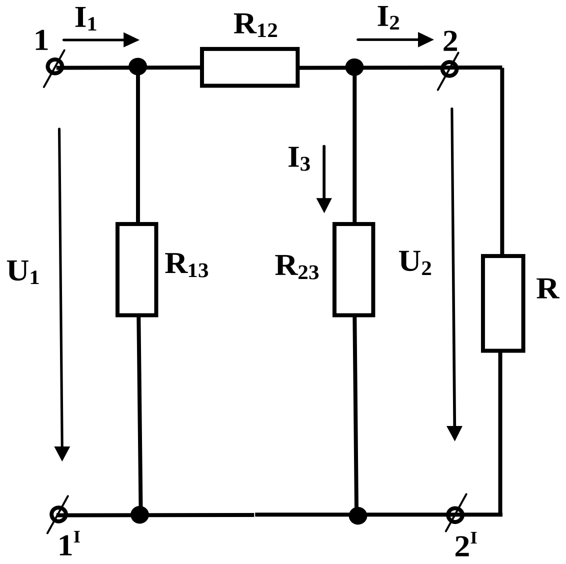


Рис.21. П – образная схема замещения четырехполюсника

Выразим входные величины напряжения и тока этой схемы:

$$U_1 = \left(I_2 + \frac{U_2}{R_{23}}\right) \cdot R_{12} + U_2\,,$$

$$U_1 = U_2 \cdot \left(1 + \frac{R_{12}}{R_{23}}\right) + I_2 \cdot R_{12},$$

$$I_1 = \frac{U_1}{R_{13}} + I_2 + \frac{U_2}{R_{23}} = \frac{U_2 \cdot \left(1 + \frac{R_{12}}{R_{23}}\right)}{R_{13}} + I_2 \cdot \frac{R_{12}}{R_{13}} + I_2 + \frac{U_2}{R_{23}}\,;$$

$$I_1 = U_2 \cdot \left(\frac{1}{R_{23}} + \frac{1}{R_{13}} + \frac{R_{12}}{R_{13} \cdot R_{23}}\right) + I_2 \cdot \left(1 + \frac{R_{12}}{R_{13}}\right).$$

Сопоставляя полученные уравнения напряжения и тока с уравнениями четырехполюсника, найдем выражения коэффициентов для **П** – образной схемы замещения пассивного четырехполюсника:

$$A = 1 + \frac{R_{12}}{R_{23}};\ B = R_{12};$$

$$I_1 = \frac{U_2}{R_3} + I_2 \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_3}\right).$$

Напряжение на входе:

$$U_1 = I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 + U_2.$$

Подставляя $\mathbf{I_1}$ из (7), получим:

$$U_1 = \left[\frac{U_2}{R_3} + I_2 \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_3}\right)\right] \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 + U_2,$$

$$U_1 = \frac{U_2 \cdot R_1}{R_3} + I_2 \cdot R_1 \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_3}\right) + I_2 \cdot R_2 + U_2,$$

$$U_1 = \frac{U_2 \cdot R_1}{R_3} + I_2 \cdot R_1 + \frac{I_2 \cdot R_1 \cdot R_2}{R_3} + I_2 \cdot R_2 + U_2,$$

$$U_1 = U_2 \cdot \left(1 + \frac{R_1}{R_3}\right) + I_2 \cdot \left(R_1 + \frac{R_2 \cdot R_1}{R_3} + R_2\right). \quad (8)$$

Сопоставляя полученные уравнения входных величин тока (7) и напряжения (8) с уравнениями четырехполюсника, найдем выражения коэффициентов Т – образной схемы замещения пассивного четырехполюсника:

$$A = 1 + \frac{R_1}{R_3};\; B = R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3};$$

$$C = \frac{1}{R_3};\; D = 1 + \frac{R_2}{R_3}.$$

П – образная схема замещения

В электрической схеме рис.20 звезду сопротивлений R_1, R_2, R_3 можно заменить эквивалентным треугольником сопротивлений R_{12}, R_{13}, R_{23}. После такой замены получим эквивалентную **П** - образную схему замещения пассивного четырехполюсника рис.21.

II. Метод контурных токов

При расчете методом контурных токов полагают, что в каждом независимом контуре схемы течет свой контурный ток. Уравнения составляют относительно контурных токов, после чего через них определяют токи ветвей.

Таким образом, метод контурных токов можно определить как метод расчета, в котором за искомые принимают контурные токи. Число неизвестных в этом методе равно числу уравнений, которые необходимо было бы составить для схемы по второму закону Кирхгофа.

Следовательно, метод контурных токов более экономен при вычислительной работе, чем метод на основе законов Кирхгофа (в нем меньшее число уравнений).

Для расчета электрической цепи, изображенной на рис.2 будем использовать метод контурных токов, который позволил сократить число уравнений с шести до трех.

Решение:

1. Составим три уравнения для контурных токов по второму закону Кирхгофа для трех контуров (1-0-3-1, 1-2-0-1, 2-3-0-2):

$$\begin{cases} 0 = I_1'(R_6 + R_1 + R_3) - I_3'R_3 - I_2'R_1 \\ E_2 = I_2'(R_4 + R_2 + R_1) - I_3'R_2 - I_1'R_1 \\ E_5 - E_2 = I_3'(R_5 + R_2 + R_3) - I_1'R_3 - I_2'R_2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 0 = 36I_1' - 12I_3' - 12I_2' \\ 10 = -12I_1' + 36I_2' - 12I_3' \\ 10 = -12I_1' - 12I_2' + 36I_3' \end{cases} \quad (2)$$

2. С помощью системы (2) и метода Крамера составим и решим матрицу:

$$A = \begin{pmatrix} 36 & -12 & -12 \\ -12 & 36 & -12 \\ -12 & -12 & 36 \end{pmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & 5/6 \\ -1 & -1 & 3 & 5/6 \end{array}\right)$$

3. Найдем главный определитель Δ и определители контурных токов $\Delta I_1'$, $\Delta I_2'$, $\Delta I_3'$ соответственно:

$$\Delta=3\cdot\begin{vmatrix}3 & -1\\ -1 & 3\end{vmatrix}+1\cdot\begin{vmatrix}-1 & -1\\ -1 & 3\end{vmatrix}-1\cdot\begin{vmatrix}-1 & 3\\ -1 & -1\end{vmatrix}=$$

$$=3\cdot(3\cdot3-(-1\cdot(-1)))+1\cdot(-1\cdot3-(-1\cdot(-1)))-1\cdot(-1\cdot(-1)-(3\cdot(-1)))=$$

$$=3\cdot(9-1)+1\cdot(-3-1)-1\cdot(1+3)=38+1\cdot(-4)-1\cdot4=24-4-4=16$$

$$\mathbf{\Delta I_1'}=\begin{pmatrix}0 & -1 & -1\\ 5/6 & 3 & -1\\ 5/6 & -1 & 3\end{pmatrix}=$$

$$=0\cdot\begin{vmatrix}3 & -1\\ -1 & 3\end{vmatrix}-1\cdot\begin{vmatrix}5/6 & -1\\ 5/6 & 3\end{vmatrix}+1\cdot\begin{vmatrix}5/6 & 3\\ 5/6 & -1\end{vmatrix}=$$

$$=0-1\cdot(15/6-(-1\cdot5/6))+1\cdot(5/6\cdot(-1)-3\cdot5/6)=-1(5/2+5/6)+$$

$$+1\cdot(-5/6-15/6)=-1\cdot(20/6)+1\cdot(-20/6)=-40/6=$$

$$=-20/3$$

$$\mathbf{\Delta I_2'}=\begin{pmatrix}3 & 0 & -1\\ -1 & 5/6 & -1\\ -1 & 5/6 & 3\end{pmatrix}=3\cdot\begin{vmatrix}5/6 & -1\\ 5/6 & 3\end{vmatrix}+0\cdot\begin{vmatrix}-1 & -1\\ -1 & 3\end{vmatrix}+$$

$$+1\cdot\begin{vmatrix}-1 & 5/6\\ -1 & 5/6\end{vmatrix}=$$

$$3\cdot(15/6+5/6)+1\cdot(-5/6+5/6)=3\cdot(20/6)+0=20/2=10.$$

$$\mathbf{\Delta I_3'}=\begin{pmatrix}3 & -1 & 0\\ -1 & 3 & 5/6\\ -1 & -1 & 5/6\end{pmatrix}=3\cdot\begin{vmatrix}3 & 5/6\\ -1 & 5/6\end{vmatrix}-1\cdot\begin{vmatrix}-1 & 5/6\\ -1 & 5/6\end{vmatrix}=$$

$$=3\cdot(15/6+5/6)-1\cdot(-5/6+5/6)=3\cdot(20/6)=10.$$

$$I_1'=\frac{\Delta I_1'}{\Delta}=-20/3:16=-5/12\text{А}$$

Как видно из этих уравнений, **A** и **D** – величины безразмерные; **B** имеет размерность сопротивления, а **C** – размерность проводимости.

XI. Схемы замещения пассивного четырехполюсника

Пассивный четырехполюсник, у которого сопротивления элементов постоянны, можно привести к одной из эквивалентных схем замещения с тремя ветвями, соединенными звездой или треугольником.

T – образная схема замещения

Три ветви пассивного четырехполюсника, соединенные звездой, образуют **T** – образную схему замещения (рис.20):

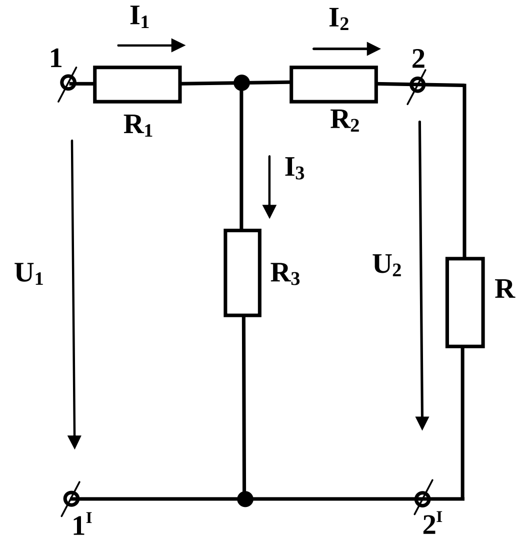


Рис.20. **T** – образная схема замещения четырехполюсника

Для этой схемы ток на входе:

$$I_1=I_2+I_3=I_2+\frac{U_2+I_2\cdot R_2}{R_3} \qquad (7)$$

1. Определим значения входных и выходных токов и напряжений в режиме ХХ:

$$I_{10} = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3 + r_0};$$

$$U_{10} = E;$$

$$I_{20} = 0;$$

$$U_{20} = I_{10} \cdot R_2.$$

2. Определим значения входных и выходных токов и напряжений в режиме КЗ.

$$I_{1k} = \frac{E}{R_{общ}};$$

где $R_{общ} = R_1 + r_0 + R_3 + \frac{R_2 \cdot (R_4 + R_6)}{R_2 + R_4 + R_6}$;

$$U_{1k} = E_1 - I_{1k} \cdot r_0;$$

$$I_{2k} = \frac{I_{1k} \cdot \frac{R_2(R_4 + R_6)}{R_2 + R_4 + R_6}}{R_4 + R_6};$$

$$U_{2k} = 0.$$

3. Определим постоянные четырёхполюсника при холостом ходе

$$A = \frac{U_{10}}{U_{20}};$$

$$C = \frac{I_{10}}{U_{20}},$$

при коротком замыкании

$$B = \frac{U_{1k}}{I_{2k}};$$

$$D = \frac{I_{1k}}{I_{2k}}.$$

$$I'_2 = \frac{\Delta I'_2}{\Delta} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}\,A$$

$$I'_3 = \frac{\Delta I'_3}{\Delta} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}\,A$$

$$\Delta I'_2 = \Delta I'_3 = \frac{5}{8}\,A$$

4. Подставив найденные значения контурных токов в уравнения для действительных токов, найдём токи в ветвях I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6.

Из исходной электрической цепи рис.2 видно, что отдельные ветви схемы одновременно входят в два смежных контура.

Действительный ток в такой ветви определяется наложением контурных токов соответствующих смежных контуров. Например, ветвь 0-1 с сопротивлением R_1 входит в смежные контуры I и II. Действительный ток в ней I_1 равен алгебраической сумме контурных токов контуров I и II:

$$I_1 = -I'_1 + I'_2.$$

Ток в сопротивлении R_6 одновременно является контурным током:

$$I_6 = I'_1.$$

Аналогично определяются все остальные токи:

$$\begin{cases} I_1 = -I'_1 + I'_2 \\ I_2 = I'_2 - I'_3 \\ I_3 = -I'_1 + I'_3 \\ I_4 = I'_2 \\ I_5 = I'_3 \\ I_6 = I'_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_1 = -\frac{5}{12} + \frac{5}{8} \\ I_2 = \frac{5}{8} - \frac{5}{8} \\ I_3 = -\frac{5}{12} + \frac{5}{8} \\ I_4 = \frac{5}{8} \\ I_5 = \frac{5}{8} \\ I_6 = \frac{5}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_1 = \frac{5}{24} \\ I_2 = 0 \\ I_3 = \frac{5}{24} \\ I_4 = \frac{5}{8} \\ I_5 = \frac{5}{8} \\ I_6 = \frac{5}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_1 = 0{,}208\ A \\ I_2 = 0\ A \\ I_3 = 0{,}208\ A \\ I_4 = 0{,}625\ A \\ I_5 = 0{,}625\ A \\ I_6 = 0{,}416\ A \end{cases}$$

Ответ:

$$I_1 = 0{,}208 \text{ А}, \qquad I_4 = 0{,}625 \text{ А},$$

$$I_2 = 0 \text{ А}, \qquad I_5 = 0{,}625 \text{ А},$$

$$I_3 = 0{,}208 \text{ А}, \qquad I_6 = 0{,}416 \text{ А}.$$

III. Метод узловых потенциалов

Ток в любой ветви схемы можно найти по закону Ома для участка цепи, содержащего эдс. Для того чтобы можно было применить закон Ома, необходимо знать потенциалы узлов схемы. Метод расчета электрических цепей, в котором за неизвестные принимают потенциалы узлов схемы, называют методом узловых потенциалов.

Допустим, что в схеме **n** узлов. Так как любая (одна) точка схемы может быть заземлена без изменения токораспределения в ней, один из узлов схемы можно мысленно заземлить, т.е. принять потенциал его равным нулю. При этом число неизвестных уменьшается с **n** до **n – 1**.

Число неизвестных в методе узловых потенциалов равно числу уравнений, которые необходимо составить для схемы по первому закону Кирхгофа. В том случае, когда число узлов без единицы меньше числа независимых контуров в схеме, данный метод является более экономичным, чем метод контурных токов. Обратимся к исходной схеме рис.2, которая имеет пять ветвей и сравнительно небольшое число узлов (4). Если узел (0) мысленно заземлить, т.е. принять $\varphi_4 = 0$, то необходимо определить потенциалы $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$, только трех узлов.

На рис.3, (а, б,) показаны участки некоторых цепей, по которым протекает ток I. Найдем разность потенциалов (напряжение) между точками ***a*** и ***c*** для этих участков. По определению,

$$U_{ac} = \varphi_a - \varphi_c.$$

являются U_1, I_1, то уравнения, связывающие их, должны предусматривать возможность нахождения двух из них, когда два других известны. Число сочетаний из четырех по два равно шести, т.е. существуют шесть видов (форм) записи уравнений. Основной формой записи является А – форма:

$$\begin{cases} U_1 = A \cdot U_2 + B \cdot I_2 \\ I_1 = C \cdot U_2 + D \cdot I_2 \end{cases} \qquad (6),$$

где U_1, I_1, U_2, I_2 –напряжения и токи на входе и выходе четырёхполюсника;
A, B, C, D – постоянные четырёхполюсника, зависящие от конфигурации схемы и величин, входящих в неё сопротивлений.

Задача исследования режима ветви на выходе четырёхполюсника в связи с режимом на входе сводится на первом этапе к определению постоянных четырёхполюсника.

Их определяют расчётным путём или измерением. Для расчёта рассмотрим режимы холостого хода (ХХ) и короткого замыкания (КЗ) на выходных зажимах, а для измерения - поставим соответствующие опыты. Исследуем схему четырехполюсника (рис.18) в режиме ХХ (рис.19,а) и в режиме КЗ (рис.19,б).

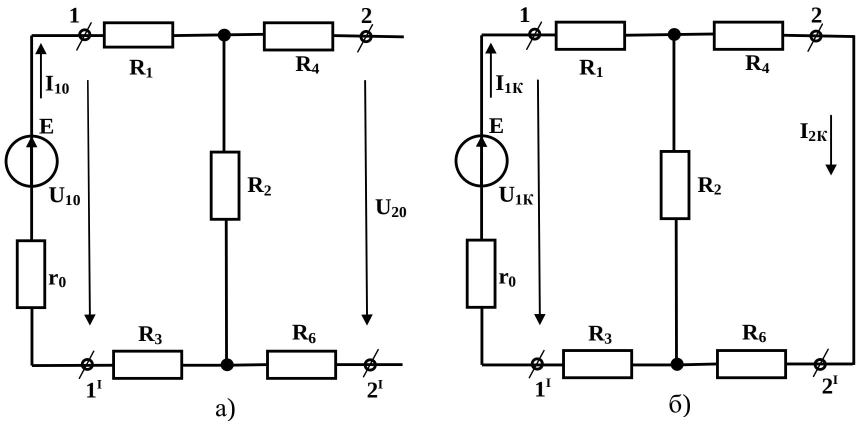


Рис.19. Схемы четырехполюсника в различных режимах:
а) режим ХХ; б) режим КЗ.

содержит источник энергии, а другая – приемник.

Подобная схема показана на рис.18, где к точкам **$1\text{-}1^{l}$** присоединена ветвь с источником энергии эдс **E**, а к точкам **$2\text{-}2^{l}$** – ветвь с приемником энергии (сопротивление **R_5**).
Часть схемы электрической цепи между двумя парами точек, к которым присоединены две ветви, называется четырехполюсником.

Зажимы, к которым присоединяется участок цепи с источником энергии, называются входными, а зажимы, к которым присоединяется приемник, - выходными.

Четырехполюсник, который состоит только из пассивных элементов, называется пассивным. На схеме рис.18, такой четырехполюсник заключен внутри прямоугольника **П**.

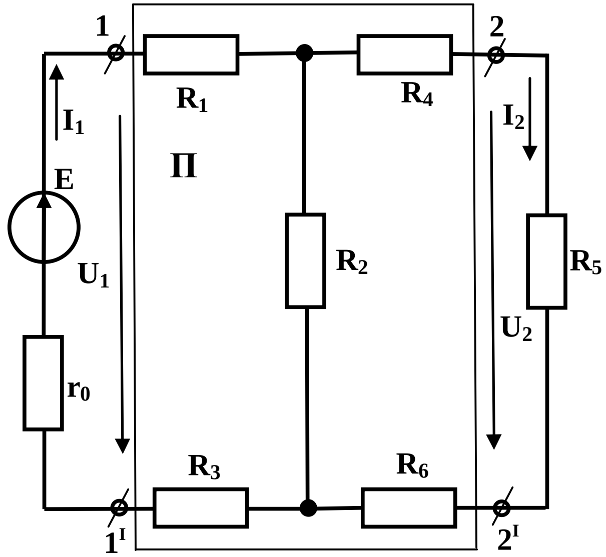


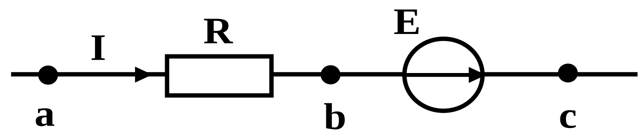
Рис.18. Схема пассивного четырехполюсника

Если в схему четырехполюсника входит хотя бы одна ветвь с эдс , то четырехполюсник называется активным.

Напряжения и токи ветвей, включенных к входным и выходным зажимам четырёхполюсника, связаны между собой линейными соотношениями, если вся электрическая цепь состоит из линейных элементов. Так как переменными

Выразим потенциал точки ***a*** через потенциал точки ***c***. При перемещении от точки ***c*** к точке ***b*** встречно направлению эдс (рис. 3, а) потенциал точки ***b*** оказывается ниже (меньше), чем потенциал точки ***c***, на значение эдс:

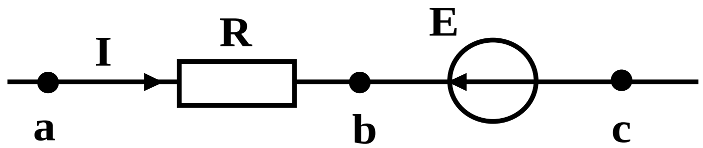
$$\varphi_b = \varphi_c - E.$$



а)

При перемещении от точки ***c*** к точке ***b*** согласно направлению эдс (рис. 3, б) потенциал точки ***b*** оказывается выше (больше), чем потенциал точки ***c***, на значение эдс:

$$\varphi_b = \varphi_c + E.$$



б)

Рис.3. (а, б,) участки электрических цепей, содержащих сопротивление и эдс.

Так как по участку цепи без источника эдс ток течет от более высокого потенциала к более низкому, в обоих схемах рис.3 потенциал точки ***a*** выше потенциала точки ***b*** на значение падения напряжения на сопротивлении R:

$$\varphi_a = \varphi_b + I \cdot R.$$

Таким образом, для рис.3, а)

$$\varphi_a = \varphi_c - E + I \cdot R,$$

$$\mathbf{U_{ac} = \varphi_a - \varphi_c = I \cdot R - E,}$$

для рис.3, б)

$$\mathbf{\varphi_a = \varphi_c + E + I \cdot R,}$$

или

$$\mathbf{U_{ac} = \varphi_a - \varphi_c = I \cdot R + E.}$$

Положительное направление напряжения $\mathbf{U_{ac}}$ показывают стрелкой от ***a*** к ***c***.

Согласно определению, $\mathbf{U_{ca} = \varphi_c - \varphi_a}$, поэтому $\mathbf{U_{ca} = - U_{ac}}$, т.е. изменение чередования (последовательности) индексов равносильно изменению знака этого напряжения. Следовательно, напряжение может быть и положительной, и отрицательной величиной.

Для расчета электрической цепи, изображенной на рис.2 будем использовать метод узловых потенциалов, который позволил сократить число уравнений с шести до трех.

Решение:

1. Составим три уравнения по первому закону Кирхгофа:

$$\begin{cases} \text{1узел: } I_6 = I_4 - I_1 \\ \text{2 узел: } I_4 = I_2 + I_5 \\ \text{3 узел: } I_5 = I_6 + I_3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_6 - I_4 + I_1 = 0 \\ I_4 - I_2 - I_5 = 0 \\ I_5 - I_6 - I_3 = 0 \end{cases} \qquad (3)$$

2. Составим уравнения для разности потенциалов в каждой ветви и выразим из них неизвестные токи:

$$\begin{cases} \varphi_3 - \varphi_1 = I_6 R_6 \\ \varphi_0 - \varphi_1 = I_1 R_1 \\ \varphi_1 - \varphi_2 = I_4 R_4 \\ \varphi_2 - \varphi_0 + E_2 = I_2 R_2 \\ \varphi_3 - \varphi_0 = I_3 R_3 \\ \varphi_2 - \varphi_3 + E_5 = I_5 R_5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_6 = (\varphi_3 - \varphi_1)g \\ I_1 = -\varphi_1 g \\ I_4 = (\varphi_1 - \varphi_2)g \\ I_2 = (\varphi_2 + E_2)g \\ I_3 = \varphi_3 g \\ I_5 = (\varphi_2 - \varphi_3 + E_5)g \end{cases} \qquad (4),$$

В данном примере контур обходится по направлению тока. Поэтому на всех сопротивлениях потенциал снижается. В пятом источнике потенциал возрастает на величину эдс $\mathbf{E_5}$, а во втором – уменьшается на величину эдс $\mathbf{E_2}$. Потенциальная диаграмма для всех сопротивлений имеет вид наклонной прямой, а для источника эдс – вид вертикальной прямой.

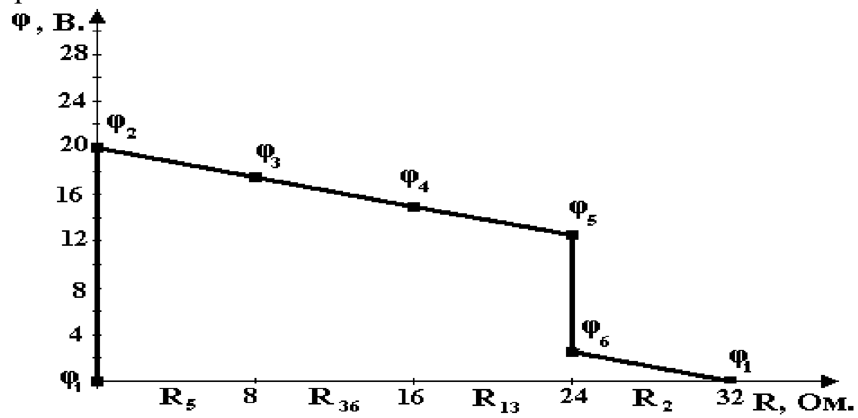


Рис.17. Потенциальная диаграмма электрической цепи Рис.16

X. Определение коэффициентов четырехполюсника и параметров Т - образной и П - образной схем замещения

Метод активного двухполюсника значительно упрощает исследования режима одной ветви электрической цепи при изменении сопротивления этой же ветви. Если ставится задача исследовать изменение режима одной ветви при изменении электрических характеристик в другой ветви, применяется метод четырехполюсника.

Например, при исследовании линий передач, трансформаторов, асинхронных двигателей, усилителей, преобразователей и других устройств.

Каждая из двух любых ветвей электрической цепи, которые предполагается рассмотреть во взаимосвязи, присоединены к остальной части цепи в двух точках (полюсах).

На практике чаще всего приходится иметь дело со схемами, в которых одна из интересующих нас ветвей

Построим потенциальную диаграмму для контура с двумя эдс.

В схеме рис.16 источник эдс $\mathbf{E_5}$ действует по часовой стрелке, а источник эдс $\mathbf{E_2}$ − против часовой стрелки.

Но так как $\mathbf{E_5} > \mathbf{E_2}$, то ток $\mathbf{I_5}$ будет совпадать по направлению с источником эдс $\mathbf{E_5}$.

Для отдельного контура с двумя источниками эдс ток равен:

$$\mathbf{I = I_5 = I_2}.$$

1. Определим величину тока **I** для контура с двумя источниками эдс.

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{E_5 - E_2}}{\mathbf{R_{5,36} + R_{2,13}}} = \mathbf{0{,}3125\ A.}$$

2. Заземлим точку **1**, определим потенциалы всех точек электрической цепи:

$\varphi_1 - \varphi_2 + E_5 = 0$; $\varphi_2 = \varphi_1 + E_5 = 0+20=20$ В;
$\varphi_2 - \varphi_3 = I\cdot R_5$; $\varphi_3 = \varphi_2 - I\cdot R_5 = 20 - 2{,}5 = 17{,}5$ В;
$\varphi_3 - \varphi_4 = I\cdot R_{36}$; $\varphi_4 = \varphi_3 - I\cdot R_{36} = 17{,}5 - 2{,}5 = 15{,}0$ В;
$\varphi_4 - \varphi_5 = I\cdot R_{13}$; $\varphi_5 = \varphi_4 - I\cdot R_{13} = 15{,}0 - 2{,}5 = 12{,}5$ В;
$\varphi_5 - \varphi_6 - E_2 = 0$; $\varphi_6 = \varphi_5 - E_2 = 12{,}5 - 10 = 2{,}5$ В;
$\varphi_6 - \varphi_1 = I\cdot R_2$; $\varphi_1 = \varphi_6 - I\cdot R_2 = 2{,}5 - 2{,}5 = 0$ В.

1. Построение потенциальной диаграммы

Значения потенциалов можно изобразить графически на так называемой потенциальной диаграмме.

Для построения потенциальной диаграммы по оси абсцисс в масштабе откладывают сопротивления участков в последовательности их обхода, а по оси ординат – значения полученных потенциалов.

При обходе контура по часовой стрелке от заземленной точки **1** проходим сопротивления: R_5, R_{36}, R_{13}, R_2. В этом порядке сопротивления откладываются по оси абсцисс. Выше оси абсцисс откладываются положительные потенциалы, а ниже отрицательные.

где $g = \frac{1}{R}$, а $R = R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6$.

3. Подставляем в систему (3) значения найденных токов и решим систему уравнений из трех неизвестных:

$$\begin{cases} \varphi_3 - \varphi_1 = \varphi_1 - \varphi_2 + \varphi_1 \\ \varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_2 + E_2 + \varphi_2 - \varphi_3 + E_5 \\ \varphi_2 - \varphi_3 + E_5 = \varphi_3 + \varphi_3 - \varphi_1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 3\varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_3 = 0 \\ \varphi_1 - 3\varphi_2 + \varphi_3 = 30 \\ \varphi_1 + \varphi_2 - 3\varphi_3 = -20 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \varphi_2 = 3\varphi_1 - \varphi_3 \\ \varphi_1 - 3(3\varphi_1 - \varphi_3) + \varphi_3 = 30 \\ \varphi_1 + 3\varphi_1 - \varphi_3 - 3\varphi_3 = -20 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \varphi_2 = 3\varphi_1 - \varphi_3 \\ \varphi_1 - 9\varphi_1 + 3\varphi_3 + \varphi_3 = 30 \\ 4\varphi_1 - 4\varphi_3 = -20 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \varphi_2 = 3\varphi_1 - \varphi_3 \\ 4\varphi_3 = 8\varphi_1 + 30 \\ 4\varphi_1 - 4\varphi_3 = -20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \varphi_2 = 3\varphi_1 - \varphi_3 \\ \varphi_3 = 2\varphi_1 + 7{,}5 \\ 4\varphi_1 - 4(2\varphi_1 + 7{,}5) = -20 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \varphi_2 = 3\varphi_1 - \varphi_3 \\ \varphi_3 = 2\varphi_1 + 7{,}5 \\ 4\varphi_1 - 8\varphi_1 - 30 = -20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \varphi_2 = 3\varphi_1 - \varphi_3 \\ \varphi_3 = 2\varphi_1 + 7{,}5 \\ 4\varphi_1 = -10 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \varphi_2 = 3\varphi_1 - \varphi_3 \\ \varphi_3 = 2\varphi_1 + 7{,}5 \\ \varphi_1 = -2{,}5 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \varphi_2 = 3(-2{,}5) - \varphi_3 \\ \varphi_3 = 2(-2{,}5) + 7{,}5 \\ \varphi_1 = -2{,}5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \varphi_2 = -7{,}5 - 2{,}5 \\ \varphi_3 = 2{,}5 \\ \varphi_1 = -2{,}5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \varphi_2 = -10\ \text{В} \\ \varphi_3 = 2{,}5\ \text{В} \\ \varphi_1 = -2{,}5\ \text{В} \end{cases}$$

Подставив в систему уравнений (4), все найденные значения потенциалов, находим значения токов:

$$I_1 = \frac{-\varphi_1}{12} = 0{,}208А$$

$$I_2 = \frac{\varphi_2 + E_2}{12} = 0А$$

$$I_3 = -\frac{-\varphi_3}{12} = 0{,}208А$$

$$I_4 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{12} = 0{,}625А$$

$$I_5 = \frac{\varphi_2 - \varphi_3 + E_5}{12} = 0{,}625А$$

$$I_6 = \frac{\varphi_3 - \varphi_1}{12} = 0{,}416А$$

Ответ:

$I_1 = 0{,}208А$ $\quad$ $I_4 = 0{,}625А$

$I_2 = 0А$ $\quad$ $I_5 = 0{,}625А$

$I_3 = 0{,}208А$ $\quad$ $I_6 = 0{,}416А$

IV. Метод преобразования звезды в треугольник и треугольника в звезду

Сложные цепи могут состоять из контура, образованного тремя сопротивлениями и имеющего три узловые точки 1, 2, 3. Такое соединение сопротивлений называют треугольником (рис.4, а).

Кроме того, бывает соединение из трех сопротивлений, имеющих, один общий узел. Такое соединение сопротивлений называют звездой (рис.4, б)

Э.Д.С. источника электрической энергии $\mathbf{E = \varphi_A - \varphi_B}$.
Значит, $\mathbf{\varphi_A = \varphi_B + E}$. Из этого следует, что при переходе через источник электрической энергии от отрицательного к положительному полюсу происходит увеличение потенциала на величину эдс источника. Наоборот, при переходе от положительного к отрицательному полюсу происходит уменьшение потенциала на величину эдс источника электрической энергии.

2. Расчет потенциалов

Неразветвленная электрическая цепь может содержать несколько эдс и сопротивлений. Для определения тока в этом случае нужно алгебраическую сумму всех эдс разделить на сумму всех сопротивлений:

$$\mathbf{I = \frac{\Sigma E}{\Sigma R}.}$$

Пример: Пусть сложная электрическая цепь Рис.16 имеет следующие данные:

E_5 = 20 В, E_2 = 10 В, R_2= R_{13} = R_5= R_{36} = R_4= R_{16} = 8 Ом.

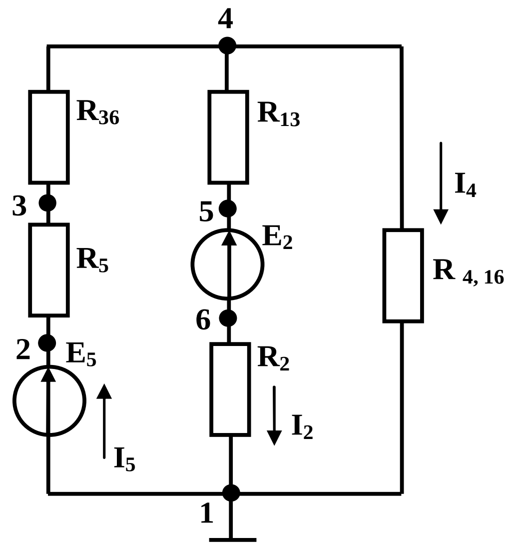


Рис.16. Сложная электрическая цепь.

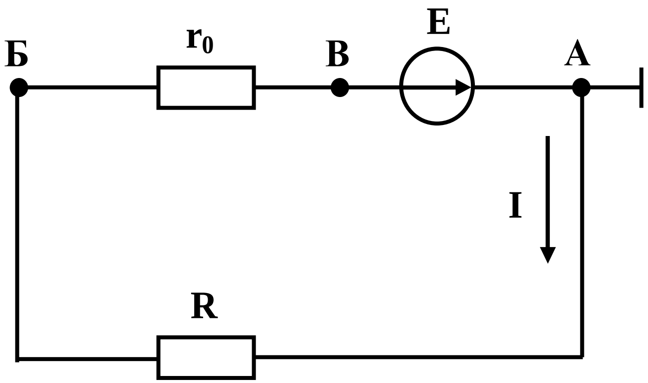


Рис.15. Неразветвленная электрическая цепь

В образовавшейся замкнутой электрической цепи возникает ток

$$\mathbf{I = E/r_0 + R}. \qquad (5)$$

Величина этого тока не изменится, если одну из точек (например, точку **А**) электрической цепи соединить с землей (заземлить).

Действительно, при заземлении точки **А** все величины, входящие в формулу (5), останутся прежними. Так как потенциал земли равен нулю, то $\varphi_А = 0$.

Определим $\varphi_Б$ - потенциал точки **Б**.

Ток **I** проходит от точки **А** к точке **Б**. Ток в сопротивлении всегда направлен от точки с более высоким потенциалом к точке с меньшим потенциалом, следовательно, потенциал точки **Б** меньше потенциала точки **А** ($\varphi_Б < \varphi_А$). Известно, что разность потенциалов двух точек, разделенных сопротивлением, равна падению напряжения на этом сопротивлении, т.е. $\varphi_А - \varphi_Б = I \cdot R$.

Отсюда потенциал точки **Б** равен $\varphi_Б = \varphi_А - I \cdot R$.

Значит, при переходе через сопротивление **R** по направлению тока **I** происходит уменьшение потенциала на величину $I \cdot R$.

На внутреннем сопротивлении источника Э.Д.С. рис.15 снижается потенциал также в направлении тока, т.е.

$$\varphi_В = \varphi_Б - I \cdot r_0.$$

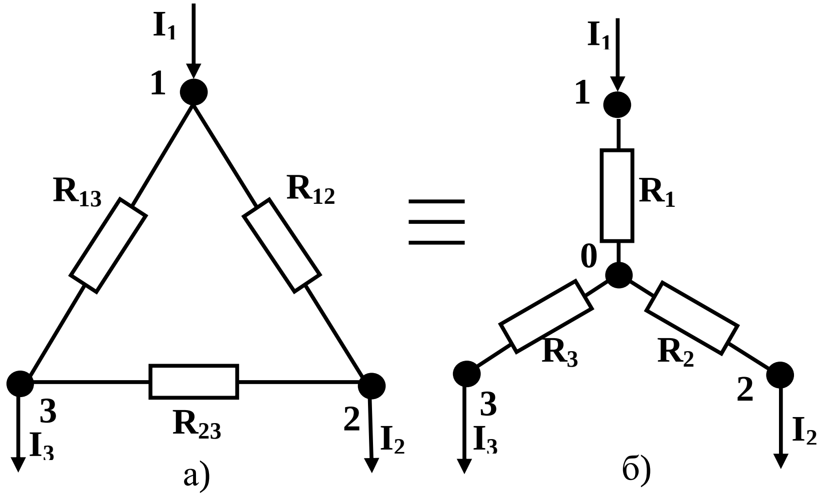


Рис.4. Схемы соединения резисторов треугольником (а) и звездой(б)

Расчет цепи может быть упрощен, если соединение треугольником преобразовать в звезду или наоборот. Такое преобразование можно производить лишь в том случае, когда обе схемы равнозначны (эквивалентны).

Эквивалентными можно считать схемы, у которых потенциалы узлов и токи, подходящие к узлам, постоянны, а следовательно, постоянны полные сопротивления между соответствующими узлами.

В узлах 1, 2, 3, (потенциалы их φ_1, φ_2 и φ_3) треугольник и звезда соединяются с остальной частью схемы (не показанной на рисунке).

Обозначим токи, подтекающие к узлам 1, 2, 3, через I_1, I_2 и I_3.

Значения сопротивлений R_1, R_2, R_3, эквивалентной звезды находятся по формулам.

$$\mathbf{R_1 = R_{12} \cdot R_{13} / \sum R};$$

$$\mathbf{R_2 = R_{12} \cdot R_{23} / \sum R};$$

$$\mathbf{R_3 = R_{23} \cdot R_{13} / \sum R},$$

где $\sum \mathbf{R} = \mathbf{R_{12}} + \mathbf{R_{23}} + \mathbf{R_{13}}$

Иногда может возникнуть обратная задача – преобразования звезды резисторов в эквивалентный треугольник резисторов. В этом случае используются формулы:

$$\mathbf{R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3}};$$

$$\mathbf{R_{13} = R_1 + R_3 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2}};$$

$$\mathbf{R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1}}.$$

Для запоминания этих формул можно предложить следующее правило:

сопротивление ветви эквивалентной звезды, связанное с узлом 1, равно произведению двух сопротивлений треугольника, которые присоединены к этому узлу, деленному на сумму всех сопротивлений треугольника.

Из полученных выражений нетрудно вывести мнемоническое правило для запоминания формул перехода.

Наглядно выражается связь между эквивалентными схемами, если сопротивления звезды равны между собой (что практически бывает часто), т.е. $\mathbf{R_1} = \mathbf{R_2} = \mathbf{R_3} = \mathbf{R}$.

Тогда $\mathbf{R_{12} = R + R + \frac{R \cdot R}{R} = 3R}$.

Аналогично можно записать и остальные равенства.

Таким образом,

$$\mathbf{R_\Delta = 3R_Y};$$

$$\mathbf{R_Y = R_\Delta / 3}.$$

Следовательно, сопротивление ветви симметричного треугольника в три раза больше сопротивления симметричной звезды и наоборот.

Для расчета электрической цепи, изображенной на рис.5 будем использовать метод преобразования исходной схемы треугольника в эквивалентную звезду.

$P_{ист.} = E_5 I_5 - E_2 I_2 = 0{,}625 \cdot 20 - 10 \cdot 0 = 12{,}5$ Вт;

$P_{ист.} = 12{,}5$ Вт;

$P_{пр.} = I_5^2 \cdot R_{5,36} + I_2^2 \cdot R_{2,13} + I_4^2 \cdot R_{4,16} = 12{,}5$ Вт;

$P_{пр} = 16 \cdot 0{,}625^2 + 16 \cdot 0^2 + 16 \cdot 0{,}625^2 = 12{,}5$ Вт;

$P_{пр.} = 12{,}5$ Вт.

IX. Потенциальная диаграмма неразветвленной электрической цепи

В целях упрощения исследования электрических цепей и анализа режимов их работы строят потенциальную диаграмму данной цепи.

Потенциальной диаграммой называют графическое изображение распределения потенциалов в электрической цепи в зависимости от сопротивления ее элементов, т.е. **φ (R)**.

1. Правила определения потенциала в электрической цепи.

Источник электрической энергии развивает эдс **E** и обладает внутренним сопротивлением r_0. В расчетных схемах цепей можно изображать реальный источник электроэнергии эквивалентной схемой с последовательным соединением эдс **E** и внутренним сопротивлением $\mathbf{r_0}$ (если сопротивление внешней цепи **R** значительно больше $\mathbf{r_0}$). Такой источник электроэнергии принято называть источником эдс. Внешнее сопротивление **R** подключается к зажимам источника, которые на рис.15 обозначены буквами **А** и **Б**.

или в общем виде $\qquad \mathbf{U_{42}} = \frac{\Sigma \mathbf{E} \cdot \mathbf{g}}{\Sigma \mathbf{g}}$.

Таким образом, узловое напряжение равно алгебраической сумме произведений эдс на проводимости соответствующей ветви, деленной на сумму проводимостей всех ветвей.

Если какая либо эдс направлена к узлу **2**, то в приведенных формулах она подставляется со знаком минус.

Порядок решения задачи этим методом рассмотрим на конкретном числовом примере.

Сложная цепь рис.13 имеет следующие данные:

E_5 = 20 В, E_2 = 10 В, $R_{2,13} = R_{5,36} = R_{4,16}$ = 16 Ом.

Решение:

1. Определим проводимости ветвей:

$$g_{2,13} = g_{5,36} = g_{4,16} = 1/R_{2,13} =$$

$$= 1/R_{5,36} = 1/R_{4,16} = 0{,}0625 \text{ См}.$$

2. Определим узловое напряжение сложной цепи:

$$\mathbf{U_{4,2}} = \frac{\Sigma \mathbf{E} \cdot \mathbf{g}}{\Sigma \mathbf{g}} = \frac{\mathbf{E_5} \cdot \mathbf{g_{5,36}} + \mathbf{E_2} \cdot \mathbf{g_{2,13}}}{\mathbf{g_{2,13}} + \mathbf{g_{4,2}} + \mathbf{g_{5,36}}} = 10 \text{ В}.$$

3. Найдем токи в отдельных участках цепи:

$$\mathbf{I_5} = (\mathbf{E_5} - \mathbf{U_{42}}) \cdot \mathbf{g_{5,36}} = \mathbf{0{,}625\ А};$$

$$\mathbf{I_2} = (\mathbf{U_{42}} - \mathbf{E_2}) \cdot \mathbf{g_{2,13}} = \mathbf{0\ А};$$

$$\mathbf{I_4} = \mathbf{U_{42}} \cdot \mathbf{g_{4,2}} = \mathbf{0{,}625\ А};$$

4. Для проверки правильности расчета токов в ветвях составим уравнение баланса мощностей для схемы рис.13.

Решение:

1. Преобразуем треугольник сопротивлений 1,0,3 в эквивалентную звезду.

Значения сопротивлений R_{16}, R_{13}, R_{36}, эквивалентной звезды находятся по формулам.

$$\mathbf{R_{16}} = \mathbf{R_1} \cdot \mathbf{R_6} / \sum \mathbf{R} = 4 \text{ Ом};$$

$$\mathbf{R_{13}} = \mathbf{R_1} \cdot \mathbf{R_3} / \sum \mathbf{R} = 4 \text{ Ом};$$

$$\mathbf{R_{36}} = \mathbf{R_3} \cdot \mathbf{R_6} / \sum \mathbf{R} = 4 \text{ Ом}.$$

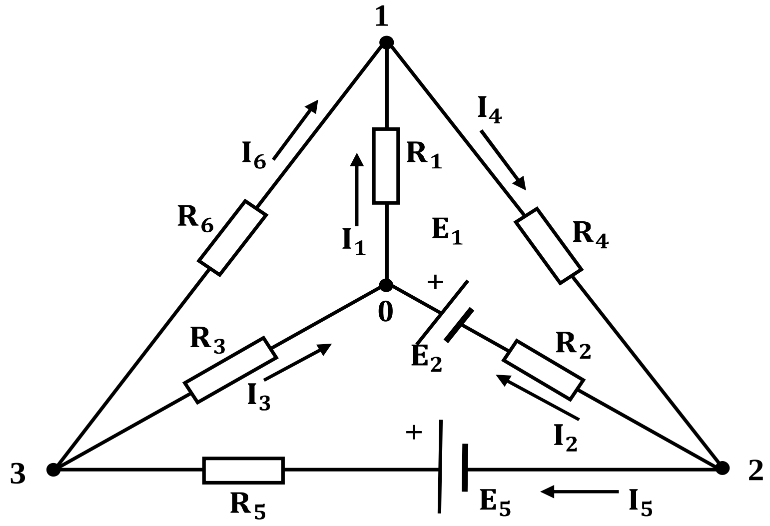


Рис.5. Линейная электрическая цепь постоянного тока

2. Рассчитанную эквивалентную звезду вставим в исходную схему рис.5 так, чтобы узлы треугольника сопротивлений 1,0,3 совпали с эквивалентной звездой. При этом получим преобразованную электрическую схему рис.6.

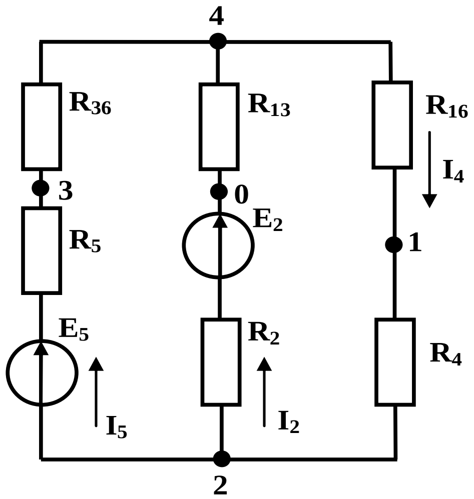


Рис.6. Преобразованная линейная электрическая цепь постоянного тока

3. Преобразованную электрическую цепь рассчитаем методом наложения действий эдс.

V. Метод наложения действий эдс.

В некоторых случаях расчет цепей можно осуществить относительно просто, используя принцип наложения. Этот принцип используется только к линейным системам, а в данном случае – для расчета линейных электрических цепей.

Сущность метода

Рассмотрим для примера электрическую цепь, представленную на рис.6. В любой ветви схемы ток можно определить как результат наложения частных токов, получающихся в этой ветви от каждой эдс в отдельности.
Для определения частных токов на основании исходной схемы составляются частные схемы (рис.7, а, б), в каждой из которых действует одна эдс, а точки цепи, между которыми включены все прочие эдс, соединяются между собой накоротко, но оставляя в схеме внутренние сопротивления

где $\mathbf{g_{5,36} = 1/R_5 + R_{36}}$ **-** проводимость первой ветви.

Аналогично определяем ток $\mathbf{I_2}$ во втором элементе цепи. Так как из условия задачи эдс $\mathbf{E_2}$ работает в режиме приемника, то оно меньше узлового напряжения $\mathbf{U_{42}}$, и на сопротивлении $\mathbf{R_{2,13}}$ также происходит падение напряжения

$$\mathbf{U_{42} = E_2 + U_{2,13}}, \text{ или}$$

$$\mathbf{U_{2,13} = U_{42} - E_2 = I_2 \cdot (R_2 + R_{13})};$$

Следовательно, ток $\mathbf{I_2}$ во втором элементе цепи равен:

$$\mathbf{I_2 = (U_{42} - E_2)/R_2 + R_{13} = (U_{42} - E_2) \cdot g_{2,13}}.$$

Определим ток $\mathbf{I_4}$ в приемнике энергии $\mathbf{R_{4,1}}$ в третьем элементе цепи:

$$\mathbf{I_4 = U_{42} / R_{4,1} = U_{42} \cdot g_{4,2}}.$$

Запишем для узла **4** уравнение по первому закону Кирхгофа.

$$\mathbf{I_5 = I_2 + I_4}.$$

Подставив в это уравнение найденные выражения для токов, получим

$$\mathbf{(E_5 - U_{42}) \cdot g_{5,36} = (U_{42} - E_2) \cdot g_{2,13} + U_{42} \cdot g_{4,2}}$$

Раскрыв скобки, определим узловое напряжение :

$$\mathbf{E_5 \cdot g_{5,36} - U_{42} \cdot g_{5,36} = U_{42} \cdot g_{2,13} - E_2 \cdot g_{2,13} + U_{42} \cdot g_{4,2}},$$

или

$$\mathbf{E_5 \cdot g_{5,36} + E_2 \cdot g_{2,13} = U_{42} \cdot g_{2,13} + U_{42} \cdot g_{4,2} + U_{42} \cdot g_{5,36}}, \text{ а}$$

$$\mathbf{U_{42} = \frac{E_5 \cdot g_{5,36} + E_2 \cdot g_{2,13}}{g_{2,13} + g_{4,2} + g_{5,36}}}$$

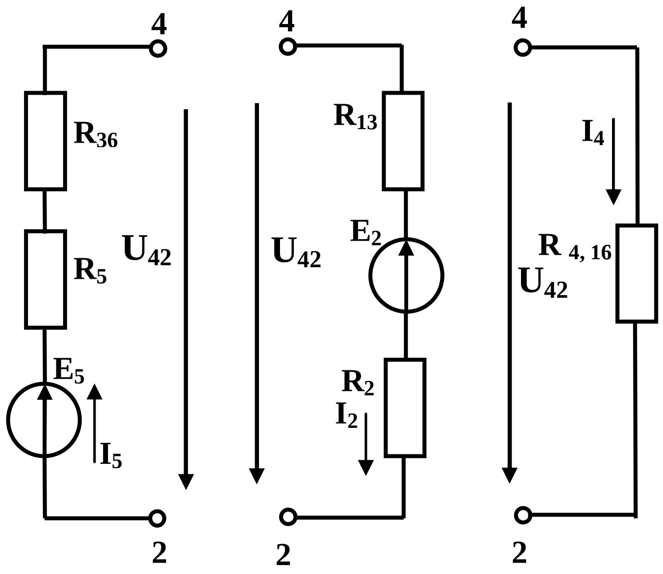


Рис.14. Сложная электрическая цепь состоящая из отдельных элементов.

Правило:

1. ***Если ЭДС источника имеет одинаковое направление с током, то такой источник работает “в режиме генератора”. Напряжение на зажимах такого источника меньше ЭДС.***
2. ***Если ЭДС источника направлена противоположно току, то источник работает “в режиме потребителя”, напряжение на его зажимах больше ЭДС.***

Для каждого элемента цепи можно записать уравнение. Так как эдс $\mathbf{E_5}$ больше узлового напряжения $\mathbf{U_{42}}$, то на сопротивлении $\mathbf{R_{5,36}}$ возникает падение напряжения:

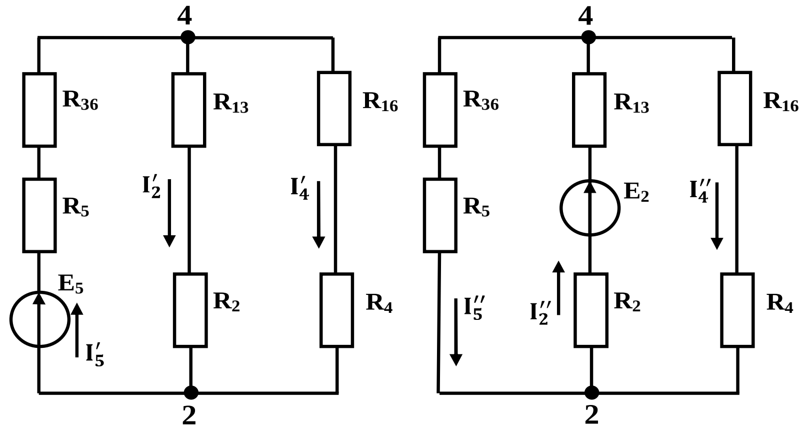
$$\mathbf{U_{5,36} = E_5 - U_{42} = I_5 \cdot (R_5 + R_{36})}.$$

Следовательно, ток $\mathbf{I_5}$ в первом элементе цепи равен:

$$\mathbf{I_5 = (E_5 - U_{42})/R_5 + R_{36} = (E_5 - U_{42}) \cdot g_{5,36}};$$

источников. Заметим, что методом наложения нельзя пользоваться для подсчета выделяемых в сопротивлениях мощностей как суммы мощностей от частичных токов, поскольку мощность является квадратичной функцией тока ($\mathbf{P = I^2 \cdot R}$).

Если через некоторое сопротивление $\mathbf{R}$ протекают согласно направленные частичные токи $\mathbf{I_1}$ и $\mathbf{I_2}$, то выделяемая в нем мощность ($\mathbf{P = R \cdot (I_1 + I_2)^2}$ не равна сумме мощностей от частичных токов: ($\mathbf{P \neq (I_1^2 \cdot R + I_2^2 \cdot R}$).



а) б)

Рис.7. Частные схемы исходной линейной электрической цепи постоянного тока.

Каждая частная схема рассчитывается отдельно, например методом эквивалентных сопротивлений. Ток в данной ветви исходной схемы определяется алгебраической суммой частных токов этой ветви. Например:

$$\mathbf{I_5 = I_5' - I_5''}$$

$$\mathbf{I_2 = I_2'' - I_2'}$$

$$\mathbf{I_4 = I_4' + I_4''}$$

Число членов в правой части этих равенств должно быть равно числу эдс в исходной схеме.

Решение:

1. Найдем эквивалентное сопротивление в исходной схеме.

$R_{5,\,36} = R_5 + R_{36} = 12 + 4 = 16$ Ом ,

$R_{4,\,16} = R_4 + R_{16} = 12 + 4 = 16$ Ом.

2. Найдем ток в неразветвленной части цепи в частной схеме рис.7, а).

$$I_5' = E_5/R_{общ}\ ;$$

$$R_{общ} = \left(\left(R_{2,13} \cdot R_{4,16}\right)/\left(R_{2,13} + R_{4,16}\right)\right) + R_{5,\,36} =$$

$$= ((16 \cdot 16)/(16 + 16)) + 16 = 24 \text{ Ом}$$

$$I_5' = 20/24 = 0{,}833 \text{ А}.$$

3. Найдем разность потенциалов между точками 4,2 в частной схеме рис.7, а).

$$U_{4.2} = E_5 - I_5' \cdot R_{5,\,36} = 6{,}67 \text{ В}$$

4. Найдем ток в разветвленной части цепи в частной схеме рис.7, а).

$$I_2' = U_{4.2}/R_{2,13} = 0{,}417 \text{А},$$

$$I_4' = U_{4.2}/R_{4,16} = 0{,}417 \text{А}.$$

5. Найдем эквивалентное сопротивление в частной схеме рис.7, б).

VIII. Метод узлового напряжения

Расчет сложных электрических цепей можно выполнить более простым методом, если эта цепь содержит только два узла. Таким методом является метод узлового напряжения.

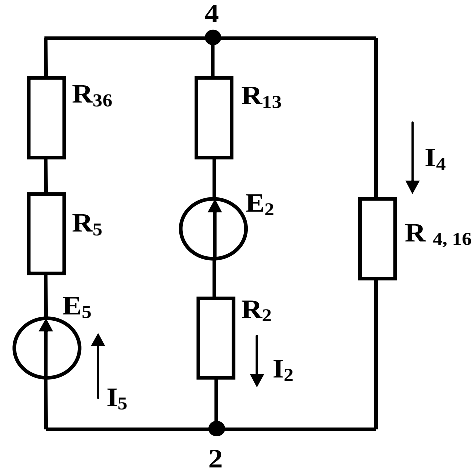


Рис.13. Сложная электрическая цепь, имеющая два узла.

На рис.13 представлена сложная цепь, имеющая два узла **2** и **4**.

Если источник $\mathbf{E_5}$ работает в режиме генератора, а источник $\mathbf{E_2}$ работает в режиме приемника, то токи в цепи направлены так, как показано на схеме рис.13.

Данную цепь можно представить в виде из отдельных элементов рис.14.

Для нахождения тока короткого замыкания $\mathbf{I_к}$ используем первый закон Кирхгофа для второго узла.

$$\mathbf{I_к = I_5 - I_2}$$

3. Найдем токи $\mathbf{I_5}$ и $\mathbf{I_2}$ в соответствующих ветвях:

$$\mathbf{I_5 = E_5/R_{5,36} = 20/16 = 1{,}25А;}$$

$$\mathbf{I_2 = E_2/R_{2,13} = 10/16 = 0{,}625А;}$$

$$\mathbf{I_к = I_5 - I_2 = 0{,}625А.}$$

4. Найдем эквивалентное сопротивление двухполюсника $\mathbf{R_э}$:

$$\mathbf{R_э = E_э/I_к = 8\ Ом.}$$

В ряде случаев сопротивление $\mathbf{R_э}$ проще рассчитывать как эквивалентное сопротивление между разомкнутыми узлами исследуемой ветви сложной цепи в предположении, что все источники эдс в цепи закорочены, а ветви с источниками тока разомкнуты, в этом случае эквивалентное сопротивление двухполюсника равно:

$$\mathbf{R_э = (R_{5,36} \cdot R_{2,13})/(R_{5,36} + R_{2,13}) = 8\ Ом.}$$

5. Определим ток в исследуемой ветви.

$$\mathbf{I_4 = E_э/R_э + R_{4,16} = 5/24 = 0{,}208А.}$$

Ответ: $I_4 = 0{,}208А$.

$$R_{общ} = ((R_{5,36} \cdot R_{4,16})/(R_{5,36} + R_{4,16})) + R_{2,13} =$$

$$= ((16 \cdot 16)/(16 + 16)) + 16 = 24\ Ом.$$

6. Найдем ток в неразветвленной части цепи в частной схеме рис.7, б).

$$I_2'' = E_2/R_{общ}\ ;$$

$$I_2'' = 10/24 = 0{,}417\ А.$$

7. Найдем разность потенциалов между точками 2,4 в частной схеме рис.7, б).

$$U_{2.4} = E_2 - I_2'' \cdot R_{2,13} = 3{,}344\ В.$$

8. Найдем ток в разветвленной части цепи в частной схеме рис.7, б).

$$I_5'' = U_{2.4}/R_{5,36} = 0{,}208\ А,$$

$$I_4'' = U_{2.4}/R_{4,16} = 0{,}208\ А.$$

9. Найдем токи в исходной схеме по принципу наложения, учитывая направления токов в частных схемах:

$$I_5 = I_5' - I_5'' = 0{,}833 - 0{,}208 = 0{,}625\ А\ ;$$

$$I_2 = I_2'' - I_2' = 0{,}417 - 0{,}417 = 0\ А\ ;$$

$$I_4 = I_4' + I_4'' = 0{,}417 + 0{,}208 = 0{,}625\ А\ .$$

10. Чтоб найти токи I_1, I_3, I_6 необходимо рассмотреть исходную схему линейной электрической цепи рис.5. Изобразим эту схему в более наглядном виде.

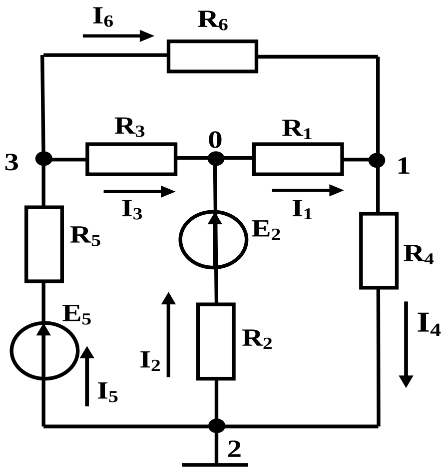


рис.8. Исходная линейная электрическая цепь.

11. Зная токи **I_2**, **I_4**, **I_5**, найдем потенциалы **φ_1, φ_0, φ_3** трех узлов Узел **2** заземлим.

$$\varphi_1 - \varphi_2 = I_4 \cdot R_4;\ \ \varphi_1 = I_4 \cdot R_4 = 0{,}625 \cdot 12 = 7{,}5\ \text{В}\ ;$$

$$\varphi_1 = 7{,}5\text{В},$$

$$\varphi_2 - \varphi_0 = I_2 \cdot R_2 - E_2; -\varphi_0 = -10;\ \varphi_0 = 10\text{В},$$

$$\varphi_2 - \varphi_3 = I_5 \cdot R_5 - E_5;$$

$$-\varphi_3 = 0{,}625 \cdot 12\ - 20\ = -12{,}5\text{В};\ \ \varphi_3 = 12{,}5\ \text{В},$$

$$\varphi_3 - \varphi_1 = I_6 \cdot R_6; \varphi_3 - \varphi_1 = U_{31} = 12{,}5 - 7{,}5 = 5\ \text{В};$$

$$I_6 = U_{31}/R_6 = 5/12 = 0{,}416\ \text{А}\ ,$$

$$\varphi_3 - \varphi_0 = I_3 \cdot R_3;\ \varphi_3 - \varphi_0 = U_{30} = 12{,}5 - 10 =$$

$$= 2{,}5\ \text{В};$$

$$I_3 = U_{30}/R_3 = 2{,}5/12 = 0{,}208\ \text{А},$$

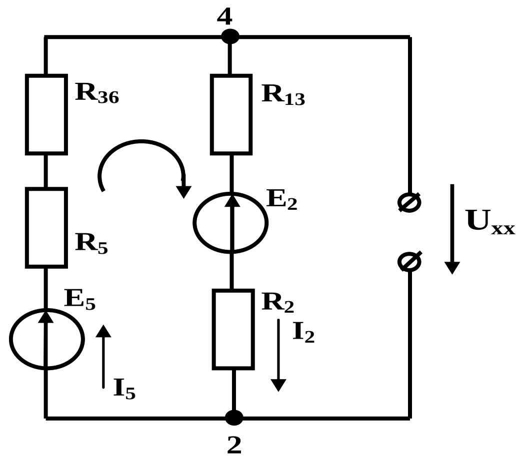


Рис.11. Схема линейной электрической цепи в режиме холостого хода

1. Определим эдс холостого хода эквивалентного генератора **$E_э$**.

$$\mathbf{E_э} = \mathbf{U}_{xx} = (\mathbf{E_5} - \mathbf{E_2}) \cdot \mathbf{R_{2,13}}/\mathbf{R_{5,36}}\ + \mathbf{R_{2,13}} = \mathbf{5}\text{В}.$$

2. Определим ток короткого замыкания **$I_к$** для схемы рис.12.

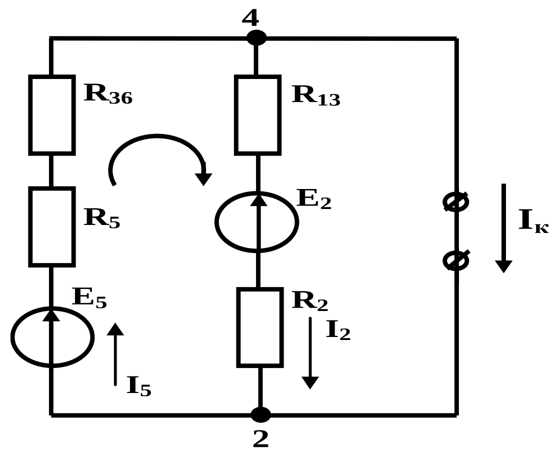


Рис.12. Схема линейной электрической цепи в режиме короткого замыкания.

$$\mathbf{E_э} = \mathbf{I_к} \cdot \mathbf{R_э} \text{ или } \mathbf{R_э} = \mathbf{E_э}/\mathbf{I_к}.$$

Параметры **Eэ** и **Rэ** могут быть найдены не только из опытов, но и расчетным путем.

Порядок расчета цепи методом холостого хода и короткого замыкания следующий:

1. Проводят опыт холостого хода и определяют эдс двухполюсника **Eэ**;
2. осуществляют опыт короткого замыкания и рассчитывают ток замыкания двухполюсника **Iк**;
3. по известным **Eэ** и **Iк** находят внутреннее сопротивление двухполюсника **Rэ**;
4. по полученным значениям **Eэ** и **Rэ** вычисляют ток в рассматриваемой ветви.

Порядок решения задачи этим методом рассмотрим на конкретном числовом примере.

Решение:

Проведем расчет исходной схемы Рис.10, а) в режиме холостого хода.

Для этого уберем сопротивление $R_{4,\ 16}$, тогда эквивалентный генератор будет работать в режиме холостого хода, а исходная схема примет вид рис.11.

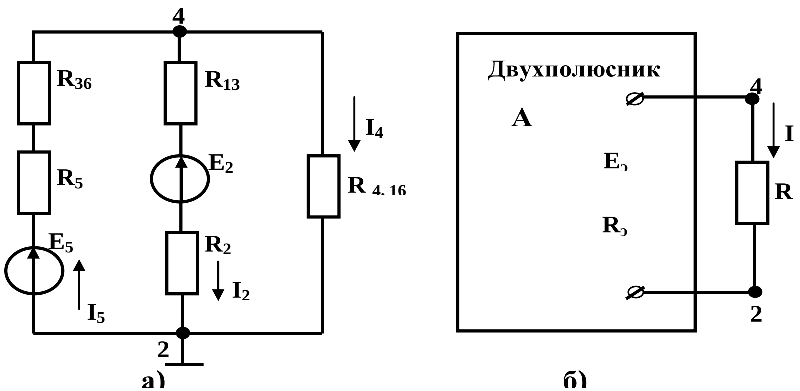


Рис.10: а) Исходная схема линейной электрической цепи постоянного тока;
б) активный двухполюсник с исследуемой ветвью

$$\varphi_0 - \varphi_1 = I_1 \cdot R_1;\ \varphi_0 - \varphi_1 = U_{31} = 12{,}5 - 10 =$$

$$= 2{,}5 \text{ В};$$

$$I_1 = U_{31}/R_1 = 2{,}5/12 = 0{,}208 \text{ А}.$$

Ответ:

$I_1 = 0{,}208$ А ; $I_2 = 0$ А;

$I_3 = 0{,}208$ А ; $I_4 = 0{,}625$ А ;

$I_5 = 0{,}625$ А ; $I_6 = 0{,}416$ А .

VI. Активный и пассивный двухполюсники

В любой электрической схеме, можно мысленно выделить какую - то одну ветвь, а всю остальную часть схемы независимо от ее структуры и сложности условно изобразить некоторым прямоугольником (рис. 9). По отношению к выделенной ветви вся схема, обозначенная прямоугольником, представляет собой, так называемый двухполюсник.

Таким образом, двухполюсник – это обобщенное название схемы, которая двумя выходными зажимами (полюсами) присоединена к выделенной ветви. Если в двухполюснике есть источник эдс или тока, то такой двухполюсник называется активным. В этом случае в прямоугольнике ставится буква **А**.

Если в двухполюснике нет источника эдс или тока, то его называют пассивным. В этом случае в прямоугольнике не ставится никакой буквы, либо ставят букву **П**.

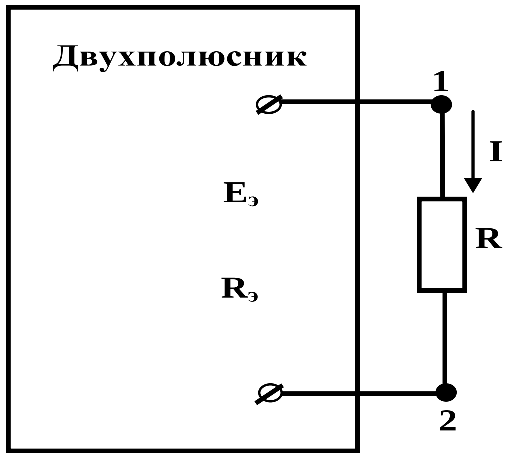


Рис.9. Эквивалентная схема двухполюсника с исследуемой ветвью.

VII. Метод эквивалентного генератора (определить ток в ветви без эдс)

В практических расчетах часто нет необходимости знать режимы работы всех элементов сложной цепи, но ставится задача исследовать режим работы одной определенной ветви.

Для определения тока, напряжения, мощности этой ветви можно воспользоваться одним из ранее описанных методов расчета.

При расчете сложной электрической цепи приходится выполнять значительную вычислительную работу даже в том случае, когда требуется определить ток в одной ветви. Объем этой работы в несколько раз увеличивается, если необходимо установить изменение тока, напряжения, мощности при изменении сопротивления данной ветви, так как вычисления нужно производить несколько раз, задаваясь различными значениями сопротивления.

Решение такой задачи значительно упрощается при использовании метода эквивалентного генератора. Он дает возможность определить ток в отдельно взятой пассивной ветви (не имеющей источника эдс), не вычисляя токи в других ветвях.

Сущность метода

Допустим, что необходимо найти ток в исследуемой ветви с сопротивлением $R_{4,\ 16}$ рис.10, а), в которой нет источника эдс. Эту цепь, можно представить состоящей из двух частей: ветви **4 - 2** с сопротивлением $R_{4,\ 16}$ и остальной цепи.

Представим сложную цепь Рис.10, а), в виде двухполюсника, от которого питается ветвь **4 - 2** рис.10, б). Двухполюсник по отношению к рассматриваемой ветви **4 2** представляет собой некоторый источник эдс со своим внутренним сопротивлением. Таким образом вся сложная цепь, кроме ветви **4 - 2**, является как бы эквивалентным генератором для этой ветви со своим источником эдс $\mathbf{E_э}$ и внутренним сопротивлением $\mathbf{R_э}$. Следовательно, получается простая неразветвленная цепь, ток в которой определяется по закону Ома для полной цепи:

$$\mathbf{I_4 = E_э/(R_Э + R_{4,16})}$$

Для определения этого тока необходимо знать эдс эквивалентного генератора и его внутреннее сопротивление, считая, что сопротивление $R_{4,\ 16}$ известно. Параметры $\mathbf{E_э}$ и $\mathbf{R_э}$ для данного двухполюсника могут быть найдены опытным путем при рассмотрении режимов холостого хода и короткого замыкания.

В режиме холостого хода вольтметр измерит эдс двухполюсника (эдс эквивалентного генератора $\mathbf{E_э}$), в режиме короткого замыкания амперметр определит ток короткого замыкания двухполюсника через сопротивление амперметра и внутреннее сопротивление самого двухполюсника. По известным $\mathbf{E_э}$ и $\mathbf{I_к}$ можно вычислить внутреннее сопротивление двухполюсника:

$$\mathbf{E_э = I_к \cdot (R_Э + R_А)},$$

где $\mathbf{R_А}$ **–** сопротивление амперметра. Так, как $\mathbf{R_А} \ll \mathbf{R_э}$, то им можно пренебречь. Тогда