

**ПРИДНЕСТРОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. Т.Г.ШЕВЧЕНКО**

Физико-математический факультет

Кафедра общей физики и методики преподавания физики

**ПРАКТИКУМ ПО МЕТОДИКЕ РЕШЕНИЯ
ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ**

Тирасполь, 2012

УДК 372.853(076.5)+378.147

ББК ВЗя73+Ч448.046

П69

Составители:

Константинов Н.А. - кандидат педагогических наук, доцент кафедры общей физики и МПФ ПГУ им Т.Г.Шевченко

Калугина Т.Н. - преподаватель кафедры ПМНО факультета педагогики и психологии-

Харатян В.Б.- специалист кафедры общей физики и МПФ ПГУ им Т.Г.Шевченко

Рецензенты:

В.Н. Боканча - к.п.н., доцент института повышения квалификации учителей г. Кишинева, РМ

С.М. Соковнич - к.ф.-м.н., доцент кафедры теоретической физики ПГУ им. Т.Г.Шевченко

Практикум по методике решения физических задач./Авторы- составители Н.А. Константинов, Т.Н. Калугина, В.Б. Харатян, - Тирасполь, 2012. - 132 с.

Практикум предназначен для организации самостоятельной работы студентов физико-математического факультета по дисциплине ПРФЗ (практикум решения физических задач). Даются классификации задач и методы решения основных типов задач по всем темам курса физики. Предлагаются задания для организации самостоятельной работы во внеаудиторное время.

УДК 372.853(076.5)+378.147

ББК ВЗя73+Ч448.046

П69

Утверждено к изданию Научно-методическим Советом ПГУ им. Т.Г.Шевченко

© Константинов Н.А.,
Калугина Т.Н.,
Харатян В.Б., 2012

Предисловие

Решение задач, выступает и как цель, и как метод обучения. Анализ истории преподавания физики свидетельствует о тенденции усиления внимания к решению задач, образовательное, политическое и воспитательное значение которых трудно переоценить.

Одним из компонентов подготовки учителя физики является овладение методикой решения физических задач. Это необходимо для обучения учащихся сознательному усвоению теоретического материала, развитию логического мышления, формированию умений и навыков применения знаний в практической деятельности.

Пособие написано в соответствие с рабочей программой курса "Практикум по решению физических задач" и предназначено для студентов физико-математического факультета. Домашние задания предлагаются из сборников задач Рымкевич А.П. Физика. Задачник. 10-11 кл.: Пособие для общеобразовательных учреждений.- 8ое изд. стереотип. - М.: Дрофа, 2004.-192 с.; ил. В скобках указаны номера из Рымкевич А.П, Рымкевич П.А. Сборник задач по физике для 8-10 классов средней школы.-5-е изд.-М.: Просвещение, 1980-160 с., ил.

Пособие написано на основании опыта проведения семинарных занятий по курсу "Практикум по решению физических задач" на физико-математическом факультете Приднестровского государственного университета им. Т.Г.Шевченко.

Авторы выражают благодарность рецензентам С.М. Соковничу - доценту кафедры теоретической физики ПГУ им Т. Г. Шевченко и В.Н. Боканча - доценту института повышения квалификации учителей г. Кишинева за замечания, способствующие улучшению содержания пособия.

Авторы также благодарны старшему преподавателю Рогожниковаой О.А., студентам физико-математического факультета С.В. Зинченко и К.А. Арыку за помощь при оформлении пособия.

Тема: Решение задач по теме «Кинематика прямолинейного движения»

Прямолинейное равномерное движение

Основные законы и формулы

$$\vec{V} = \vec{S}/t; \vec{S} = \vec{V} \cdot t$$

Кинематический закон $X = X \pm V \cdot t$

Прямолинейное равноускоренное движение

$$\vec{a} = (\vec{V} - \vec{V}_0)/(t - t_0) = \Delta\vec{V}/\Delta t, \quad \text{при } t = 0; \quad \vec{a} = (\vec{V} - \vec{V}_0)/t; \quad \vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{a}t; \\ S = V_0 t + at^2/2.$$

Кинематический закон

$$X = X_0 + V_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

Неравномерное движение

$$V_{cp} = (S_1 + S_2 + \dots + S_n)/(t_1 + t_2 + \dots t_n)$$

Задачи по кинематике прямолинейного движения можно условно разбить на три группы:

- задачи по кинематике равномерного прямолинейного движения;
- задачи по кинематике прямолинейного криволинейного движения;
- графические задачи;

Решение задач первых трёх групп осуществляется аналитическим методом. При решении этих задач можно выделить следующие этапы.

1. Прежде всего, делают схематический чертёж, на котором изображают систему отсчёта и указывают траекторию точки.

2. Начало координат системы удобно совмещать с положением движущейся точки в начальный рассматриваемый момент времени, а оси исправлять так, чтобы приходилось делать как можно меньше разложений векторов.

3. На чертеже следует отметить все кинематические характеристики движения:

- перемещение;
- скорость;
- ускорение;

4. Если условие задачи предполагает различный характер движения на разных участках, то следует весь путь разбить на определённые участки и рассматривать движение на них по отдельности.

5. После того как выполнен чертёж, с помощью кинематических уравнений устанавливают связь между величинами. Для расчетов чаще всего удобно пользоваться скалярной формой, поэтому необходимо перейти от векторной записи к скалярной. Скалярную форму уравнений можно получить, проектируя все векторы, входящие в кинематические уравнения, на оси координат выбранной системы.

6. На основании дополнительных условий задачи составляют вспомогательные уравнения.

7. Составив полную систему кинематических уравнений, решают её относительно искомых величин.

Задачи для самостоятельного решения

Задача № 1. Собака бежит за велосипедистом по прямолинейному участку шоссе. Движение велосипедиста описывается уравнением $X_1 = 25 + 10t$, а движение собаки – уравнением

$X_2 = -35 + 12t$. Опишите оба движения (укажите тип каждого движения и значения характеризующих его величин), постройте графики $X_1(t)$ и $X_2(t)$. Догонит ли собака велосипедиста? Если догонит, то когда и где это произойдёт?

[30 с; 325 м]

Задача № 2. Велосипедист проехал первую половину времени своего движения со скоростью $V_1 = 16$ км/ч, вторую половину времени – со скоростью $V_2 = 12$ км/ч. Определить среднюю скорость движения велосипедиста?

[14 км/ч]

Задача № 3. Велосипедист проехал первую половину пути – со скоростью $V_1 = 16$ км/ч, вторую половину пути – со скоростью $V_2 = 12$ км/ч. Определить среднюю скорость движения велосипедиста?

[13,7 км/ч]

Задача № 4. Тело, двигаясь равноускоренно из состояния покоя, проходит за четвёртую секунду от начала движения 7 м. Какой путь оно пройдёт за первые 10 с?

[100 м]

Задача № 5. Легковой автомобиль, двигавшийся в 40 м позади автобуса, обгоняет и опережает его на 20 м. Какова скорость встречного грузовика, если в начале обгона расстояние между ним и легковым автомобилем было 800 м, а в конце обгона стало 200 м? Скорость легкового автомобиля при обгоне 90 км/ч, автобуса – 72 км/ч.

[90 км/ч]

Задача № 6. Через 40 с после отхода теплохода вдогонку за ним послан глиссер. Через сколько времени и на каком расстоянии от пристани глиссер догонит теплоход, если теплоход движется равномерно со скоростью 18 км/ч, а глиссер с ускорением $0,5$ м/с²?

[40; 400 м]

Задача № 7. По наклонной доске пустили катиться снизу вверх шарик. На расстоянии $l = 30$ см от начала пути шарик побывал дважды: через $t_1 = 1$ с и через $t_2 = 2$ с после начала движения. Определить начальную скорость и ускорение движения шарика, считая его постоянным.

[45 см/с; 30 см/с²]

Задача № 8.

На рис.1 представлен график зависимости ускорения движения тела от времени. Начертить график зависимости $V = f(t)$.

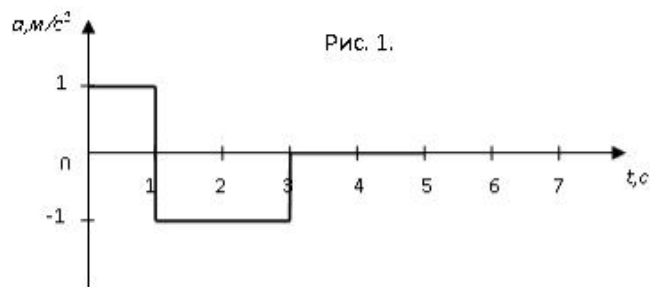
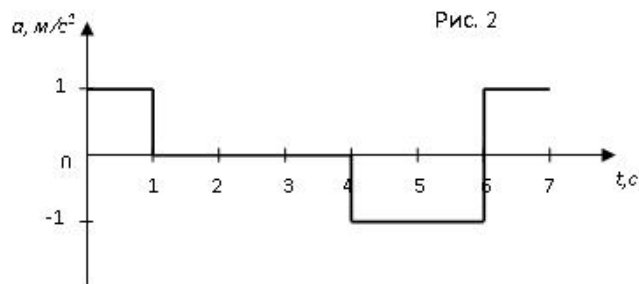
**Задача № 9.**

График ускорения точки имеет вид, показанный на рис.2. Чему равна средняя скорость движения точки за время $T = 7$ с, если ее начальная скорость, была равна нулю?



Задача № 10. Поезд начал тормозить при скорости 72 км/ч. Какова его скорость после прохождения двух третей полного пути?

[42 км/ч]

Указания к решению задач (далее указания):

Задача № 7.

Первый способ

$$l = v_0 t - \frac{at^2}{2}$$

$$2l = 2v_0 t - at^2$$

Следовательно, необходимо решить квадратное уравнение

$$at^2 - 2v_0 t + 2l = 0$$

$$t^2 - 2\frac{v_0}{a}t + \frac{2l}{a} = 0$$

Согласно теореме Виета

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = 2\frac{v_0}{a} \\ t_1 \cdot t_2 = \frac{2l}{a} \end{cases}$$

Из второго уравнения

$$a = \frac{2l}{t_1 \cdot t_2}; a = 30 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$$

Из первого уравнения

$$v_0 = \frac{a(t_1 + t_2)}{2}; v_0 = 45 \frac{\text{см}}{\text{с}}$$

Второй способ

Зависимость скорости шарика от времени выражается формулой $v = v_0 - at$. В момент времени $t = t_1$ и $t = t_2$ шарик имел скорости, одинаковые по величине и противоположные по направлению: $v_1 = v_2$

Но $v_1 = v_0 - at_1 = -v_0 + at_2$ или $2v_0 = a(t_1 + t_2)$

Так как шарик движется равноускоренно, то его средняя скорость за время t_1

$$v_{cp} = \frac{v_0 + v_1}{2} = \frac{2v_0 - at_1}{2}.$$

Поэтому

$$l = v_{cp}t_1 = \frac{2v_0 - at_1}{2}$$

Или

$$2v_0 - at_1 = \frac{2l}{t_2}.$$

Решим систему уравнений

$$\begin{cases} v_0 = a(t_1 + t_2) \\ v_0 - at_1 = \frac{2l}{t_2} \end{cases}$$

найдем

$$a = \frac{2l}{t_1 t_2}; \quad v_0 = \frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}$$

Задача № 9.

Средняя скорость движения точки

$$v_{cp} = \frac{s}{t},$$

где s — полный путь точки за время t

Величину пути s можно найти, разбив весь путь на отдельные участки:

$$s = s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + s_5$$

$$s_1 = \frac{a_1 t_1^2}{2} (v_0 = 0); \quad s_1 = 0,5 \text{ м}$$

$$s_2 = v_2 t_2 = 3 \text{ м.}$$

Следует обратить внимание на то, что в промежутке времени от $t = 4$ с до $t = 6$ с необходимо выделить два участка пути s_3 и s_4 , на которых характер движения различен. От $t = 4$ с до $t = 5$ с точка движется равнозамедленно с ускорением $a_3 = -1 \text{ см/с}^2$, поэтому $v_2 t_3 - \frac{at_3^2}{2}$; $s_3 = 0,5 \text{ м}$.

От $t = 5$ с до $t = 6$ с движение точки равнозамедленное, но происходит в обратном направлении по сравнению с предыдущими участками

$$s_4 = \frac{at_4^2}{2}; \quad s_4 = 0,5 \text{ м.}$$

На участке s_5 движение снова равнозамедленное $s_5 = 0,5 \text{ м}$. Весь путь $s = 5 \text{ м}$, тогда $v_{cp} = 0,71 \text{ см/с}$.

Д.З. № 49(48); № 60(59); № 81; № 85; № 88

Занятие № 2

Тема: Движение тел под действием силы тяжести (частный случай движения тела по вертикали)

Задача № 1. В последнюю секунду свободного падения тело прошло 29,4 м. Сколько времени длилось падение?

[3,5 с]

Задача № 2. Тело падает с высоты 100 м без начальной скорости. За какое время тело проходит первый метр, последний метр, своего пути? Какой путь проходит тело за первую, за последнюю секунду своего движения?

[$\approx 0,4$ с; $\approx 0,023$ с; $\approx 4,9$ м; ≈ 40 м]

Задача № 3. Аэростат поднимается с Земли вертикально вверх с ускорением $a = 2$ м/с². Через $\tau = 5$ с от начала его движения из него выпал предмет. Через сколько времени этот предмет упадёт на Землю?

[$t \approx 3,4$ с]

Задача № 4. При падении камня в колодец его удар о поверхность воды доносится через $t = 5$ с. Принимая скорость звука $V = 330$ м/с, определить глубину колодца.

[109 м]

Задача № 5. Человек, стоящий на краю высохшего колодца, бросает вертикально вверх камень, сообщая ему скорость 9,8 м/с². Через какой промежуток времени камень упадёт на дно колодца? Глубина колодца 14,7 м.

[3 с]

Задача № 6. С башни бросают одновременно два тела: первое вертикально вверх с начальной скоростью 25 м/с, а второе вниз. На каком расстоянии будут находиться тела через 4 с?

[110 м]

Задача № 7. Через сколько времени пуля, вылетевшая со скоростью 860 м/с при выстреле вертикально вверх, начнёт падать? Чему равны путь и перемещение пули через 175 с?

[87,5 с; 7,5·10 м; 0]

Задача № 8. Из вертолётa, равномерно поднимающегося вверх со скоростью 5 м/с, на высоте 1000 м произведён выстрел вниз. Определить высоту пули над землёй через 1 с и скорость её у поверхности земли, если скорость вылета пули из ствола винтовки 550 м/с. Соппротивление воздуха не учитывать.

[450 м; 685 м/с]

Задача № 9. Тело, брошенное вертикально вверх проходит в первую секунду половину высоты подъема. Какой путь пройдёт в последнюю секунду падения?

[30 м]

Задача № 10. В последнюю секунду свободного падения тело прошло путь вдвое больше, чем в предыдущую секунду. С какой высоты падало тело?

[$\approx 30\text{м}$]

Указания:

Задача № 4.

Глубина колодца $h = \frac{gt_1^2}{2}$, где t_1 – время падения камня. С другой стороны это же расстояние прошел звук

$$h = v(t - t_1)$$

Следовательно

$$\frac{gt_1^2}{2} = v(t - t_1)$$

$$5t_1^2 = 330t - 330t_1$$

$$5t_1^2 + 330t_1 - 1650 = 0$$

$$t_1^2 + 66t_1 - 330 = 0$$

$$t_{1,2} = -33 \pm \sqrt{1089 + 360} = -33 \pm 37,7$$

$$t_1 = -33 + 37,7 = 4,7\text{с}$$

Отрицательный результат не удовлетворяет

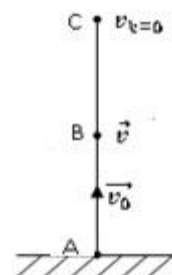
Глубина колодца

$$h = 5 \cdot 22,09 = 110 \text{ м}$$

Задача №9.

Обозначим скорость в точке B через v , тогда

$$\begin{cases} \frac{h}{2} = \frac{v^2 - v_0^2}{-2g} = \frac{v_0^2 - v^2}{2g} \\ h = \frac{v_0^2}{2g} \\ v_k = v_0 - gt \end{cases}$$



Решая систему уравнений, получим (учитывая,

что $v_k = 0$: $h = 30 \text{ м}$.

Д.З. №205(94); №206(95); № 215(104); № 127(105); № 218(106)

Занятие № 3

Тема: Кинематика криволинейного движения

Основные законы и формулы

Простейшим видом криволинейного движения является равномерное движение точки по окружности. При таком движении угловая скорость $\omega =$

$\varphi/t = \text{const}$, где φ – угол поворота. Полное ускорение точки $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$ при этом тангенциальное ускорение

$a_\tau = dv/dt$, нормальное (центростремительное ускорение)

$a_n = v^2/R$.

В случае равномерного вращательного движения угловая скорость может быть выражена формулой: $\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu$, где T – период обращения; ν – частота обращения.

Угловая скорость ω – связана с линейной скоростью v – соотношением $V = \omega R$!

Задачи по кинематике криволинейного движения можно условно разделить на три группы: задачи о вращении твёрдого тела вокруг неподвижной оси; задачи о движении тел, брошенных под углом к горизонту.

Если тело брошено под углом к горизонту, то скорость V_0 раскладывают на составляющую в горизонтальном направлении V_{0x} и составляющую в вертикальном направлении V_{0y} (см. рис 1).

$$V_{0x} = V_0 \cos \alpha ; V_{0y} = V_0 \sin \alpha$$

Скорость тела в горизонтальном направлении (без учета сопротивления воздуха) является постоянной. Скорость в вертикальном направлении изменяется под действием силы тяжести.

Высота подъема тела, брошенного под углом к горизонту

$$h = V_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2},$$

где t – время подъема тела.

Максимальной высоты тело достигает за время определенное из уравнения

$$V_h = V_0 \sin \alpha - gt_1 = 0, \text{ откуда} \\ t_1 = \frac{V_0 \sin \alpha}{g},$$

а формула максимальной высоты

$$h_{\max} = \frac{V_{0y}^2}{2g} = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}.$$

Дальность полёта тела, брошенного под углом к горизонту $S_{\max} = V_{0x}t_2$; где $t_2 = 2t_1$, так как время подъема тела равна времени его падения. Следовательно

$$S_{\max} = \frac{V_0 \cos \alpha \cdot 2V_0 \sin \alpha}{g} = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

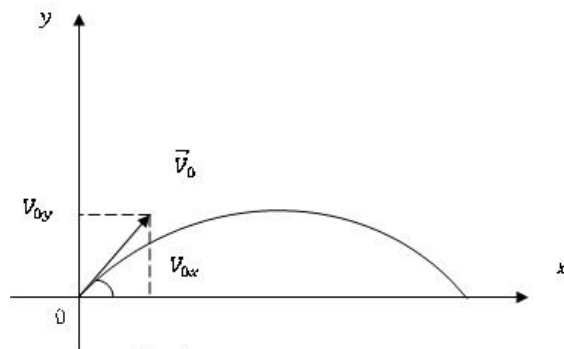


Рис.1

Задачи для самостоятельного решения

Задача № 1. К валу, радиус которого 5 см, прикреплена нить. Через 5 с после начала равномерного вращения вала на него намоталась 10 м нити. Чему равны период и угловая скорость вращения вала?

[0,157 с; 40 рад/с]

Задача № 2. Какова линейная скорость точек земной поверхности на широте Тирасполя (47°) при суточном вращении Земли? Радиус Земли принять равным 6400 км.

[316 м /с]

Задача № 3. Шарик, привязанный к нитке длиной 30 см, вращается в вертикальной плоскости. Когда шарик проходит через нижнее положение, нить обрывается, и через 1 с шарик падает на землю на расстоянии 9,4 м от оси вращения (по горизонтали). Какова была скорость вращения шарика на нити?

[5 об/с]

Задача № 4. Точка движется по окружности радиуса 20 см с постоянным касательным ускорением 5 см/с^2 . Через сколько времени после начала такого движения нормальное ускорение будет равно касательному? Чему равно полное ускорение в данном случае?

[2 с]

Задача № 5. Два тела брошены с одинаковой начальной скоростью 10 м/с из некоторой точки над поверхностью Земли под разными углами к горизонту: 45° и 30° . Чему равно расстояние между телами через 2 с?

[5 м]

Задача № 6. Брошенный мальчиком камень влетел горизонтально в дупло дерева на высоте 8 м. На каком расстоянии от дерева находился мальчик, если скорость броска 20 м/с ? Под каким углом к горизонту был брошен камень? Каково перемещение камня?

[20 м; 39° ; 21,5 м]

Задача № 7. Тело брошено под углом к горизонту с начальной скоростью $V_0 = 20 \text{ м/с}$. Какова скорость тела на высоте $h = 13 \text{ м}$?

[12 м/с]

Задача № 8. Из шланга, лежащего на земле, бьет под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту вода с начальной скоростью $V_0 = 10 \text{ м/с}$. Площадь сечения отверстия шланга $S = 5 \text{ см}^2$. Найдите массу m струи, находящейся в воздухе.

[7,2 кг]

Задача № 9. В момент старта ракеты из пушки вылетает снаряд. С какой скоростью он должен быть выпущен, чтобы поразить ракету, стартующую вертикально с ускорением a ? Расстояние от пушки до места старта ракеты равно L , пушка стреляет под углом 45° к горизонту.

$$[V_0 = \sqrt{L(g + a)}]$$

Задача № 10. Утка летела по горизонтальной прямой с постоянной скоростью U . В нее бросил камень неопытный «охотник», причем бросок был сделан без упреждения, т. е. в момент бросания скорость камня V была направлена как раз на утку под углом α к горизонту. На какой высоте летела утка, если камень все же попал в нее?

$$[H = \frac{2u \operatorname{tg}^2 \alpha}{g} (v \cos \alpha - u)]$$

Указания:

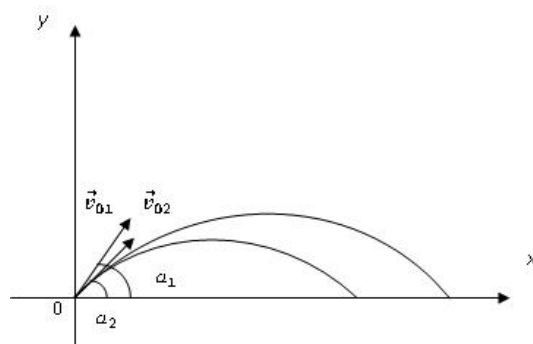
Задача №5. Найдём координаты тел через 2 с

$$x_1 = v_0 t \cos \alpha_1; \quad x_1 = 17,3 \text{ м}$$

$$x_2 = v_0 t \cos \alpha_2; \quad x_2 = 14 \text{ м}$$

$$y_1 = v_0 \sin \alpha_1 - \frac{gt^2}{2}; \quad y_1 = -10 \text{ м}$$

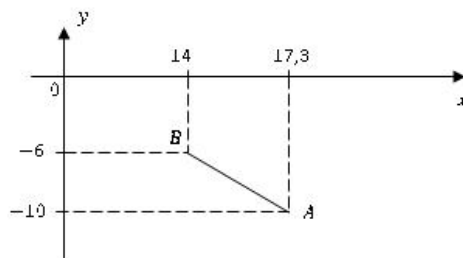
$$y_2 = v_0 \sin \alpha_2 - \frac{gt^2}{2}; \quad y_2 = -6 \text{ м}$$



Следовательно, через 2 с тела будут находиться в точках с координатами

$$A(17,3; -10)$$

$$B(14; -6)$$



Расстояние между ними

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}; \quad AB = 5 \text{ м}$$

Задача № 10. В точке A камень попадает в утку. Из рисунка видно, что

$$\frac{H}{x_1} = \operatorname{tg} \alpha$$

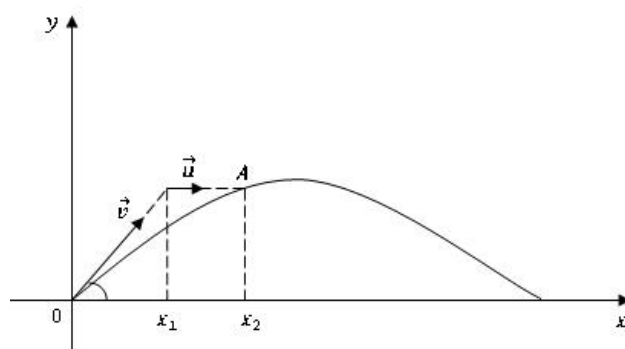
$$x_1 = \frac{H}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$x_1 - x_2 = ut;$$

$$H = v_t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2};$$

$$x_1 = vt \cos \alpha$$

Следовательно необходимо решить систему уравнений



$$\begin{cases} x_1 = \frac{H}{\operatorname{tg} \alpha} \\ vt \cos \alpha - \frac{H}{\operatorname{tg} \alpha} = ut \\ H = vt \sin \alpha - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

Решим систему уравнений

$$\begin{cases} t(v \cos \alpha - u) = \frac{H}{\operatorname{tg} \alpha} \\ H = t(v \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} H = t(v \cos \alpha - u) \operatorname{tg} \alpha \\ H = t(v \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}) \end{cases}$$

$$t(v \cos \alpha - u) \operatorname{tg} \alpha = t(v \sin \alpha - \frac{gt^2}{2})$$

$$(v \cos \alpha - u) \operatorname{tg} \alpha = v \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}$$

$$v \sin \alpha - u \operatorname{tg} \alpha = v \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}$$

$$u \operatorname{tg} \alpha = \frac{gt^2}{2}$$

$$t = \frac{2u \operatorname{tg} \alpha}{g}$$

Найдем

$$H = \frac{2u \operatorname{tg} \alpha}{g} \left(v \sin \alpha - \frac{g}{2} \cdot \frac{2u \operatorname{tg} \alpha}{g} \right)$$

$$H = \frac{2u \operatorname{tg} \alpha}{g} (v \sin \alpha - u \operatorname{tg} \alpha) = \frac{2u \operatorname{tg}^2 \alpha}{g} (v \cos \alpha - u)$$

Д.З. № 225(№ 214); № 226(№ 215); № 223; №234; № 235(№ 221)

Занятие № 4

Тема: Динамика поступательного движения

Основные законы и формулы

Динамика изучает движение тел с учётом причин, обуславливающих характер данного движения. Механическое движение тел изменяется в результате их взаимодействия. Мерой такого взаимодействия является сила. Если на тело действуют одновременно несколько сил, то их действие можно заменить действием одной силы $\vec{F}$, называемой равнодействующей данных сил:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^m \vec{F}_i$$

Основу динамики составляют три закона Ньютона:

- Первый закон Ньютона: существуют системы отсчёта, относительно которых тело движется прямолинейно и равномерно или находится в покое, если равнодействующая всех сил действующих на тело, равна нулю:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^m \vec{F}_i = 0; V = \text{const.}$$

- Второй закон Ньютона: сила, действующая на тело, равна произведению массы этого тела на сообщаемое этой силой ускорение:

$$\vec{F} = m\vec{a}.$$

- Третий закон Ньютона: силы, с которыми тела действуют друг на друга, равны по величине и противоположны по направлению.

Структура процесса решения задач по теме: «Динамика поступательного движения»:

1. Прочитать, выделить её предмет.
2. Кратко записать условие и требование задачи.
3. Сделать чертёж, выделить взаимодействующие тела и показать все действующие силы на каждое тело.
4. Выбрать систему отсчёта и записать уравнение движения для каждого тела в векторной форме.
5. Записать уравнения движения в проекциях на выбранные оси.
6. Решить систему уравнений в общем виде.
7. Проверить правильность решение задачи действиями с единицами физических величин.
8. Произвести вычисления.
9. Оценить полученный результат.

Условно задачи по динамике поступательного движения можно разбить на *три группы*:

- задачи на движение тел под действием сил при отсутствии трения;
- задачи на движение тел при наличии сил трения;
- задачи на движение тел в неинерциальных системах отсчета.

Задачи для самостоятельного решения

Задача № 1. На тело массой 100 г в течение 2 с действовала сила 6 Н. Определить модуль перемещения, если движение прямолинейное.

[120 м]

Задача № 2. Мотоциклист трогается с места и под действием силы тяги в 214 Н. разгоняется на горизонтальном участке пути длиной 250 м. Коэффициент

сопротивления движению 0,04. Сколько времени длиться разгон? Какая скорость достигается? Масса мотоцикла с мотоциклистом 180 кг.

[25 с; 20 м/с]

Задача № 3. Верёвка выдерживает груз массой $m_1 = 110$ кг при ускоренном движении вертикально вверх, а груз массой $m_2 = 690$ кг при движении вниз с тем же по модулю ускорением. Какова максимальная масса m груза, который можно поднять на этой верёвке, двигая его с постоянной скоростью?

[190 Н]

Задача № 4. Ящик массой 10 кг перемещают по полу, прикладывая к нему некоторую силу под углом 30° к горизонту. В течение 5 с скорость ящика возросла с 2 до 4 м/с, коэффициент трения скольжения между ящиком и полом равен 0,15. Определить эту силу. Под каким углом к горизонту должна быть приложена сила, чтобы она была минимальной, и чему она равна?

[13,7 Н; 45° ; 13,2 Н]

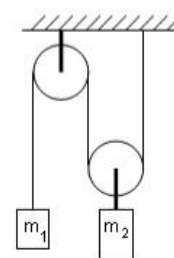
Задача № 5. Два груза массами 300 г и 200 г соединены нитью, перекинутой через блок, подвешенный на пружинных весах. Определите ускорение грузов, показание пружинных весов и силу упругости нити. Массой блока и трением в нем пренебречь.

[1,96 м/с²; 4,7 Н; 2,35 Н]

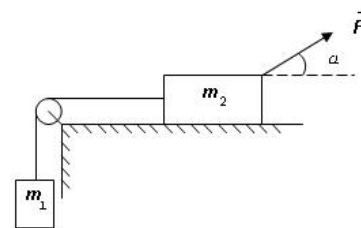
Задача № 6. Мотоцикл массой 300 кг начал движение из состояния покоя на горизонтальном участке дороги. Затем дорога ушла под уклон, равный 0,02. Какую скорость приобрел мотоцикл через 10 с после начала движения, если движение на горизонтальном участке заняло половину времени? Сила тяги и коэффициент сопротивления движению на всем пути постоянны и соответственно равны 180 Н и 0,04.

[3 м/с]

Задача № 7. Найти силу натяжения T нити в устройстве, изображенном на рисунке, если массы тел $m_1 = 100$ г и $m_2 = 300$ г. Массами блоков и нити можно пренебречь.



Задача № 8. Определить ускорение тел в системе, показанной на рисунке. Коэффициент трения между телом m_1 и плоскостью – 0,1. Трением в блоке, массами блока и нити пренебречь. Масса $m_1 = 1,5$ кг, $m_2 = 0,5$ кг, сила $F = 10$ Н. Угол α между силой F и горизонтом равен 30° .



$$[1,4 \text{ м/с}]$$

Задача № 9. На автомобиль массой 1000 кг во время движения действует сила трения, равная 0,1 его силы тяжести. Чему должна быть равна сила тяги, развиваемая мотором автомобиля, чтобы автомобиль двигался: равномерно; с ускорением 2 м/с^2 .

$$[1000 \text{ Н}; 3000 \text{ Н}]$$

Задача № 10. Найти силу тяги, развиваемую мотором автомобиля, движущегося в гору с ускорением 1 м/с^2 . Угол горы 0,04. Масса автомобиля 103 кг. Коэффициент трения равен 0,1.

$$[2,4 \text{ мН}]$$

Указания:

Задача № 3.

Согласно второму закону Ньютона, когда груз движется вверх (рис. 1):

$$T_1 - m_1 g = m_1 a.$$

Для случая, когда груз движется вниз (рис. 2)

$$m_2 g - T_2 = m_2 a.$$

Следовательно, необходимо решить систему уравнений, учитывая что

$$T_1 = T_2 = T$$

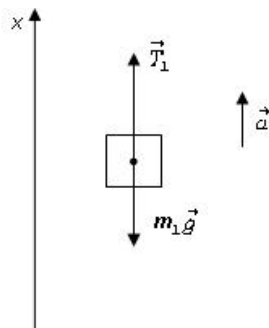


рис. 1

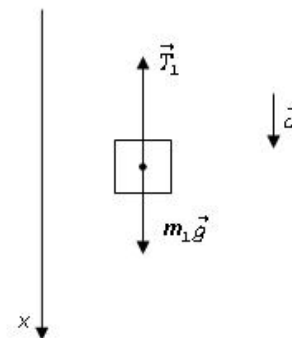


рис. 2

$$\begin{cases} T - m_1 g = m_1 a \\ m_2 g - T_2 = m_2 a \end{cases}$$

Делим первое уравнение на второе

$$\frac{T - m_1 g}{m_2 g - T} = \frac{m_1}{m_2}$$

$$T m_2 - m_1 m_2 g = m_1 m_2 g - T m_1$$

$$T(m_1 + m_2) = 2m_1 m_2 g$$

$$T = \frac{2m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}$$

С другой стороны $T = mg$

$$m = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} = 190 \text{ кг}$$

Задача №4.

Для горизонтального участка

$$\begin{cases} F_T - F_{\text{тр}} = ma_1 \\ F_{\text{тр}} = \mu mg \end{cases}$$

Учитывая, что

$$a_1 = \frac{v_A - v_0}{\frac{t}{2}} = \frac{2v}{t},$$

получим

$$F_T - \mu mg = \frac{2mv_B}{t} \quad (1)$$

$$v_B = \frac{F_T - \mu mg}{2m} t.$$

Для уклона:

$$F_T - \mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha = m_2$$

Учитывая, что

$$a_1 = \frac{v - v_A}{\frac{t}{2}} = \frac{2(v - v_B)}{t}$$

и так как $\tan \alpha$ — очень мал, то можно считать, что $\sin \alpha \approx \tan \alpha \approx 0,02$, а $\cos \alpha \approx 1$, имеем

$$F_T - \mu mg + mg \tan \alpha = \frac{2(v - v_B)}{t},$$

Откуда

$$v - v_B = \frac{F_T - \mu mg + mg \tan \alpha}{2m},$$

или

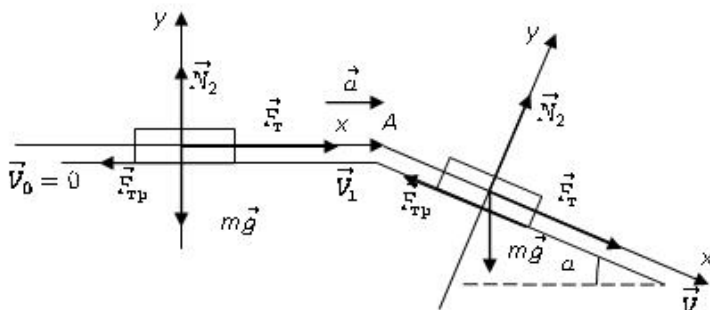
$$v = v_B + \frac{F_T - \mu mg + mg \tan \alpha}{2m} \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получим

$$\begin{aligned} v &= \frac{F_T - \mu mg}{2m} t + \frac{F_T + mg \tan \alpha - \mu mg}{2m} t = \frac{t}{2m} (F_T - \mu mg + F_T + mg \tan \alpha - \mu mg) = \\ &= \frac{2F_T + mg \tan \alpha - 2\mu mg}{2m} t = \frac{2F_T + mg(\tan \alpha - 2\mu)}{2m} t \end{aligned}$$

Подставляя числовые значения, получим $V = 3 \text{ м/с}$

Д.З. № 276(№ 257); №281(№262); № 286(№ 267); № 292; № 295(№ 274)



Тема: Динамика вращательного движения
Основные задачи и формулы

При криволинейном движении сила, действующая на материальную точку, может быть определена по формуле:

$$F = ma_{\text{ц}} = mv^2/R = m\omega^2 R, (1)$$

где V и ω линейная и угловая скорости тела массой m ; R – радиус кривизны траектории в данной точке.

Если касательная составляющая равнодействующей силы, действующей на точку,

$F_{\tau} = 0$, а нормальная составляющая с течением времени не меняется по величине:

$F_n = \text{const}$, то точка будет равномерно двигаться по окружности ($a_{\tau} = 0$; $a_n = \text{const}$).

Для характеристики вращательного движения твердых тел часто пользуются моментом M силы F относительно оси вращения.

Величина момента M некоторой силы F относительно оси вращения определяется формулой $M = F \cdot l$, где l – расстояние от оси вращения до прямой, вдоль которой действует сила.

Общее условие равновесия тела гласит, что для того, чтобы тело находилось в равновесии, необходимо, чтобы были равны нулю равнодействующая приложенных к телу сил и сумма моментов этих сил относительно оси вращения:

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i = 0; \sum_i M_i = 0$$

Задачи на динамику вращательного движения можно разделить на три основные группы: задачи на динамику равномерного движения точки по окружности; задачи на движения спутников и планет; задачи на динамику вращательного движения твердого тела.

1. Задачи на динамику равномерного движения точки по окружности решают на основании законов Ньютона и кинематических уравнений. Вторым закон Ньютона в таких случаях используют в виде (1), чтобы записать этот закон, прежде всего, необходимо найти результирующую всех сил, действующих на точку. При этом следует помнить, что вектор результирующей силы направлен по радиусу к центру окружности.
2. В задачах на движения спутников и планет предполагают, что движение тел совершается под действием силы тяготения. Силой сопротивления окружающей среды пренебрегают. Взаимодействующие тела считаются материальными точками. Задачи такого типа, как правило, решают методами, основанными на применении второго закона Ньютона, где роль силы играет сила тяготения.
3. Особую подгруппу в группе задач на динамику вращательного движения составляют задачи на равновесие тел (см. дальше).

Задачи для самостоятельного решения

Задача № 1. На нити вращается в горизонтальной плоскости шар массой 200 г, описывая окружность радиусом 0,5 м и делая 5 об/с. Определить силу упругости нити, считая ее нерастяжимой.

[98 Н]

Задача № 2. Самолет делает «мертвую петлю» радиусом 100 м и движется по ней со скоростью 280 км/ч. С какой силой летчик массой 80 кг будет давить на сиденье самолета в верхней точке петли.

[4,04 кН]

Задача № 3. Люстра массой 100 кг подвешена к потолку на металлической цепи, длина которой 5 м. Определить высоту h , на которую можно отклонить люстру, чтобы при последующих качениях цепь не оборвалась. Известно, что разрыв цепи наступает при силе натяжения $T > 1960$ Н.

[2,5 м]

Задача № 4. Определить расстояние от центра Земли до искусственного спутника и скорость его относительно поверхности Земли, если спутник запущен так, что он движется в плоскости земного экватора и с Земли все время кажется неподвижным.

[42,5 Мм; $3 \cdot 10^3$ м/с]

Задача № 5. На экваторе некоторой планеты тела весят вдвое меньше, чем на полюсе. Плотность вещества планеты $\rho = 3 \cdot 10^3$ кг/м³. Определить период обращения планеты около собственной оси.

[$T = \sqrt{6\pi/\rho G}$; 2ч. 41,6 мин]

Задача № 6. Найти зависимость веса тела от географической широты.

[$p' = m(g - \omega^2 R \cos \varphi)$]

Задача № 7. По выпуклому мосту, радиус кривизны которого 90 м, со скоростью 54 км/ч движется автомобиль массой 2 т. В точке моста, направление на которую из центра кривизны моста составляет с направлением на вершину моста угол α , автомобиль давит силой 14,4 кН. определить угол α .

[8°]

Задача № 8. В одном из опытов Кавендиша шары массой 5 кг и 0,01 кг, центры которых находились на расстоянии 7 см, притягивать с силой $F = 6,8 \cdot 10^{-10}$ Н. Определите по этим данным значение гравитационной постоянной.

[$6,8 \cdot 10^{-11}$ Нм²/кг²]

Задача № 9. Тяжелый шарик, подвешенный на нити $l = 1$ м, описывает окружность в горизонтальной плоскости (конический маятник). Найти период

обращения шарика, если маятник находится в лифте, движущимся вниз с постоянным ускорением $a = 5 \text{ м/с}^2$. Нить составляет с вертикалью угол $\alpha = 60^\circ$.

$$[T = 2\pi\sqrt{l \cos \alpha / (g - a)} = 2 \text{ с}]$$

Задача № 10. Груз массой m , привязанный к нерастяжимой нити, вращается в вертикальной плоскости. Найти разность сил натяжения нити в нижней и верхней точках траектории.

$$[\Delta T = 6 mg].$$

Указания:

Задача №2.

На летчика в верхней точке мертвой петли действует сила тяжести $m\vec{g}$ и сила реакции опоры $\vec{N}$. Согласно второму закону Ньютона $\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}$; В проекциях

$$N + mg = ma.$$

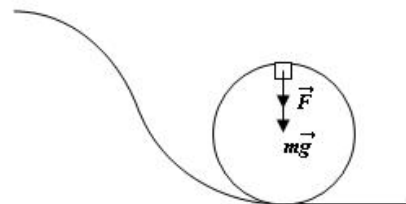
Учитывая, что

$$a = \frac{v^2}{R},$$

получим

$$N + mg = m \frac{v^2}{R}$$

$$N = m \frac{v^2}{R} - mg = m \left(\frac{v^2}{R} - g \right)$$



Согласно III закону Ньютона $N = P$ (т.е., с какой силой действует летчик на сиденье $\vec{P}$, с такой же силой действует и сиденье на летчика $\vec{N}$). Таким образом

$$P = m \left(\frac{v^2}{R} - g \right); P = 4,04 \text{ кН}$$

Задача №5.

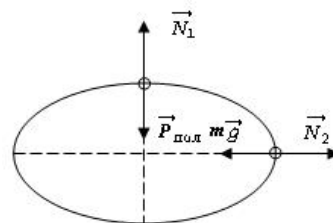
Период обращения планеты

$$T = \frac{2\pi R_{\text{ЭКВ}}}{v_{\text{ЭКВ}}}$$

Согласно II и III законов Ньютона

$$P_{\text{пол}} = mg; mg - P_{\text{ЭКВ}} = \frac{mv_{\text{ЭКВ}}^2}{R_{\text{ЭКВ}}}$$

$$N_1 = P_{\text{пол}}; N_2 = P_{\text{ЭКВ}}$$



Следовательно, учитывая, что $\frac{P_{\text{ЭКВ}}}{P_{\text{пол}}} = \frac{1}{2}$ получим

$$\frac{m(g - \frac{v_{\text{ЭКВ}}^2}{R_{\text{ЭКВ}}})}{mg} = \frac{1}{2}$$

$$1 - \frac{v_{\text{ЭКВ}}^2}{gR_{\text{ЭКВ}}} = \frac{1}{2}; \quad \frac{v_{\text{ЭКВ}}^2}{gR_{\text{ЭКВ}}} = \frac{1}{2}$$

$$v_{\text{ЭКВ}}^2 = \frac{gR_{\text{ЭКВ}}}{2}; \quad v_{\text{ЭКВ}} = \sqrt{\frac{gR_{\text{ЭКВ}}}{2}}$$

Учитывая, что

$$g = G \frac{M}{R_{\text{ЭКВ}}^2} = \frac{4G\rho\pi R_{\text{ЭКВ}}^3}{3R_{\text{ЭКВ}}^2} = \frac{4G\rho\pi}{3} R_{\text{ЭКВ}},$$

имеем

$$T = \frac{2\pi R_{\text{ЭКВ}}}{\sqrt{\frac{4G\rho\pi R_{\text{ЭКВ}}^2}{6}}} = \frac{2\pi R_{\text{ЭКВ}}}{2R_{\text{ЭКВ}}\sqrt{\frac{G\rho\pi}{6}}} = \sqrt{\frac{6\pi}{G\rho}}$$

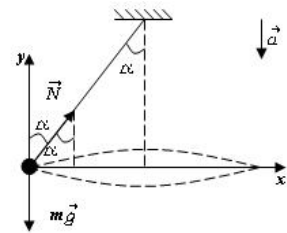
$$T = 2 \text{ ч } 41,6 \text{ мин.}$$

Задача № 9.

Согласно второму закону Ньютона $\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}$.

В проекциях

$$\begin{cases} N \cos \alpha - mg = -ma \\ N \sin \alpha = m\omega^2 l \sin \alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} N \cos \alpha = m(g - a) \\ N = \frac{4\pi^2}{T^2} ml \end{cases}$$



$$\frac{4\pi^2}{T^2} ml \cos \alpha = m(g - a)$$

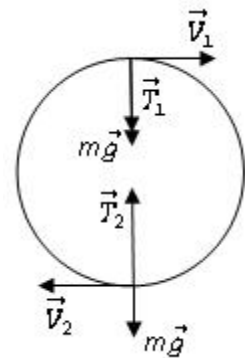
$$\frac{4\pi^2}{T^2} l \cos \alpha = (g - a)$$

$$T = 2\pi\sqrt{l \cos \alpha / (g - a)} = 2 \text{ с.}$$

Задача № 10.

Запишем закон сохранения энергии и второй закон Ньютона для двух положений груза

$$\begin{cases} \frac{mv_1^2}{2} + 2mgR = \frac{mv_2^2}{2} \\ T_1 + mg = \frac{mv_1^2}{R} \\ T_2 - mg = \frac{mv_2^2}{R} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = 2mgR \\ T_2 - T_1 = \frac{mv_2^2}{R} - \frac{mv_1^2}{R} + 2mg \end{cases} \Leftrightarrow$$



$$\begin{cases} mv_2^2 - mv_1^2 = 4mgR \\ \Delta T = \frac{1}{R}(mv_2^2 - mv_1^2) + 2mg \end{cases} \quad \text{отсюда следует, что}$$

$$\Delta T = 6mg$$

Д.З. №297(№ 276); № 298(№ 277); № 301(№ 281); № 303(№ 283); № 304(№ 284)

Занятие № 6

Тема: Динамика вращательного движения продолжение

Решение задач на статику проводят обычно по следующей схеме:

1. Делают чертёж, на котором указывают все силы, действующие на материальную точку или твердое тело.
2. Выбирают оси координат OX и OY и проецируют на эти оси все силы.
3. Составляют уравнение равновесия в проекциях по осям

$$\sum F_x = 0, \sum F_y = 0.$$

4. В случае твердого тела составляют также уравнение моментов $\sum M = 0$. При этом необходимо выбрать точку O , относительно которой будут рассматриваться моменты приложенных сил.
5. Если условие задачи предполагает вращение тела вокруг одной неподвижной оси, то можно ограничиться, лишь составлением уравнения моментов. Раскладывать силы по осям в этом случае не нужно.

Задачи для самостоятельной работы

Задача № 1. К стержню длиной $l = 80$ см и массой $m = 6$ кг подвешены два груза: к левому концу – массой $m_1 = 2$ кг, а к правому – массой $m_2 = 8$ кг (см. рис.). В какой точке надо опереть стержень, чтобы он находился в равновесии?



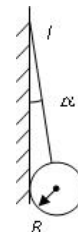
[25 см]

Задача № 2. Доска массой 28 кг и длиной 1,2 м лежит на двух опорах. Левая опора расположена на расстоянии 30 см от края доски, правая – на расстоянии 15 см. Какую наименьшую вертикальную силу надо приложить к левому краю доски, чтобы приподнять его? Чтобы приподнять противоположный край доски?

[118 Н; 274 Н]

Задача № 3. К вертикальной гладкой стенке в точке A на веревке длиной l подвешен шар массой m . Чему равна сила натяжения веревки и сила давления шара на стенку, если радиус шара R ?

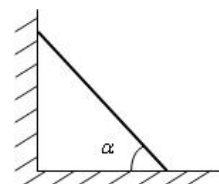
$$[T = mg \frac{R+l}{\sqrt{(l+R)^2 - R^2}}; N = \frac{mg(R+l)^2}{R\sqrt{(l+R)^2 - R^2}}]$$



Задача № 4. Колесо радиусом R и массой m стоит перед ступенькой высотой h . Какую горизонтальную силу F нужно приложить к оси колеса, чтобы оно могло подниматься на ступеньку? Трением пренебречь.

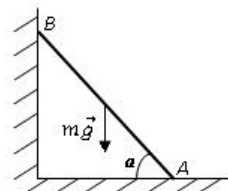
$$[F \geq \frac{mg\sqrt{h(2R-h)}}{R-h}]$$

Задача № 5. Верхний конец лестницы опирается на гладкую вертикальную стенку, а нижний находится на шероховатом полу. Коэффициент трения между лестницей и полом $\mu = 0,5$. При каком определенном значении угла наклона она будет находиться в равновесии?



$$[\alpha = 45^\circ]$$

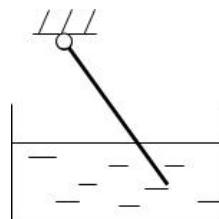
Задача № 6. Лестница AB длиной $l = 3$ м и массой $m = 50$ кг приставлена к стенке (см рис.). Коэффициент трения скольжения между лестницей и полом $\mu_1 = 0,4$, между лестницей и стеной $\mu_2 = 0,5$. Определить наименьший угол α наклона лестницы, при котором она сохраняет равновесие, а также силы давления на стенку и пол.



$$[P_A = 417 \text{ Н}; P_B = 168 \text{ Н}; \alpha = 45^\circ]$$

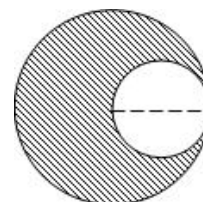
Задача № 7. Палка шарнирно укреплена за верхний конец, а половину погружена в воду (см рис.). Какую плотность имеет материал, из которого изготовлена палка?

$$[750 \text{ кг/м}^3]$$



Задача № 8. Из однородной круглой пластинки радиусом 9 см вырезан круг вдвое меньше радиуса, касающийся первого круга (см рис.). Найти центр тяжести полученной пластинки.

$$[1,5 \text{ см}]$$



Задача № 9. Половина цилиндрического стержня состоит из стали, половина – из алюминия. Определить положение центра тяжести, если вся длина стержня 30 см.
[3,9 см]



Задача № 10. На наклонной плоскости с углом наклона α покоится однородный брусок, высота которого h . На каком расстоянии от центра тяжести проходит сила реакции опоры?

$$[x = \frac{h}{2 \operatorname{tg} \alpha}]$$

Указания:

Задача № 3.

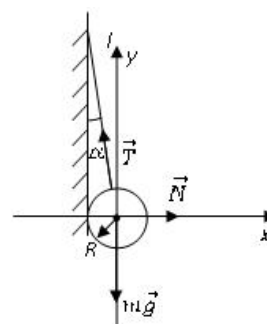
Запишем условия равновесия

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{T} = 0$$

В проекциях

$$\begin{cases} N - T \sin \alpha = 0 \\ T \cos \alpha - mg = 0 \end{cases} \Leftrightarrow T \sin \alpha = N$$

$$T = \frac{mg}{\cos \alpha}; N = \frac{T}{\sin \alpha}.$$



Учитывая, что

$$\sin \alpha = \frac{R}{R+l}; \cos \alpha = \frac{\sqrt{(l+R)^2 - R^2}}{l+R}$$

$$T = mg \frac{R+l}{\sqrt{(l+R)^2 - R^2}}; N = \frac{mg(R+l)}{\sqrt{(l+R)^2 - R^2}} \cdot \frac{R}{R+l} = \frac{mg(R+l)^2}{R\sqrt{(l+R)^2 - R^2}}$$

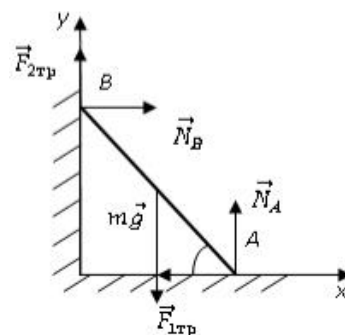
Задача № 6.

Силы, действующие на лестницу, изображены на рисунке. Лестница будет в равновесии, если сумма проекций всех сил, действующих на нее на оси координат будет равна нулю, а также будет равна нулю алгебраическая сумма моментов этих сил относительно любой оси вращения.

Запишем уравнения, выражающие условия равновесия:

$$\begin{cases} F_{1\text{тр}} - N_B = 0 \quad (1) \\ N_A - mg + F_{2\text{тр}} = 0 \quad (2) \\ N_B l \sin \alpha - mg \frac{l}{2} \cos \alpha + F_{2\text{тр}} l \cos \alpha = 0 \quad (3) \\ F_{1\text{тр}} = \mu_1 N_A \quad (4) \\ F_{2\text{тр}} = \mu_2 N_B \quad (5) \end{cases}$$

Разделив все члены уравнения (2) на $l \cos \alpha$, найдем



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\frac{mg}{2} - F_{2\text{тр}}}{N_A} \quad (6)$$

Подставив значение $F_{1\text{тр}}$ (4) в уравнение (1), получим:

$$N_B = \mu_1 N_A \quad (7)$$

Аналогично подставив (5) в (2), получим

$$N_A = mg + \mu_2 N_B \quad (8)$$

Из уравнений (7) и (8) находим

$$N_A = mg + \mu_2 \mu_1 N_A \quad (9)$$

$$N_A = \frac{mg}{1 + \mu_2 \mu_1} \quad (10)$$

Согласно третьему закону Ньютона

$$\begin{aligned} P_A &= N_A \\ P_B &= N_B \end{aligned}$$

Следовательно

$$P_A = \frac{mg}{1 + \mu_2 \mu_1}; \quad P_A = \frac{\mu_1 mg}{1 + \mu_2 \mu_1}$$

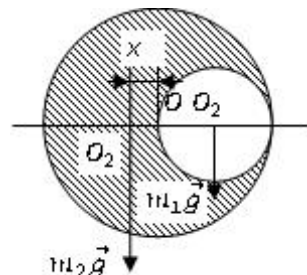
$$P_A = 417 \text{ Н}; \quad P_A = 168 \text{ Н}.$$

Подставляя (9) в (10) в (6) получим: $\operatorname{tg} \alpha = 1; \alpha = 45^\circ$.

Задача № 8.

Из соображений симметрии, очевидно, что центр тяжести плоскости лежит на ее диаметре, проходящей через центр отверстия в точке O_2 .

Если заполнить отверстие вырезанное кругом малого радиуса r , то центр тяжести полученного сплошного круга большого радиуса R будет находиться в центре этого круга (точка O).



$$-m_2 gx + m_1 gr = 0 \quad (1)$$

И так как

$$m_1 = \rho V_1 = \rho \pi r^2 h \quad (2)$$

$$m_2 = \rho V_2 = \rho (\pi R^2 - \pi r^2) h \quad (3)$$

Где ρ — плотность материала пластинки

h — толщина пластинки

Из уравнений (1), (2) и (3) следует $x = \frac{\rho h (\pi R^2 - \pi r^2)}{\pi \rho h r^2} \quad x = 1,5 \text{ см}$

Д.З.(№ 302),(№ 307),(№ 324),(№ 325),(№ 326)

Занятие № 7

Тема: Работа, энергия, мощность

Основные законы и формулы

Работа постоянной силы F равна $A = FS \cos \alpha$,

где S — модуль перемещения; α — угол между векторами силы F и перемещения s .

Если на тело действуют несколько сил, каждая из которых совершает над ним работу, то вся произведённая работа равна алгебраической сумме работ отдельных сил:

$$A = \sum_i A_i.$$

Мощность, развиваемая постоянной силой F , определяется формулой:

$$N = A/t \text{ или } N = F_{\alpha} \cos \alpha,$$

где A – работа, совершенная за время t ; v – скорость движения.

Кинетическая энергия тела массой m , движущегося со скоростью v ,

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Формулы для потенциальной энергии имеют различный вид в зависимости от характера действующих сил.

Потенциальная энергия тела массой m , поднятого на высоту относительно земли,

$$E_{\text{п}} = mgh.$$

Потенциальная энергия упругодеформированного тела

$$E_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2},$$

где k – коэффициент упругости; x – величина деформации.

Потенциальная механическая энергия системы тел равна арифметической сумме кинетических и потенциальных энергий всех тел, входящих в данную систему:

$$E = \sum E_k + \sum E_{\text{п}}.$$

Решение задач

Задачи данного раздела обычно делят на четыре группы: задачи на работу постоянной силы; задачи на работу переменной силы; задачи на расчет мощности; задачи на расчёт энергии тела или системы тел.

1. При решении задач на работу постоянной силы необходимо, прежде всего, выяснить, какие силы приложены к телу, затем установить, проанализировав условие задачи, работу какой силы требуется определить. Чтобы воспользоваться формулой для расчёта работы, надо знать направления действия силы, а также направление вектора перемещения. Если в условии задачи не заданы сила и перемещение, то силу следует найти из уравнений второго закона Ньютона, а величину перемещения – по формулам кинематики.
2. В задачах с переменной силой прежде всего необходимо выяснить, характер изменения действующей силы на перемещении S . Работу переменной силы можно рассчитать по формуле $A = F_{\text{ср}} \cdot S$ при условии, что известно среднее значение силы на данном перемещении. Среднее значение силы методами элементарной математики можно вычислить лишь для простейшего случая,

когда величина силы F изменяется пропорционально перемещению: $F = -kx$, где k – некоторый коэффициент пропорциональности.

Обычно такими силами являются силы упругости пружины, переменная сила трения, переменная выталкивающая сила. Среднее значение переменной силы на каком-либо перемещении в данном случае определяют как полсуммы значений сил F_1 и F_2 в начале и в конце этого перемещения:

$$F_{\text{ср}} = \frac{F_1 + F_2}{2}.$$

Решение задач

Задача № 1. Какую работу совершает человек, поднимая груз массой 2 кг на высоту 1,5 м. Рассмотрите два случая: а) груз движется равномерно; б) груз движется с ускорением $2,2 \text{ м/с}^2$, направленным вертикально вверх.

[29 Дж; 36 Дж]

Задача № 2. Какой путь пройдут сани по горизонтальной поверхности после спуска с горы высоты $H = 15 \text{ м}$, имеющей угол наклона $\alpha = 30^\circ$? Коэффициент трения саней о поверхность $\mu = 0,2$.

[$H (1/\mu - \text{ctg } \alpha) = 49 \text{ м}$]

Задача № 3. На дне пруда глубиной $h = 1,5$ лежит алюминиевый шар диаметром $d = 50 \text{ см}$. Какую работу нужно совершить, чтобы полностью извлечь шар из воды?

[1,8 КДж]

Задача № 4. Какую работу нужно совершать, чтобы втащить на крышу свисающий с нее кусок каната длиной $L = 5 \text{ м}$ и массой $m = 15 \text{ кг}$?

[370 Дж]

Задача № 5. Тело массой 5 кг соскользнуло с наклонной плоскости длиной 2 м. Найдите работы силы тяжести, силы реакции опоры, силы трения. Угол наклона плоскости 30° , коэффициент трения равен 0,35.

[49 Дж; 0; – 30 Дж]

Задача № 6. Найти работу, которую надо совершить, чтобы сжать пружину на $x = 20 \text{ см}$, если известно, что сила упругости пропорциональна деформации и под действием силы $F = 29,4 \text{ Н}$ пружина сжимается на 1 см.

[$5,88 \cdot 10^3 \text{ Дж}$]

Задача № 7. Деревянный кубик со стороной $a = 10 \text{ см}$ плавает в воде так, что его центр находится на $h = 4 \text{ см}$ выше поверхности воды. Какую работу надо совершить, чтобы погрузить кубик в воду наполовину?

[$A = 0,08 \text{ Дж}$]

Задача № 8. Сани, движущиеся по горизонтальному льду со скоростью $V = 6 \text{ м/с}$, выезжают на асфальт. Длина полозьев санок $L = 2 \text{ м}$, коэффициент трения санок об асфальт $\mu = 1$. Какой путь пройдут санки до полной остановки?

[2,84 м]

Задача № 9. Тележка съезжает без начальной скорости с наклонной плоскости. Сравните работы силы тяжести за первую, третью и пятую секунды движения.

[1; 5; 9]

Задача № 10. Ящик массой 10 кг поднимают на балкон с помощью веревки массой 4 кг . Какую работу совершают при подъеме, если высота балкона 12 м .

[1,4 кДж]

Указания:

Задача № 2.

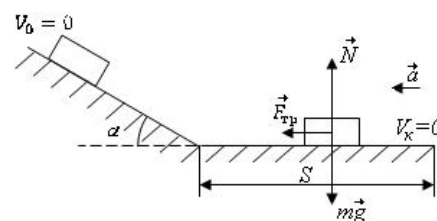
I способ

Согласно закону сохранения энергии

$$\begin{aligned} mgH &= \frac{mv^2}{2} + \mu mgH \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \\ 2gH &= v^2 + 2\mu gH \operatorname{ctg} \alpha \\ v^2 &= 2gH(1 - \mu \operatorname{ctg} \alpha). \end{aligned}$$

Для горизонтального участка

$$\mu mg = ma \rightarrow a = \mu g$$



Следовательно, путь, пройденный санями по горизонтальной поверхности

$$\begin{aligned} S &= \frac{v^2}{2a}; S = \frac{2gH(1 - \mu \operatorname{ctg} \alpha)}{2\mu g} \\ S &= H \left(\frac{1}{\mu} - \operatorname{ctg} \alpha \right) \\ S &= 49 \text{ м.} \end{aligned}$$

II способ

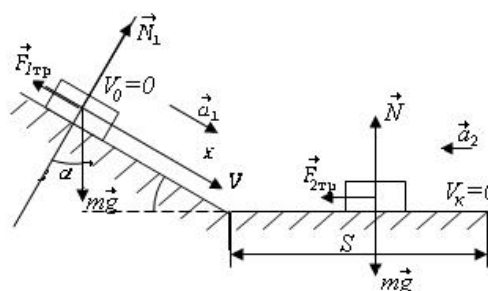
Для случая, когда тело находится на спуске согласно II закону Ньютона

$$\begin{cases} mg \sin \alpha - \vec{F}_{1\text{тр}} = ma_1 \\ N_1 mg \cos \alpha = 0 \\ \vec{F}_{1\text{тр}} = \mu N_1 \end{cases}$$

$$mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = ma_1 \quad (1)$$

$$g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha = a_1$$

$$a_1 = \frac{v^2 - v_0^2}{\frac{2H}{\sin \alpha}} = \frac{v^2}{2H} \sin \alpha \quad (2).$$



Подставляя (2) в (1)

$$g - \mu g \cos \alpha = \frac{v^2}{2H} \sin \alpha$$

$$v^2 = \frac{2gH(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{\sin \alpha} = 2gH(1 - \mu \operatorname{ctg} \alpha) \quad (3)$$

Для горизонтального участка

$$\mu mg = ma_2; \quad a_2 = \mu g.$$

Следовательно

$$S = \frac{v^2}{2a_2} = \frac{2gH(1 - \mu \operatorname{ctg} \alpha)}{2\mu g} = H \left(\frac{1}{\mu} - \operatorname{ctg} \alpha \right);$$

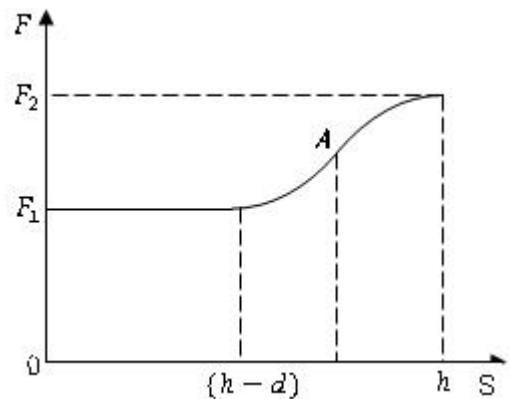
$$S = 49 \text{ м.}$$

Задача № 3.

Для подъема шара необходимо прикладывать силу F , равную разности силы тяжести и архимедовой силы. Пока шар полностью погружен в воду,

$F_1 = mg - F_A = \frac{\pi d^3}{6} \rho_1 g - \frac{\pi d^3}{6} \rho_2 g = \frac{\pi d^3}{6} g(\rho_1 - \rho_2)$, где ρ_1 – плотность алюминия; ρ_2 – плотность воды. Затем объем погруженной части шара уменьшается вследствие чего F увеличивается. В конце подъема

$$F_2 = mg = \frac{\pi d^3}{6} g \rho.$$



На рисунке приведен график зависимости силы F от перемещения шара S . Воспользовавшись тем, что работа численно равна площади под графиком $F(S)$, а криволинейный участок графика симметричен относительно своей средней точки A , найдем работу как площадь фигуры под графиком, состоящей из прямоугольника и трапеций:

$$A = F_1(h-d) + \frac{F_1+F_2}{2}d = \frac{\pi d^3 g}{6}(\rho_1 - \rho_2)(h-d) + \frac{\frac{\pi d^3 g}{6}(\rho_1 - \rho_2) + \frac{\pi d^3 g}{6}\rho_1}{2}d =$$

$$= \frac{\pi d^3 g}{6}(\rho_1 - \rho_2)(h-d) + \frac{\frac{\pi d^3 g}{6}(\rho_1 - \rho_2 + \rho_1)}{12}d =$$

$$= \frac{\pi d^3 g}{6} \left((\rho_1 - \rho_2)(h-d) + \frac{\pi d^3 g(2\rho_1 - \rho_2)}{12}d \right);$$

$$A = 1,8 \text{ кДж.}$$

Д.З. № 334(№ 357); № 335(№ 359); № 345(№ 365); № 346(№ 366); № 355(№ 375)

Занятие № 8

Тема: Работа, энергия, мощность (продолжение)

3. Решение задач, связанных с расчетом мощности, развиваемой постоянной силой, основано на применении формул, определяющих величину мощности N . При этом, прежде всего, следует определить, какую мощность требуется рассчитать – среднюю или мгновенную. В зависимости от этого необходимо знать среднюю или мгновенную скорость движения, которую можно определить из формул кинематики. Если сила тяги не задана, то ее можно найти, составив основное уравнение динамики.

4. Решая задачи на расчет энергии тела или системы тел, пользуются соответствующими формулами для определения кинематической потенциальной или полной энергии. При расчете потенциальной энергии необходимо вначале выяснить характер действующих сил, чтобы использовать соответствующие формулы. Определяя потенциальную энергию тела, поднятого под землей, следует выбрать нулевой уровень отсчета высоты h . Чаще всего таким уровнем является земная поверхность. Если в условии задачи необходимые для расчетов энергии величины скорость и высоты не заданы, то их можно определить на основании кинематических формул.

Задачи для самостоятельного решения

Задача № 1. Поезд, отходя от станции, за $t = 5$ мин развивает скорость $V = 64,8$ км/ч. Масса поезда $m = 6 \cdot 10^4$ кг, коэффициент трения $\mu = 0,004$. Определить среднюю мощность локомотива за время равноускоренного движения.
[$5,36 \cdot 10^4$ Вт]

Задача № 2. Автомобиль массой 2000 кг трогается с места и идет в гору, уклон которой 0,02. Пройдя расстояние 100 м, он развивает скорость 32,4 км/ч. Коэффициент сопротивления 0,05. Определить среднюю мощность, развиваемую двигателем автомобиля.
[9,9 кВт]

Задача № 3. Подъемный кран приводится в действие двигателем мощностью 15 кВт. Найдите КПД двигателя, если он за 1 мин 40 с поднимает на высоту 30 м груз массой 3 т.
[60 %]

Задача № 4. Уклон участка шоссе равен 0,05. Спускаясь под уклон при выключенном двигателе, автомобиль движется равномерно со скоростью 60 км/ч. Какой должна быть мощность двигателя автомобиля, чтобы он мог подниматься на такой же подъем с той же скоростью? Масса автомобиля – 1,5 т.
[25 кВт]

Задача № 5. Скатываясь под уклон $\alpha = 6^\circ$, автомобиль массой $m = 103$ кг разгоняется при выключенном двигателе до максимальной скорости $V = 72$ км/ч, после чего движение становится равномерным. Какую мощность развивает двигатель автомобиля при подъеме с такой же скоростью и по той же дороге вверх.

$$[N = mg V \sin \alpha = 41 \text{ кВт}]$$

Задача № 6. Каковы значения потенциальной и кинетической энергии стрелы массой

50 г, выпущенной из лука со скоростью 30 м/с вертикально вверх, через 2 с после начала движения? Сопротивлением воздуха пренебречь.

$$[20 \text{ Дж}; 2,5 \text{ Дж}]$$

Задача № 7. Сила 0,5 Н действует на тело массой 10 кг в течение двух секунд. Найти конечную кинетическую энергию тела, если начальная кинетическая энергия равна нулю.

$$[0,05 \text{ Дж}]$$

Задача № 8. Кусок льда один раз бросают под углом 45° к горизонту, а второй раз пускают с такой же скоростью скользить по льду. Найти коэффициент трения, если во втором случае кусок льда переместился на расстояние в 10 раз больше, чем в первом случае.

$$[0,05]$$

Задача № 9. Чему была равна средняя сила сопротивления воды движению парохода, если он в течение трех суток при средней скорости $V = 10$ км/ч израсходовал $M = 6,5$ т угля? КПД судового двигателя $\eta = 0,1$. Удельная теплота сгорания угля $q = 33,5 \cdot 10^6$ Дж/кг.

$$[3 \cdot 10^4 \text{ Н}]$$

Задача № 10. Телу, находящемуся на поверхности Земли, сообщена вертикальная скорость 6 км/с. пренебрегая сопротивлением воздуха, найти максимальную высоту его подъема. Радиус Земли $R_z = 6400$ км.

$$[H = \frac{v_0^2 R}{2Rg - v_0^2}]$$

Указания:

Задача № 4.

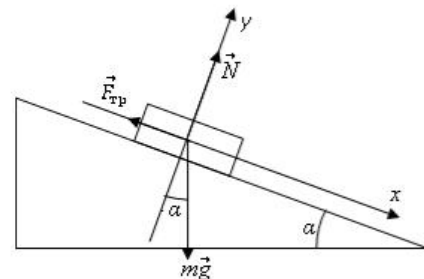
Рассмотрим первый случай, когда автомобиль спускается с горы с уклоном $\tan \alpha = 0,05$ равномерно со скоростью

$v = 60$ км/ч;

Так как автомобиль движется равномерно, то согласно первому закону Ньютона

$$\vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тр}} = 0$$

В проекциях ox :

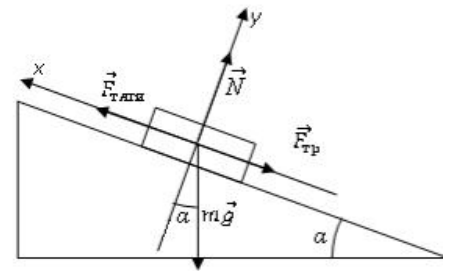


$$\begin{cases} mg \sin \alpha - F_{\text{тр}} = 0 \\ N - mg \cos \alpha = 0 \leftrightarrow mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = 0 \\ F_{\text{тр}} = \mu N \end{cases}$$

$$\mu = \operatorname{tg} \alpha.$$

Когда же автомобиль движется в гору, то

$$\begin{aligned} \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{F}_{\text{тяги}} &= 0 \\ \begin{cases} F_{\text{тяги}} - mg \sin \alpha - F_{\text{тр}} = 0 \\ N - mg \cos \alpha = 0 \end{cases} &\leftrightarrow \\ F_{\text{тр}} &= \mu N \\ F_{\text{тяги}} &= mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha \end{aligned}$$



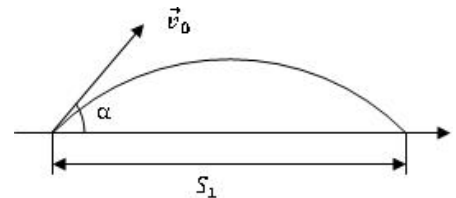
Мощность $P = F_{\text{тяги}} v = mg(\sin \alpha + \cos \alpha) v$.

Учитывая, что угол α — мал, то $\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha$, $\cos \alpha \approx 1$, вычислим $P = 25$ кВт

Задача № 8.

Дальность полета льда брошенного под углом к горизонту

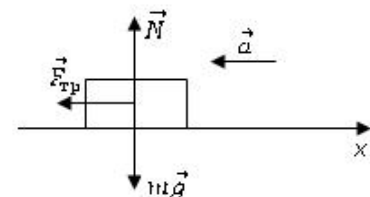
$$S_1 = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \quad (1).$$



Во втором случае, когда кусок льда будет скользить по льду, на него будет действовать сила тяжести $m\vec{g}$, трения $\vec{F}_{\text{тр}}$, реакция опоры $\vec{N}$.

Согласно второму закону Ньютона

$$F_{\text{тр}} = ma \leftrightarrow \mu mg = ma, \text{ откуда } a = \mu g$$



$$a = \frac{v_0^2}{2S_2} \rightarrow S_2 = \frac{v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2\mu g} \quad (2).$$

По условию задачи $S_2 = 10S_1$. Подставляя в последнее выражение (1) и (2) получим

$$\frac{v_0^2}{2\mu g} = 10 \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \leftrightarrow \mu = \frac{1}{20} = 0,05.$$

Задача № 10.

Работа в поле силы тяжести

$$A = mgh \frac{R}{R + h}.$$

Так как отсутствует трение, то согласно закону сохранения энергии имеем:

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgH \frac{R}{R + H}.$$

Откуда

$$H = \frac{v_0^2 R}{2Rg - v_0^2}; H = 2500 \text{ км}$$

Д.З. № 349(№ 368); № 351(№ 371); № 353(№ 373); № 354(№ 374); № 356(№ 376)

Занятие № 9

Тема: Законы сохранения в механике

Основные законы и формулы

Систему взаимодействующих тел называют замкнутой, если на нее извне не действуют другие тела. Для такой системы выполняется закон сохранения импульса: импульс замкнутой системы есть величина постоянная, т. е. $k = \text{const}$. Для системы, состоящей из n – тел, этот закон можно записать в виде:

$$m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 + \dots + m_n \vec{V}_n = \text{const}$$

В замкнутой механической системе тел при любых переходах системы из одного состояния в другое полная энергия системы остаётся неизменной (закон сохранения энергии): $E = E_k + E_n = \text{const}$.

Из закона сохранения механической энергии следует, что для замкнутой системы изменение полной энергии $\Delta E = 0$.

Если на тело или систему тел действуют внешние силы, то изменение полной механической энергии равно работе этих сил: $\Delta E = A$.

При решении задач на законы сохранения в механике следует иметь в виду, что как импульс, так и энергия тела зависят от выбора системы отсчета. Поэтому при составлении уравнений, выражающих законы сохранения импульса энергии, необходимо рассматривать движение всех тел в одной и той же инерциальной системе отсчета. В качестве такой системы отсчета часто используют систему, связанную с Землей. Иногда удобно выбрать систему так, чтобы одно из тел в некоторый момент взаимодействия было неподвижным относительно этой системы.

Задачи по этой теме можно разделить на три группы:

- Задачи на закон сохранения импульса;
- Задачи на закон сохранения энергии;
- Комбинированные задачи.

Задачи для самостоятельного решения

Задача № 1. Водитель выключил двигатель автомобиля при скорости 72 км/ч. Через 3,4 с автомобиль остановился. Сила трения колес по асфальту равна 5880 Н. чему был равен импульс автомобиля в момент выключения двигателя? Какова масса автомобиля?

[20 · 10³ кг м/с; 10³ кг]

Задача № 2. Конькобежец, стоя на коньках на льду, бросает груз массой $m = 10$ кг под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Груз падает на расстояние $S = 2,2$ м от точки бросания. Какова будет начальная скорость движения конькобежца, если масса его $M = 64$ кг? Перемещением конькобежца во время броска пренебречь.

$$[0,675 \text{ км/с}]$$

Задача № 3. Координата тела изменяется по закону $x = -6 + 3t - 0,25t^2$, а импульс – по закону $P_x = 12 - 2t$. Найдите массу тела и действующую на него силу.

$$[m = 4 \text{ кг}; P_x = -2 \text{ Н}]$$

Задача № 4. Маятник массой 5 кг отклонен на угол 60° от вертикали. Какова сила натяжения нити при прохождении маятником положения равновесия?

$$[100 \text{ Н}]$$

Задача № 5. Пуля, летящая горизонтально со скоростью 40 м/с, попадает в брусок, подвешенный на нити длиной 4 м, и застревает в нем. Определить угол, на который отклоняется брусок, если масса пули 20 г, а бруска – 5 кг.

$$[15^\circ]$$

Задача № 6. Тело массой $m = 0,2$ кг соскальзывает с высоты $H = 8$ м по наклонной плоскости, плавно переходящей в вертикальную петлю радиусом $R = 2$ м. Определить работу силы трения при движении тела до верхней точки петли, если давление тела на петлю в верхней точке N равно 2 Н.

$$[A_{\text{тр}} = 4 \text{ Дж}]$$

Задача № 7. Небольшое тело соскальзывает с верхней точки гладкого закрепленного шара радиусом R . На какой высоте H тело отделится от шара?

$$[H = 5/3 R]$$

Задача № 8. Тело массой M под действием пружины совершает колебания с амплитудой A_0 на гладком горизонтальном столе. В том момент, когда тело проходит положение равновесия, на него сверху падает и прилипает к нему кусок пластина массой m . Чему будет равна амплитуда колебаний?

$$[A = A_0 \sqrt{M/m + M}]$$

Задача № 9. В шар массой M , висящий на нити длиной l , попадает горизонтально летящая пуля массой m . Пуля застревает в шаре. При какой скорости пули шар опишет окружность в вертикальной плоскости?

$$[V \geq \frac{m+M}{m} \sqrt{5gl}]$$

Задача № 10. Человек массой $m = 70$ кг прыгает с моста высотой $H = 50$ м, пристегнувшись к перилам эластичным жгутом длиной $l = 35$ м. Благодаря действию жгута человек, едва коснувшись поверхности воды, начинает двигаться вверх. Найдите:

1. Жесткость жгута;
2. Наибольшую перегрузку, испытываемую человеком.

[305Н/м; 7,7]

Указания:

Задача №6

Согласно закону сохранения энергии

$$mgA = mg2R + A_{\text{тр}} + \frac{mv^2}{2}$$

Согласно второму закону Ньютона

$$mg + N = \frac{mv^2}{R}$$

Следовательно необходимо решить систему уравнений

$$\begin{cases} A_{\text{тр}} = mgH - 2mgR - \frac{mv^2}{2} \\ mv^2 = R(mg + N) \end{cases}$$

$$A_{\text{тр}} = mgH - 2mgR - \frac{R(mg + N)}{2}$$

$$A_{\text{тр}} = mg(H - 2R) - \frac{R(mg + N)}{2}$$

$A = 4$ Дж.

Задача №7

Выберем в качестве нулевого уровня прямую, параллельную Земли, проходящую через центр шара.

Предположим, что материальная точка оторвется от шара в точке А. Найдем АВ. Согласно закону сохранения энергии запишем:

$$mgR = \frac{mv^2}{2} + mg|AB|$$

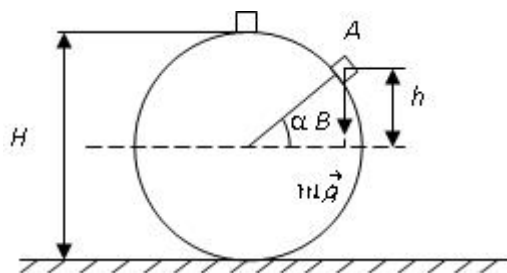
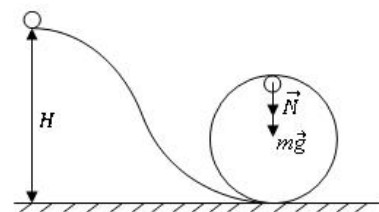
$$gR = \frac{v^2}{2} + g|AB| \quad (1).$$

С другой стороны, составляющая силы тяжести, сообщает телу центростремительное ускорение

$$mg \sin \alpha = \frac{mv^2}{R}$$

$$v^2 = gR \sin \alpha \quad (2)$$

Учитывая, что $R \sin \alpha = |AB|$, получим $v^2 = g|AB|$. Подставляя (2) в (1) получим:



$$gR = \frac{g|AB|}{2} + g|AB|;$$

$$|AB| = \frac{2}{3}R$$

Следовательно

$$h = \frac{2}{3}R$$

или

$$H = \frac{5}{3}R$$

При падении с высоты H потенциальная энергия человека mgH переходит в потенциальную энергию растянутого резинового жгута

$$\frac{R(H-l)^2}{2}.$$

Таким образом

$$mgH = \frac{R(H-l)^2}{2}; R = \frac{2mgH}{(H-l)^2}.$$

Перегрузка будет наибольшей в самой нижней точке, потому что в этот момент человек будет двигаться с самым большим ускорением, направленным вверх:

$$\frac{P}{P_0} = \frac{g+a}{g} = 1 + \frac{a}{g}$$

$$\frac{P}{P_0} = 1 + \frac{k(H-l)}{mg}.$$

Подставляя числовые значения, получим

$$k = 305 \frac{\text{Н}}{\text{м}}; \frac{P}{P_0} = 7,7$$

Д.З. № 366(№ 385); № 368(№ 387); № 369(№ 388); № 384(№ 407)

Занятие № 10

Тема: Гидростатика

Основные законы и формулы

В гидростатике рассматриваются условия и закономерности равновесия жидкостей и газов под воздействием приложенных к ним сил, а также условия равновесия твердых тел, находящихся в жидкостях и газах.

Распределение сил давления по поверхности сопротивления твердого тела с жидкостью характеризуется давлением – силой F , действующей на единицу поверхности перпендикулярно к поверхности S . Давление определяют по формуле:

$$p = \frac{F}{S}.$$

Давление, вызванное силой тяжести и зависящее от глубины под поверхностью жидкости, называется гидростатическим. Для несжимаемой

жидкости, в которой отсутствуют силы трения между ее отдельными слоями, гидростатическое давление на глубине h .

$$p = \rho gh$$

Давление на боковую стенку на любой глубине определяется по формуле $p = \rho gh$, а среднее давление равно $\frac{1}{2}$ давления на дно сосуда равно произведению среднего бокового давления на площадь стенки:

$$F_6 = \frac{1}{2} \rho gh S.$$

Распределение давления внутри жидкости и газа при действии поверхностных сил определяется законом Паскаля: жидкость (или газ) передает производимое на нее поверхностными силами внешнее давление по всем направлениям без изменения. Из закона Паскаля следует:

1. Полное давление в любой точке жидкости складывается из давления столба жидкости, находящейся над этой точкой:

$$p = p_0 + \rho gh.$$

2. В сообщающихся сосудах однородные жидкости устанавливаются на одном уровне;
3. При равновесии разнородных жидкостей в сообщающихся сосудах высоты столбов этих жидкостей обратно пропорциональны их плотностям:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

На тело, погруженное в жидкость (газ), действует выталкивающая (архимедова) сила, направленная вертикально вверх и равная силе тяжести вытесненной жидкости (или газа) в объеме погруженной части тела:

$$F = \rho_{\text{ж}} g V.$$

Решение задач

Задачи по гидро – и аэростатике весьма разнообразны по содержанию и степени сложности, но по методам решения их можно разделить на две основные группы: задачи на расчет давления и сил давления; в которых вычисляют или учитывают архимедову силу. Решение задач, связанных с вычислением давления и сил давления на каком – либо уровне внутри жидкости, основано на применении закона Паскаля и его следствий. Основными расчетными при этом являются соотношения

$$p = \rho gh ; \frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}.$$

Формула $p = \rho gh$ носит общий характер: давление не зависит от того, какую форму имеет сосуд, содержащий жидкость (гидростатический парадокс).

При расчете силы давления по формуле $p = F/S$ следует помнить что если $p = \text{const}$, сила давления $F = pS$.

Если $p \neq \text{const}$, то $F = \sum_{i=1}^n p_i \Delta S_i$,

где ΔS_i , элемент площади плоской поверхности, давление на которой равно p_i .

В случае криволинейной поверхности сила давления

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i,$$

где $\vec{F}_i$ – сила давления на малом практически плоском участке поверхности.

Обычно задачи на применение закона сообщающихся сосудов решают в такой последовательности. Сначала делают чертеж, на котором отмечают начальный уровень жидкости и выбирают поверхность одного уровня на границе раздела сред (если налито несколько слоев жидкости, эту поверхность следует выбирать на самой нижней границе). Затем записывают уравнение равновесия жидкости. Если до момента равновесия жидкость переливалась из одной части сосуда в другую, то к составленному уравнению добавляется условие несжимаемости жидкости $\Delta V_1 = \Delta V_2$. Решают полученную систему уравнений совместно относительно искомой величины.

Задачи для самостоятельного решения

Задача № 1. Вычислить давление нефти на дно бака, если уровень ее находится в 9,5 м от дна. Определите также общую силу давления на дно, площадь которого 290 м².

[74 кПа; 22 Мн]

Задача № 2. В сосуде находится один под другим три слоя несмешивающихся жидкостей: воды, масла и ртути. Высота каждого слоя 5 см. Сделайте пояснительный рисунок и укажите на нем порядок расположения слоев. Определите давление жидкостей на дно сосуда и на глубине 7,5 см.

[7,5 кПа; 690 Па]

Задача № 3. В сообщающихся сосудах находится ртуть. В один из сосудов доливают воду, а в другом – керосин. Высота столба воды 20 см. Какова должна быть высота столба керосина, чтобы уровни ртути в обоих сосудах совпадали?

[25 см]

Задача № 4. В левое колесо U – образной трубки с водой долили слой керосина высотой 20 см. на сколько поднимается уровень воды в правом колесе?

[на 8 см]

Задача № 5. Какую силу надо приложить к пробковому кубу с ребром 0,5 м, чтобы удержать его под водой? Плотность пробки $2,4 \cdot 10^2$ кг/м³.

[950 Н]

Задача № 6. Цинковый шар весит 3,6 Н, а при погружении в воду – 2,8 Н. Сплошной ли этот шар или имеет полость? Если не сплошной, то определите объем полости.

[шар имеет полость 30 см³]

Задача № 7. Кусок сплава из меди и цинка массой 5,16 кг в воде весит 45,6 Н. Сколько меди содержится в этом сплаве?

[4,45 кг]

Задача № 8. Тонкий однородный стержень длиной l и поперечным сечением S верхним концом крепится к шарниру, а нижним погружается в жидкость заданной плотности $\rho_{\text{ж}}$. Определить плотность материала стержня $\rho_{\text{с}}$, если в жидкости находится $(1/n)$ – я часть его длины.

$$[\rho_{\text{с}} = \rho_{\text{ж}} \frac{2n-1}{n^2}]$$

Задача № 9. Стальной кубик с ребром 10 см плавает в ртути. Поверх ртути наливают воду вровень с верхней гранью кубика. Какова высота слоя воды?

[4,6 см]

Задача № 10. Деревянный шарик плавает на поверхности воды, погрузившейся на половину своего объема. Определите плотность шарика.

[500 кг/м³]

Указания:

Задача № 5.

I способ

Так как плотность пробки

$$\rho_{\text{п}} = 2,4 \cdot 10^2 \text{ кг/м}^3$$

В воду будет погружена часть куба высотой

$$h = \frac{\rho_{\text{п}}}{\rho_{\text{в}}} \cdot a$$

Следовательно над водой будет часть куба объемом

$$V = \left(a - \frac{\rho_{\text{п}}}{\rho_{\text{в}}} \cdot a\right) a^2 = \left(1 - \frac{\rho_{\text{п}}}{\rho_{\text{в}}}\right) a^3$$

Значит для того, чтобы куб погрузился полностью в воду, необходимо приложить силу, равную архимедовой силе, которая будет действовать на верхнюю часть куба

$$F = \rho_{\text{в}} g V = \rho_{\text{в}} g \left(1 - \frac{\rho_{\text{п}}}{\rho_{\text{в}}}\right) a^3$$

$$F = 950 \text{ Н.}$$

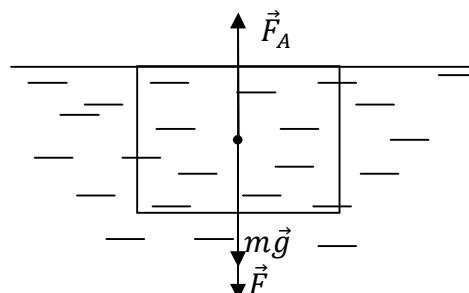
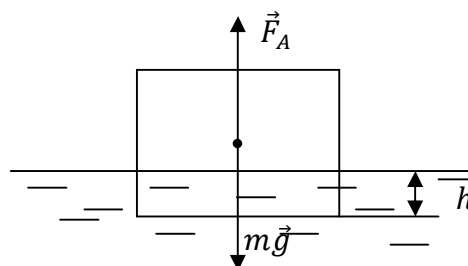
I способ

Когда куб свободно плавает на него действует архимедова сила и сила тяжести, причем

$$mg = \rho_{\text{в}} g a^2 \frac{\rho_{\text{п}}}{\rho_{\text{в}}} \cdot a = \rho_{\text{п}} g a^3$$

Когда куб полностью погружен, на него действует сила тяжести, архимедова сила и приложенная сила F . Согласно условию равновесия

$$F'_A = F + mg$$



$$F'_A = \rho_{\text{п}} g a^3$$

Следовательно

$$F = \rho_{\text{в}} g a^3 - mg = \rho_{\text{в}} g a^3 - \rho_{\text{п}} g a^3 = \rho_{\text{в}} g \left(1 - \frac{\rho_{\text{п}}}{\rho_{\text{в}}}\right) a^3$$

Задача № 8.

На стержень действует сила тяжести $m\vec{g}$ и выталкивающая сила $\vec{F}_A$. Выразим эти силы через заданные в условии величины:

$$mg = \rho_{\text{с}} g S l; F_A = \rho_{\text{ж}} g S \frac{l}{n};$$

Где Sl и $S \frac{l}{n}$ — объемы всего стержня и части, погруженной в жидкость.

Чтобы найти плечи сил OE и OK , зададимся

углом наклона α оси стержня к горизонтали. Тогда согласно рисунку

$$BD = \frac{l}{n}; BC = \frac{l}{2n}; AB = \frac{l}{2}; OC = \frac{l}{2} + \left(\frac{l}{2} - \frac{l}{n}\right) + \frac{l}{2n} = l \frac{2n-1}{2n}$$

Поскольку

$$OA \cos \alpha = \frac{l}{2} \cos \alpha$$

И

$$OK \cos \alpha = l \frac{2n-1}{2n} \cos \alpha;$$

уравнение равновесия можно записать в виде

$$\rho_{\text{с}} g l S \frac{l}{2} \cos \alpha = \rho_{\text{ж}} g S \frac{l}{n} l \frac{2n-1}{2n} \cos \alpha$$

Отсюда после сокращения получим

$$\rho_{\text{с}} = \rho_{\text{ж}} \frac{2n-1}{n^2}$$

Д.З.

Задача № 1.

В сосуд с водой опущена трубка сечением 2 см^2 . В трубку налито 72 г масла плотностью $0,9 \text{ г/см}^3$. Найдите разность уровней масла и воды.

[4 см]

Задача № 2.

Определите наименьшую площадь плоской льдины толщиной 1 м , способной удержать на воде груз массой 100 кг . Плотность льда $0,9 \text{ г/см}^3$

[1 м²]

Задача № 3.

Один конец нити закреплен на дне, а второй прикреплен к пробковому поплавку. При этом 0,75 всего объема поплавок погружено в воду. Определите натяжение нити, если масса поплавок 2 кг, плотность пробки $0,25 \text{ г/см}^3$. Массой нити пренебречь. Плотность пробки $2,4 \cdot 10^2 \text{ кг/м}^3$.

[40 Н]

Задача № 4.

Полый железный шар плавает в воде во взвешенном состоянии. Чему равна масса шара, если объем полости 200 см^3 . Плотность железа 7800 кг/м^3 .

[230 г]

Задача № 5.

Тонкий однородный цилиндрический стержень верхним концом прикреплен к шарниру. Снизу под стержень подводится сосуд с водой. Стержень отклоняется на угол α . Определите плотность материала стержня, если в воде находится половина его длины.

[750 кг/м³]

Занятие № 11

Тема: Гидроаэродинамика (продолжение)

Задача № 1. Бревно, имеющее длину 3,5 м и площадь сечения 700 см^2 , плавает в воде. Плотность дерева равна $0,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, плотность воды 10^3 кг/м^3 . максимальная масса человека, который сможет стоять на бревне, не замочив ноги равна:

[1) 43 кг; 2) 53 кг; 3) 63 кг; 4) 73 кг; 5) 83 кг]

Задача № 2. Чему равна плотность керосина, если плавающий в нем сплошной деревянный куб с длиной ребра 8 см выступает над поверхностью жидкости на 1 см? Плотность дерева равна $0,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

[1) $0,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$; 2) $0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$; 3) $0,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$;
4) $1,1 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$; 5) $1,2 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$]

Задача № 3. В подводной части речного суда ниже уровня воды на глубине 2 м образовалась пробоина, площадь которой составляет 40 см^2 . Чтобы удержать заплату, закрывающую отверстие с внутренней стороны корабля, к ней следует приложить силу, минимальная величина которой равна:

[1) 20 Н; 2) 80 Н; 3) 120 Н; 4) 160 Н; 5) 320 Н]

Задача № 4. Шарик помещают в воду аквариума с пулевой начальной скоростью и опускают. В начальный момент шарик движется вниз с ускорением 6 м/с^2 .

Плотность воды равна 1000 кг/м^3 . Если силой сопротивления воды пренебречь, то можно оценить, что плотность материала, из которого сделан шарик, равна:

- [1) 2500 кг/м^3 ; 2) 3000 кг/м^3 ; 3) 3500 кг/м^3 ; 4) 4000 кг/м^3 ;
5) 4500 кг/м^3]

Задача № 5. Кусок металла плотностью 9000 кг/м^3 помещен на пружину динамометра и полностью погружен в воду. Показание динамометра при этом составляет 20 Н . Плотность воды равна 1000 кг/м^3 . Определить объем куска металла.

- [1) $0,25 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$; 2) $0,35 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$; 3) $0,45 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$;
4) $0,55 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$; 5) $0,65 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$]

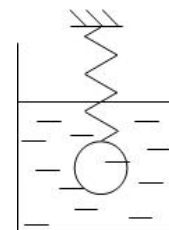
Задача № 6'. Подводная лодка находится на глубине $h = 100 \text{ м}$. С какой скоростью через отверстие в корпусе лодки будет врываться струя воды? Сколько воды проникает за один час, если диаметр отверстия равен $d = 2 \text{ см}$? Давление воздуха в лодке равно атмосферному давлению. Изменением давления внутри лодки пренебречь.

$$[V \approx 44,3 \text{ м/с}; V = 50 \text{ м}^3]$$

Примечание: Для решения этой задачи необходимо применить формулу Торричелли для скорости истечения жидкости из отверстия $v = \sqrt{2gh}$.

Задача № 7. Стальной шар объемом V и массой m удерживается под водой от погружения на дно пружиной с жесткостью k . Найти энергию деформации пружины. Массой и объемом пружины пренебречь. Плотность воды равна ρ .

$$[\frac{g^2(m-\rho V)^2}{2k}]$$



Задача № 8. В стакане сечением 27 см^2 плавает сосновый кубик объемом 27 см^3 . Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы кубик полностью погрузить в воду? Плотность сосны 500 кг/м^3

$$[A = 0,033 \text{ Дж}]$$

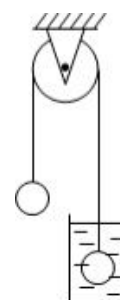
Задача № 9. Деревянный куб с ребром $0,5 \text{ м}$ плавает в озере, на $2/3$ погруженный в воду. Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы утопить куб?

$$[A = 32,5 \text{ Дж}]$$

Задача № 10. Два одинаковых шарика связаны невесомой нитью, перекинутой через невесомый блок, причем один из шариков погружен в сосуд с жидкостью. С какой установившейся скоростью v будут двигаться шарики, если известно, что установившаяся скорость падения одиночного шарика в той же жидкости равна v_0 ? Сила сопротивления пропорциональна скорости. Плотность жидкости ρ_0 , плотность материала

шариков ρ .

$$[v = \frac{\rho_0}{\rho - \rho_0}]$$



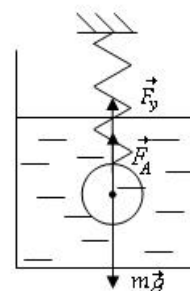
Указания:

Задача №7

На шар действует сила тяжести $m\vec{g}$, архимедова сила $\vec{F}_A$ и сила упругости $\vec{F}_y$.

Так как шар находится в покое, то согласно первому закону Ньютона имеем:

$$mg = F_A + F_y$$



Учитывая, что $F_y = k\Delta x$, а $F_A = \rho g V$ получим

$$F_y = mg - \rho g V = g(m - \rho V) \leftrightarrow \Delta x = \frac{m - \rho V}{k}$$

Следовательно энергия деформированной пружины

$$E = \frac{k\Delta x^2}{2} = \frac{k(m - \rho V)^2}{2k^2} g^2 = \frac{(m - \rho V)^2}{2k} g^2$$

Задача №8

Не нарушая общности решения, можно считать, что в стакан налито минимальное количество жидкости, в которой можно утопить кубик (слой $a = 3$ см). Тогда

$$A = Sa\rho_B g \Delta h_{29} + a^3 \rho_K g \Delta h_{19}$$

В первом положении, когда кубик плавает, его нижняя грань находится на глубине

$$h_2 = a \frac{\rho_K}{\rho_B} = 1,5 \text{ см}$$

Толщина слоя воды под кубиком определяется из уравнения

$$\frac{Sa\rho_B g + a^3 \rho_K g}{S} = (h_1 + h_2) \rho_B g$$

Поскольку численно $S = 3a^2$

$$(h_1 + h_2) \rho_B g = \frac{3a^3 \rho_B + a^3 \rho_K}{3a^2} = \frac{3\rho_B + \rho_K}{3} a$$

$$(h_1 + h_2) = \frac{3\rho_B + \rho_K}{3\rho_B g} a$$

$$h_1 = \frac{3\rho_B + \rho_K}{3\rho_B g} a - a \frac{\rho_K}{\rho_B} = \frac{3\rho_B - 2\rho_K}{3\rho_B g} a$$

$$h_1 = 2 \text{ см}$$

Перемещение центра тяжести кубика при погружении $\Delta h_{19} = h_1$. Учитывая это, перемещение центра тяжести всей налитой воды

$$\Delta h_{29} = \frac{a}{2} - \frac{(S - a^2)h_2\rho_B g(h_1 + \frac{h_2}{2}) + h_1 S \frac{h_2}{2} \rho_B g}{Sa\rho_B g} = 0,8 \text{ см}$$

Следовательно

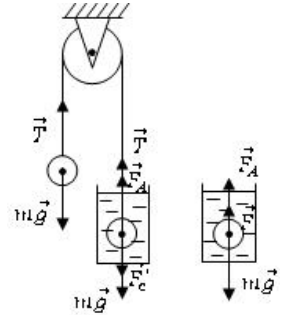
$$A = 0,033 \text{ Дж.}$$

Задача №10

Когда одинокий шарик движется в жидкости со скоростью v_0 , то на него действует сила тяжести $m\vec{g}$, сила Архимеда $\vec{F}_A$ и сила сопротивления $\vec{F}$. Так как шарик движется с постоянной скоростью, то

$F + F_A = mg$ (1), где k — некий коэффициент пропорциональности.

Когда шарик будет двигаться через блок, то на них будут действовать силы: тяжести $v - m\vec{g}$, сопротивления $\vec{F}'_c$ и сила натяжения нити $-\vec{T}$ и архимедова сила $\vec{F}_A$. Сопоставим первому закону Ньютона



$$\begin{cases} T - F'_c + F_A = mg \\ T = mg \end{cases}$$

Таким образом имеем

$$F'_c = F_A.$$

Из (1) выражения

$$kv_0 + \rho_0 g \frac{m}{\rho} = mg$$

Следовательно необходимо решить систему уравнений

$$\begin{cases} kv = \frac{\rho_0}{\rho} mg \\ kv_0 + \rho_0 g \frac{m}{\rho} = mg \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} kv = \frac{\rho_0}{\rho} mg \\ kv_0 = mg(1 - \frac{\rho_0}{\rho}) \end{cases}$$

Делим первое выражение на второе

$$\frac{v}{v_0} = \frac{\frac{\rho_0}{\rho}}{\frac{\rho - \rho_0}{\rho}} = \frac{\rho_0}{\rho - \rho_0}$$

$$v = \frac{\rho_0}{\rho - \rho_0}$$

Д.З.

Задача №1

В сосуде имеются две несмешивающиеся жидкости ρ_1 и ρ_2 ; толщина слоев этих жидкостей равна h_1 и h_2 , соответственно. С поверхности жидкости в сосуд опускают маленькое обтекаемое тело, которое достигает дна как раз в тот момент,

когда его скорость становится равной нулю. Какова плотность материала из которого сделано тело?

$$[\rho = \frac{\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2}{h_1 + h_2}]$$

Задача №5

Два тела, имеющих объемы V и $2V$, уравновешены на весах, затем большее тело погружено в масло, плотность которого $\rho_1 = 0,9 \text{ г/см}^3$. Какова должна быть плотность жидкости, в которую следует одновременно погрузить меньшее тело, чтобы равновесие весов не нарушилось?

$$[1,8 \text{ г/см}^3]$$

№ 403(№ 429); №404(№ 427); № 409(№ 432)

Занятие № 12

Тема: Основные положения молекулярно – кинетической теории Основные законы и формулы

Для характеристики масс атомов и молекул применяются величины, получившие название относительной атомной массы элемента и относительной молекулярной массы вещества.

Относительной молекулярной массой M_r вещества называют отношение массы молекулы этого вещества к $1/12$ массы атома углерода:

$$M_r = \frac{m_0}{m_{0C/12}},$$

Как следует из определения, величины A_r и M_r не имеют наименования. Единица массы, равная $1/12$ массы атома углерода, называется атомной единицей массы (а. е. м.). Атомная единица массы

$$m_{\text{ед}} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг.}$$

Масса атома, выраженная в килограммах, будет равна $A_r m_{\text{ед}}$. Количеством вещества ν называется отношение числа молекул N в данном теле к числу N_A атомов в $0,012 \text{ кг}$ углерода:

$$\nu = \frac{N}{N_A}.$$

(Если вещество состоит из отдельных атомов, не объединенных в молекулы, то под числом молекул надо подразумевать число атомов.)

Количество вещества, в котором содержится число частиц (атомов или молекул), равное числу атомов в $0,012 \text{ кг}$ углерода, называется молем.

Число атомов или молекул N_A , содержащиеся в моле вещества называется Авогадро:

$$N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

Массу моля вещества называют молярной массой M . молярная масса равна произведению массы молекулы m_0 на число Авогадро:

$$M = m_0 N_A.$$

По известным из таблицы Менделеева относительным атомным массам определяют относительную молекулярную массу M_r , а затем по формуле

$$M = 10^{-3} M_r \text{ кг/моль} \quad \text{молярную массу вещества.}$$

Решение задач

Задачи рассматриваемой темы можно условно разделить на следующие основные группы:

- задачи, в которых определяются и сравниваются размеры молекул и расстояния между ними;
- задачи, в которых определяются массы молекул, молярные массы вещества, количество вещества;
- задачи, в которых рассматриваются силы взаимодействия между молекулами.

Задачи для самостоятельного решения

Задача № 1. Плотность кобальта $\rho = 8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, молярная масса

$M = 59 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$. Среднее значение объема, занимаемого одним атомом кобальта, равно: 1) $0,61 \cdot 10^{-29} \text{ м}^3$; 2) $1,1 \cdot 10^{-29} \text{ м}^3$; 3) $1,27 \cdot 10^{-29} \text{ м}^3$; 4) $1,55 \cdot 10^{-29} \text{ м}^3$; 5) $6 \cdot 10^{-29} \text{ м}^3$.

Задача № 2. Определите число молекул, содержащихся в 64 г кислорода, молярная масса которого равна $0,032 \text{ кг/моль}$.

1) $3 \cdot 10^{23}$; 2) $6 \cdot 10^{23}$; 3) $12 \cdot 10^{23}$; 4) $16 \cdot 10^{23}$; 5) $24 \cdot 10^{23}$.

Задача № 3. Средняя квадратичная скорость молекул некоторого газа, находящегося при температуре 413 К , равна 350 м/с . Масса молекулы этого газа равна:

1) $1,4 \cdot 10^{-25} \text{ кг}$; 2) $1,8 \cdot 10^{-25} \text{ кг}$; 3) $2,2 \cdot 10^{-25} \text{ кг}$; 4) $2,6 \cdot 10^{-25} \text{ кг}$; 5) $3,1 \cdot 10^{-25} \text{ кг}$.

Задача № 4. Сколько молекул содержится в 1 см^3 воды? Каков приблизительный размер молекулы воды?

$[3,33 \cdot 10^{22}; 2,99 \cdot 10^{-26} \text{ кг}]$

Задача № 5. Хорошо откаченная лампа накаливания объемом 100 см^3 имеет трещину, в которую каждую секунду проникает миллион частиц газа. Сколько времени понадобится для наполнения лампы до нормального давления, если скорость проникновения газа остаётся постоянной? Температура 0°C .

$[\approx 90 \text{ млн лет}]$

Задача № 6. Какую массу имеют $2 \cdot 10^{23}$ молекул азота?

$[9,3 \cdot 10^{-3} \text{ кг}]$

Задача № 7. Какой объем занимает 100 моль ртути?

$$[1,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3]$$

Задача № 8. Где больше атомов: в стакане воды или в стакане ртути?

[В стакане воды в 2,46 раз больше]

Задача № 9. Считая, что объем молекулы воды равен $1,1 \cdot 10^{-23} \text{ см}^3$. Найти какой процент от всего пространства занятого водой, приходится на доле самих молекул?

[37 %]

Задача № 10. Вычислить число молекул воздуха, находящихся в помещении размером $6 \times 4 \times 2,5 \text{ м}$ при температуре 27°C и давлении $99,8 \text{ кПа}$.

$$[1,45 \cdot 10^{27}]$$

Указания:

Задача № 8.

Объемы жидкостей в стаканах одинаковы $V_1 = V_2 = V$. Количество атомов воды и ртути в стаканах соответственно равны:

$$N_1 = \frac{3m_1}{M_1} N_A = \frac{3\rho_1 V_1}{M_1} N_A$$
$$N_2 = \frac{3m_2}{M_2} N_A = \frac{\rho_2 V_2}{M_2} N_A$$

Найдем отношения

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{3\rho_1 V N_A}{M_1} \frac{M_2}{\rho_2 V N_A} = \frac{3\rho_1 M_2}{M_1 \rho_2}$$

Учитывая, что $\rho_1 = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, $\rho_2 = 13600 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, $M_1 = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ и $M_2 = 200 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$, найдем

$$\frac{N_1}{N_2} = 2,45.$$

Задача № 9.

Плотность воды $\rho_1 = 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Следовательно в 1 г находятся

$$N = \frac{m}{M} N_A = \frac{1}{18} 6,02 \cdot 10^{23} = 3,34 \cdot 10^{22} \text{ молекул.}$$

Следовательно если умножить вплотную все молекулы, которые содержатся в 1 г воды, то они займут объем

$$V = NV_0 = 3,34 \cdot 10^{22} \cdot 1,1 \cdot 10^{-29} = 3,67 \cdot 10^{-7} \text{ м}^3$$

Искомая величина

$$\frac{V}{V_0} \cdot 100\% = \frac{3,67 \cdot 10^{-7} \text{ м}^3}{10^{-6} \text{ м}^3} \cdot 100\% = 37\%$$

Следовательно между молекулами существует пространство, которое занимает 37 %.

Д.З. №455(№436); №457(№438); №462(№443); №468; №467(№ 448)

Тема: Газовые законы

Основные законы и формулы

Состояние идеального газа определяется тремя параметрами: объемом V , занимаемым газом, давлением p газа на стенки сосуда, его температурой T . При изменении одного из этих параметров в общем случае меняются и другие.

Если температура данной массы газа при изменении его объема давления остается постоянной (изотермический процесс), то выполняется закон Бойля — Мариотта

$$pV = \text{const.}$$

Поскольку плотность данной массы газа при постоянной температуре обратно пропорциональна объему газа $\rho = m/V$, то $\rho_1/\rho_2 = V_2/V_1$.

Зависимость между объемом данной массы газа и его температурой при постоянном давлении (изобарический процесс) определяется законом Гей-Люссака:

$$V_t = V_0(1 + \alpha t),$$

где V_t — объем газа при температуре $t^\circ\text{C}$; V_0 — объем газа при температуре 0°C ;

α — коэффициент объемного расширения (для всех газов одинаков и равен $1/273\text{ K}$). Применяя шкалу Кельвина, закон Гей — Люссака можно записать в более простой форме $V = V_0\alpha T$, откуда для двух произвольных состояний газа имеем:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

При изохорическом процессе ($V = \text{const}$) зависимость между давлением и температурой для данной массы газа выражается законом Шарля.

$$p_t = p_0(1 + \gamma t)$$

где p_t, p_0 — давления газа при температуре $t^\circ\text{C}$ и 0°C соответственно; γ — термический коэффициент давления (для всех газов одинаков и равен $1/273\text{ K}$). В абсолютной шкале температур закон Шарля имеет вид:

$$p = p_0\gamma t$$

Для двух произвольных состояний газа получим:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Если одновременно изменяются все три параметра газа, то:

$$pV = \frac{m}{M}RT,$$

где R — универсальная газовая постоянная: $R = 8,31\text{ Дж/(моль} \cdot \text{K)}$;

$\frac{m}{M} = \nu$ — число молей газа. Это уравнение можно представить в виде:

$$p = \frac{\rho}{M}RT,$$

где ρ — плотность газа при данной температуре T и давлении p .

Если в различных состояниях газа его масса остается неизменной, часто удобно применять уравнение состояния идеального газа в форме:

$$\frac{pV}{T} = \text{const.}$$

При переходе газа из одного состояния в другое

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

Если в сосуде имеется смесь газов, не вступающих друг с другом в химические реакции, то давление смеси газов равно сумме парциальных давлений:

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n = \sum_{i=1}^n p_i$$

Необходимо обратить внимание на то, что состояние газа, описываемое уравнением Менделеева — Клапейрона, определяется не массой, а числом молей газа. Это особенно важно при рассмотрении смеси газов. В этом случае полное давление смеси (при заданных объеме и температуре) будет определяться общим количеством молей:

$$pV = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \dots + \frac{m_n}{M_n} \right) RT$$

Решение задач

Задачи на законы идеальных газов можно условно разделить на две основные группы: к первой группе относятся задачи, в которых заданы параметры газа в начальном состоянии и некоторые параметры в конечном состоянии. Масса газа в условии не задана, известно лишь, что она не изменяется. Ко второй группе относятся задачи, где в условиях фигурирует масса газа и приведены некоторые параметры состояния или рассматриваются такие процессы, в которых масса газа изменяется. Необходимо найти неизвестные величины. Для более прочного и осмысленного усвоения соответствующих формул и физических законов многие задачи этой темы целесообразно решать с помощью графических изображений рассматриваемых процессов в различных координатных осях.

Задача № 1. На какой глубине радиус пузырька воздуха в двое меньше, чем у поверхности воды, если атмосферное давление у поверхности воды p_0 ? Температуру считать постоянной.

$$[h = \frac{7p_0}{\rho g}]$$

Задача № 2. Открытую с двух сторон стеклянную трубку длиной 1 м наполовину погружают во ртуть. Затем трубку закрывают сверху и вынимают. Какой длины x столбик ртути остается в трубке? Атмосферное давление 750 мм рт. ст.

$$[X = 25 \text{ см}]$$

Задача № 3. Воздух в подводной лодке на поверхности воды имеет температуру 35°C и давление 710 мм рт.ст. Пренебрегая изменением объема корпуса лодки, определить давление воздуха при ее погружении в слой воды, где температура воздуха в корпусе становится равной 5°C .

[640 мм рт.ст.]

Задача № 4. Масса 716 мг органического соединения, имеющего формулу $(\text{C}_3\text{H}_6\text{O})_n$ при давлении 10^5 Па и температуре 200°C занимает в газообразном состоянии объем 243 см^3 . Найти n .

[$n = 2$]

Задача № 5. Найти плотность углекислого газа при давлении 93,3 кПа и температуре 250 К.

[2 кг/м³]

Задача № 6. На дне сосуда, заполненного воздухом, лежит полый стальной шарик радиусом 2 см. Масса шарика 5 г. До какого давления надо сжать воздух в сосуде, чтобы шарик поднялся вверх? Считать, что воздух при больших давлениях подчиняется уравнению газового состояния. Температура воздуха 20°C , (сжатие воздуха происходит достаточно медленно).

[$126 \cdot 10$ Па]

Задача № 7. Два сосуда соединены между собой тонкой трубкой с краном. Емкость первого сосуда 2 л, он содержит газ под давлением 128 см рт.ст. Емкость второго сосуда 3,2 л, он содержит газ под давлением 42 см рт.ст. Какое давление установится в сосудах после того, как открыть кран соединительной трубки?

[75 см рт.ст.]

Задача № 8. 6 г углекислого газа и 5 г закиси азота заполняют сосуд объемом в 2 л. Какого общее давление в сосуде при температуре 127°C ?

[4,1 атм.]

Указания:

Задача № 4.

Согласно уравнению Менделеева-Клапейрона

$$pV = \frac{m}{M}RT \rightarrow M = \frac{m}{pV}RT$$

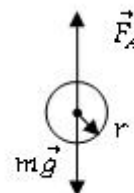
$$M = 116 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$$

$$h = \frac{M}{58 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}} = 2.$$

Задача № 6.

Для того чтобы шарик поднялся необходимо, чтобы

$$\begin{aligned}F_A &= mg \\F_A &= \rho_2 g \frac{4}{3} \pi r^3 \\ \rho_2 g \frac{4}{3} \pi r^3 &= mg \quad (1).\end{aligned}$$



Согласно уравнению Менделеева-Клапейрона

$$pV = \frac{m}{M}RT$$

Разделив обе части на V , получим

$$p = \frac{\rho_2}{M}RT; \quad \rho_2 = \frac{pM}{RT} \quad (2).$$

Подставляя (2) в (1), найдем

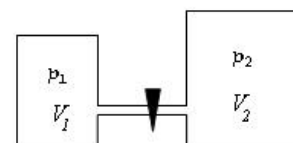
$$\begin{aligned}p &= \frac{3}{4} \frac{RT}{M \pi r^3} m; \\ p &= 126 \cdot 10^5 \text{ Па}.\end{aligned}$$

Задача № 7.

Предположим, что в сосудах находятся газы массами m_1 и m_2 , имея молярные массы соответственно M_1 и M_2 .

Согласно уравнению Менделеева-Клапейрона

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{m_1}{M_1}RT; \quad \frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{m_2}{M_2}RT.$$



После открытия крана в сосудах устанавливается давление p , а общий объем занимаемыми газами будет $V_1 + V_2$. Используем еще раз уравнение Менделеева-Клапейрона

$$\begin{aligned}p(V_1 + V_2) &= \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right)RT \\ p(V_1 + V_2) &= p_1 V_1 + p_2 V_2.\end{aligned}$$

Откуда

$$\begin{aligned}p &= \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2}{V_1 + V_2}; \\ p &= 75 \text{ см рт. ст}.\end{aligned}$$

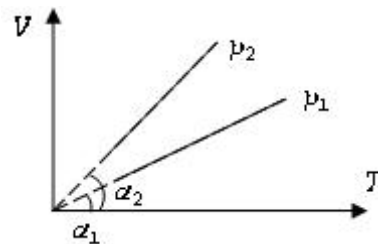
Д.З. 515(№ 454); №518(№456); №521(№458); №540(№481)

Занятие № 13
Тема: Газовые законы
(продолжение)

Задача № 1. Баллон, содержащий воздух под давлением $6 \cdot 10^5$ Па, соединяют с сосудом, из которого выкачен воздух. Объем сосуда в два раза меньше объема баллона. Определите установившееся давление, если процесс происходит при постоянной температуре.

[1) $9 \cdot 10^4$ Па; 2) $1 \cdot 10^5$ Па; 3) $2 \cdot 10^5$ Па; 4) $3 \cdot 10^5$ Па; 5) $4 \cdot 10^5$ Па.]

Задача № 2. На рисунке показаны две изобары для газа одной и той же массы. Углы наклона изобар к оси абсцисс равны α_1 и α_2 . Как относятся давление газа p_2/p_1 ?



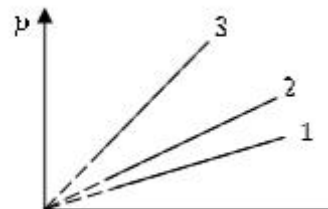
[1) $\cos \alpha_1 / \cos \alpha_2$; 2) $\operatorname{tg} \alpha_1 / \operatorname{tg} \alpha_2$; 3) $\sin \frac{\alpha_1}{\sin \alpha_2}$;
4) $\operatorname{tg} \alpha_2 / \operatorname{tg} \alpha_1$; 5) $\sin \alpha_2 / \sin \alpha_1$]

Задача № 3. Если из баллона, содержащего газ под давлением 5 МПа, выпустить 0,2 массы газа, поддерживая температуру постоянной, то давление в баллоне станет равным...

[1) 4 МПа; 2) 3 МПа; 3) 2 МПа; 4) 1 МПа; 5) 0,5 МПа]

Задача № 4.

На диаграмме pT представлена зависимость давления от температуры при изохорном нагревании различных масс одного и того же газа в одинаковых по объему сосудах. Что можно сказать о массах этого газа?



[1) $m_1 > m_2 > m_3$; 2) $m_1 < m_2 < m_3$; 3) $m_1 = m_2 = m_3$;
4) При различных значениях объема зависимость может быть
5) Для разных газов зависимость может быть разной]

Задача № 5. Если в баллоне находилось 120 кг газа (который можно считать идеальным) под давлением 10 МПа, а после выпуска из баллона некоторого количества Δm газа давление в баллоне стало равным 2,5 МПа, то это означает, что выпустили...газа. Температуру считать постоянной.

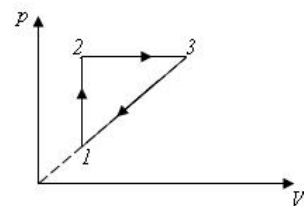
[1) $\Delta m = 90$ кг; 2) $\Delta m = 30$ кг; 3) $\Delta m = 60$ кг; 4) $\Delta m = 45$ кг; 5) $\Delta m = 75$ кг]

Задача № 6. Шар-зонд заполнен газом при температуре $t_1 = 27^\circ\text{C}$ до давления $p_1 = 105$ кПа. После подъема шара на высоту, где давление $p_0 = 80$ кПа, объем шара увеличился на $n = 5\%$ и давление в нем стало отличаться от внешнего на

$\Delta p = 5$ кПа. Определите температуру воздуха на этой высоте, предполагая, что газ в шаре приобрел температуру окружающего воздуха.

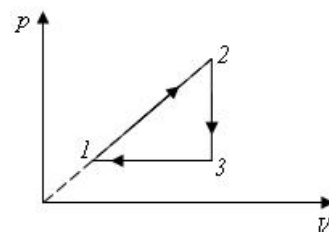
$$[-18^{\circ}\text{C}]$$

Задача № 7. Газ последовательно переводится из состояния 1 с температурой T_1 , в состояние 2 с температурой T_2 , а затем в состояние 3 с температурой T_3 и возвращается в состояние 1. Определите температуру T_3 , если процессы измерения состояния происходили так, как это показано на графике, а температуры T_1 , и T_2 , известны.

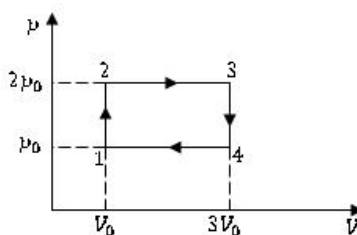


$$[T_3 = \frac{T_2^2}{T_1}]$$

Задача № 8. На рисунке показан график изменения состояния идеального газа в координатах p, V . Представьте этот процесс на графиках в координатах V, T и p, T .



Задача № 9. Одноатомный газ совершает показанный на рисунке цикл из двух изохор и двух изобар. Определите КПД цикла.



Задача № 10. Автомобиль движется со скоростью 72 км/ч. Мощность двигателя 60 кВт, его КПД равен 30 %. Определите расход бензина на 1 км пути.

$$[0,22 \text{ кг}]$$

Указания:

Задача № 7.

При переводе газа из состояния 1 с температурой T_1 в состояние 2 с температурой T_2 процесс изохорный и согласно закону Шарля

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}.$$

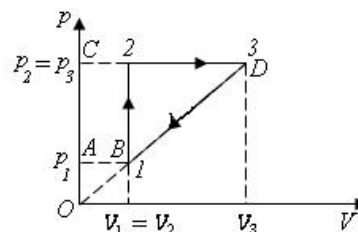
Когда газ переводят из состояния 2 $\rightarrow$ 3 процесс изобарный ($p = \text{const}$) и согласно закону Гей-Люссака

$$\frac{V_1}{T_2} = \frac{V_3}{T_3}$$

Из подобия треугольников OAB и OCD имеем

$$\frac{V_1}{p_1} = \frac{V_3}{p_2}$$

Следовательно необходимо решить систему уравнений

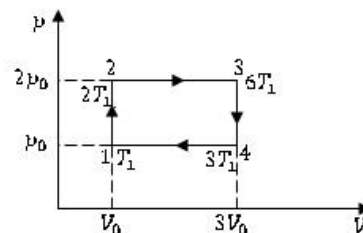


$$\begin{cases} p_1 T_2 = p_2 T_1 \\ V_1 T_3 = V_3 T_2 \\ p_1 V_3 = p_2 V_1 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} p_1 V_3 T_2^2 = p_2 V_1 T_1 T_3 \\ p_1 V_3 = p_2 V_1 \end{cases} \leftrightarrow T_2^2 = 3 T_1; T_3 = \frac{T_2^2}{T_1}$$

Задача № 9.

Переход из состояния 1 в состояние 2 осуществляется изохорически, поэтому согласно первому закону термодинамик (работа $A_{12} = 0$, так как $A_0 = const$)

$$Q_{12} = \Delta U_{12} = \frac{3m}{2M} RT_1$$



Переход из состояния 2 в состояние 3 осуществляется изобарически

$$Q_{23} = A_{23} + \Delta U_{23} = 4 \frac{m}{M} RT_1 + \frac{3m}{2M} R 4T_1 = \frac{20m}{2M} RT_1;$$

Следовательно количество теплоты полученное газом

$$Q_1 = Q_{12} + Q_{23} = \frac{23m}{2M} RT_1$$

Далее газ отдает количество теплоты при переходе из состояния $3 \rightarrow 4$ и $4 \rightarrow 1$

$$\begin{aligned} Q_{34} &= \Delta U_{34} = \frac{9m}{2M} RT_1; \\ Q_{41} &= \Delta U_{41} = \frac{2m}{M} RT_1 + \frac{6m}{2M} RT_1 = \frac{10m}{2M} RT_1; \\ Q_2 &= Q_{34} + Q_{41} = \frac{19m}{2M} RT_1; \end{aligned}$$

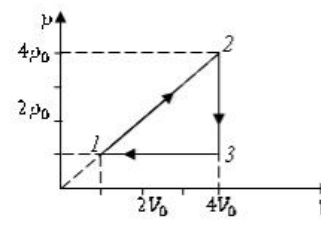
КПД цикла

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \cdot 100\%; \\ \eta &= 17\% \end{aligned}$$

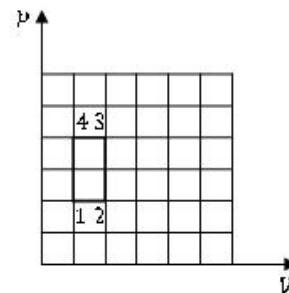
Примечание: Температуру в каждом состоянии определяют, используя законы Шарля и Гей-Люссака

Д.3.

Задача № 1. Рабочим телом тепловой машины является одноатомный идеальный газ. Определите КПД тепловой машины, график цикла которой показан на рисунке.



Задача № 2. На рисунке представлен график некоторого процесса происходящего с идеальным газом, в координатах (p, T) . Вычертить этот графика в координатах (p, V) .



Задачи: № 506(№ 502); № 505(№ 473); № 545(№ 507)

Занятие № 15

Тема: Теплота. Первое начало термодинамики.

Основные законы и формулы

Количество теплоты Q полученное телом массой m при нагревании или отданное им при охлаждении, определяется формулой:

$$Q = cm\Delta t,$$

где c — удельная теплоёмкость тела.

Количество теплоты Q , необходимое для перехода массы вещества m твердого состояния в жидкое при температуре плавления, определяется формулой:

$$Q = \lambda m,$$

где λ — удельная теплота плавления.

Количество теплоты, необходимое для превращения массы жидкости в пар при температуре кипения, определяется формулой:

$$Q = rm,$$

где r — удельная теплота парообразования. При полном сгорании топлива массой m выделяется количество теплоты:

$$Q = qm,$$

где q — удельная теплота сгорания топлива.

Количество теплоты, сообщенное системе, идет на изменение ее внутренней энергии и на совершение системой работы над внешними телами:

$$Q = \Delta U + A.$$

Это соотношение представляет собой закон сохранения энергии в тепловых процессах и называется первым законом термодинамики.

Работа, совершаемая газом при расширении от объема V_1 до V_2 , если давление остается постоянным, определяется выражением:

$$A = p(V_2 - V_1).$$

Коэффициент полезного действия теплового двигателя называют отношение работы A , совершаемую двигателем, к количеству теплоты Q_1 , полученному от нагревателя:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} \quad \text{или} \quad \eta = (Q_1 - Q_2)/Q_1,$$

где Q_2 - количество теплоты, переданное холодильнику. Коэффициент полезного действия идеальной тепловой машины:

$$\eta_{\max} = (T_1 - T_2) / T_1,$$

где T_1 – температура нагревателя; T_2 – температура холодильника.

Решение задач

Задачи данной темы, решение которых основано на применении закона сохранения и превращения энергии к тепловым явлениям, можно разделить на три основные группы. К первой группе относятся задачи, описывающие процессы, при которых в результате взаимодействия имеет место только теплообмен между телами, работа над внешней средой не совершается. Вторую группу составляют задачи, описывающие процессы, связанные с превращением одного вида энергии в другой при взаимодействии двух тел. К третьей группе относятся задачи, в которых описываются тепловые процессы, происходящие в идеальных газах.

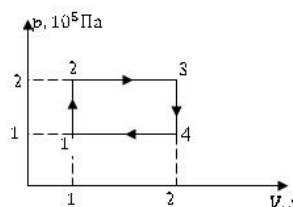
Задачи для самостоятельного решения

Задача № 1. В калориметр с малой теплоёмкостью налили 0,25 кг масла при 16°C . После опускания в масло тела из меди массой 0,5 кг при 100°C в калориметре установилась температура 37°C . удельная теплоёмкость меди равна 380 Дж/кгК. Удельная теплоёмкость масла по данным опытам равна:

- [1) 2280 Дж/кг $^\circ\text{C}$; 2) 230 Дж/кг $^\circ\text{C}$; 3) 22 Дж/кг $^\circ\text{C}$; 4) 22000 Дж/кг $^\circ\text{C}$; 5) 25000 Дж/кг $^\circ\text{C}$]

Задача № 2. Тепловая машина, использующая идеальный одноатомный газ, работает по замкнутому циклу, изображенному на (p, V) диаграмма. КПД тепловой машины составляет:

- [1) 10,1 %; 2) 12,3 %; 3) 15,4 %; 4) 18,4 %; 5) 20,2 %]



Задача № 3. Работа, совершенная газом за цикл в идеальной тепловой машине в 4 раза меньше теплоты, отданной газом. Отношение абсолютной температуры нагревателя к абсолютной температуре холодильника составляет:

- [1) 1,25; 2) 2,00; 3) 2,25; 4) 2,50; 5) 4,00.]

Задача № 4. Удельная теплоёмкость свинца равна 130 Дж/кгК, удельная теплота плавления свинца равна 24 кДж/кг, а его температура плавления составляет 600 К. Чтобы растопить половину куска свинца массой 1 кг, находящегося при температуре 300 К, необходимо сообщить ему количество теплоты.

- [1) 45 кДж; 2) 51 кДж; 3) 60 кДж; 4) 75 кДж; 5) 80 кДж]

Задача № 5. Стальной шар массой 10 кг упал с высоты 87 м и подскочил при ударе на высоту 1,6 м. На сколько градусов нагрелось железо при ударе? Удельная теплоёмкость стали:

$$C = 460 \text{ Дж/кгК.}$$

$$[\approx 2^\circ\text{C}]$$

Задача № 6. При изобарическом нагревании аргон совершил работу $A = 8 \text{ Дж}$. Какое количество теплоты было сообщено газу?

$$[20 \text{ Дж}]$$

Задача № 7. Свинцовая пуля массы 10 г, летящая горизонтально со скоростью 300 м/с, попадает в неподвижный стальной кубик массы 100 г, лежащий на гладком горизонтальном столе. Какова будет температура обоих тел после удара? Удар считать абсолютно неупругим, температура пули в момент удара 25°C , кубика 15°C . потерями тепла пренебречь. Удельная теплоёмкость стали 460 Дж/кгК.

$$[24,3^\circ\text{C}]$$

Задача № 8. Тело массой $m = 1 \text{ кг}$ скользит по наклонной плоскости длиной $l = 21 \text{ м}$, которая образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Скорость тела у основания наклонной плоскости равна $V = 4,1 \text{ м/с}$. вычислите количество теплоты, выделившейся при трении тело о плоскости, если начальная скорость тела равна нулю.

$$[94,7 \text{ Дж}]$$

Задача № 9. В калориметр с $m = 100 \text{ г}$ льда при $t = 0^\circ\text{C}$ впущен пар при температуре 100°C . Сколько воды окажется в калориметре непосредственно после того, как весь лед растает? Удельная теплота плавления

льда $\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$. Теплоёмкостью калориметра пренебречь. Удельная теплота

парообразования воды $2,26 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$, удельная теплоёмкость воды Дж/кгК.

$$[112,5 \text{ г}]$$

Задача № 10. Смесь состоящую из $m_1 = 5 \text{ кг}$ льда и $m_2 = 15 \text{ кг}$ воды при общей температуре $\theta = 0^\circ\text{C}$, нужно нагреть до температуры $t_1 = 80^\circ\text{C}$ пропусканием водяного пара при

$t_2 = 100^\circ\text{C}$. Определить необходимое количество пара. Удельная теплота плавления льда

$\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$. Удельная теплота парообразования воды при 100°C ,

$r = 22,6 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$.

$$[m \approx 3,6 \text{ кг}]$$

Указания:

Задача № 6.

При изобарическом нагревании первый закон термодинамики имеет вид

$$Q = A + \Delta U$$
$$A = p\Delta V = \frac{m}{M} R \Delta T$$
$$\Delta U = \frac{3}{2} \frac{m}{M} R \Delta T = \frac{3}{2} A$$

Следовательно

$$Q = A + \frac{3}{2} A = \frac{5}{2} A$$
$$Q = 20 \text{ Дж}$$

Задача № 10.

Количество теплоты необходимое для плавления льда и затем воду полученную из льда нагреть до $t_1 = 80^\circ\text{C}$

$$Q_1 = m_1 \lambda + m_1 c_B (t_1 - 0)$$

Количество теплоты необходимо для нагревания $m_2 = 15 \text{ кг}$ воды от θ до t_1

$$Q_2 = m_2 c_B (t_1 - 0)$$

Количество теплоты, отданное паром

$$Q_3 = m_3 r + m_3 c_B (t_2 - t_1), \text{ где } t_2 = 100^\circ\text{C}$$

Составляя уравнение теплового баланса, найдем m_3

$$Q_1 + Q_2 = Q_3$$
$$m_3 = \frac{m_1 [\lambda + c_B (t_1 - 0)] + m_2 c_B (t_1 - 0)}{r + c_B (t_2 - t_1)}$$
$$m_3 = 3,6 \text{ кг.}$$

Д.З. № 603(№ 574); № 653(№ 641); № 655(№ 575); № 663; № 670(№ 534)

Занятие № 16

Тема: Электродинамика.

Закон сохранения электрического заряда.

Взаимодействие заряженных тел

Основные законы и формулы

В электрически нейтральной системе содержится одинаковое количество элементарных зарядов противоположного знака. Если электрическая нейтральность тела нарушена, то оно называется наэлектризованным.

При всех явлениях, связанных с перераспределением электрических зарядов в изолированной системе взаимодействующих тел, алгебраическая сумма электрических зарядов сохраняется постоянной:

$$\sum_{i=1}^n q_i = \text{const}$$

Раздел электродинамики посвященный изучению покоящихся электрических зарядов, называют электростатикой. Основной закон электростатики - закон Кулона:

$$F = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{\varepsilon r^2}$$

где – $k = 1/4\pi\varepsilon_0$ – коэффициент пропорциональности; ε_0 – электрическая постоянная вакуума в СИ; ε диэлектрическая проницаемость среда.

Решение задач

Задачи по этой теме условно можно разделить на две группы: задачи на расчет сил взаимодействия точечных зарядов и задачи, при решении которых определяются или учитываются условия равновесия системы точечных зарядов. При решении таких задач полезно придерживаться следующего порядка выполнения основных действий: расставить силы, действующие на точечный заряд и записать основное уравнение динамики материальной точки. Если взаимодействуют более двух зарядов, следует учесть принцип независимости действия электрических зарядов. Затем выразить силы электрического взаимодействия через заряды и поля и, подставив их в основное уравнение динамики, записать его в развернутом виде. Если при взаимодействии заряженных тел между ними происходит перераспределение зарядов, к составленному уравнению добавляется уравнение закона сохранения электрических зарядов.

Задачи второй группы в отличие от первой являются комбинированными. Их решение основано на применении закона Кулона и вытекающих из него следствий. При их решении следует обратить внимание на характер устойчивости равновесия зарядов: если равновесие заряда является устойчивым по отношению к перемещению вдоль прямой, соединяющих три заряда, то оно будет неустойчивым относительно перемещения по всем другим направлениям. Это обстоятельство является частным выражением общей теоремы о том, что в системе свободных электрических зарядов невозможно осуществить устойчивое равновесие.

Задачи для самостоятельного решения

Задача № 1. Два заряда, находясь в воздухе на расстоянии 0,05 м, действуют друг на друга с силой $1,2 \cdot 10^{-4}$ Н, а в некоторой непроводящей жидкости на расстоянии 0,12 м с силой $1,5 \cdot 10^{-5}$ Н. Какова диэлектрическая проницаемость жидкости?

[1,4]

Задача № 2. Два тела, имеющие отрицательные электрические заряды, отталкиваются в воздухе с силой 0,9 Н. Определить число избыточных электронов в каждом теле, если расстояние между зарядами 8 см.

[$5 \cdot 10^{12}$]

Задача № 3. Проводящий шарик, несущий заряд $1,8 \cdot 10^{-8}$ Кл, привели в соприкосновение с такими же двумя шариками, один из которых имел заряд $-0,3 \cdot 10^{-5}$ Кл, а другой был не заряжен. Как распределился заряд между шариками? С какой силой будут взаимодействовать в вакууме два из них на расстоянии 5 см один от другого?

$$[0,5 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}; 9 \cdot 10^{-5} \text{ Н}]$$

Задача № 4. Два точечных заряда q_1 и q_2 находятся на расстоянии r друг от друга. Если расстояние между ними уменьшится на величину $\Delta r = 50$ см, то сила взаимодействия увеличивается в два раза. Найти расстояние r .

$$[1,71 \text{ м}]$$

Задача № 5. Два положительных заряда $q = 5 \cdot 10^{-6}$ Кл каждый закреплены на расстоянии $r = 1$ м друг от друга. Найти силу действующую, на заряд $Q = 10^{-6}$ Кл, удаленный от каждого из них на расстоянии $d = 0,75$ м. Система находится в вакууме.

$$[F = 0,12 \text{ Н}]$$

Задача № 6. Два одинаковых маленьких проводящих шарика подвешены на длинных непроводящих нитях к одному крючку. Шарика заряжены одинаковыми зарядами и находятся на расстоянии $a = 5$ см друг от друга. Один из шариков разрядили. Каким стало расстояние между шариками?

$$[\frac{a}{\sqrt[3]{4}}]$$

Задача № 7. Три одинаковых точечных заряда по 9 нКл расположены по вертикали равностороннего треугольника. Какой точечный заряд q_0 нужно поместить в центре треугольника, чтобы система находилась в равновесии?

$$[5,2 \text{ нКл}]$$

Задача № 8. Три маленьких шарика массой $m = 10$ г каждый подвешены на шелковых нитях длиной по 1 м, сходящихся наверху в одном узле. Шарика одинаково заряжены и висят в вершинах равностороннего треугольника со стороной 0,1 м. Каков заряд каждого шарика?

$$[p \approx 6 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}]$$

Задача № 9. Шарик массой m с зарядом q , подвешенный на нити длиной L , вращается вокруг неподвижного заряда, такого же, как и заряд шарика. Угол между направлением нити и вертикалью равен α . Найти угловую скорость равномерного вращения шарика и силу натяжения нити.

$$[\omega = \sqrt{\frac{q}{\ell \cos \alpha} - \frac{kq^2}{m\ell^3 \sin^3 \alpha}}; F = \frac{mg}{\cos \alpha}]$$

Задача № 10. В вершинах квадрата находятся четыре одинаковых заряда q . Какой заряд Q нужно поместить в центре квадрата, чтобы система находилась в равновесии? Будет ли это равновесие устойчивым?

$$[Q = -q(1 + 2\sqrt{2})/4; \text{Равновесие неустойчивое}]$$

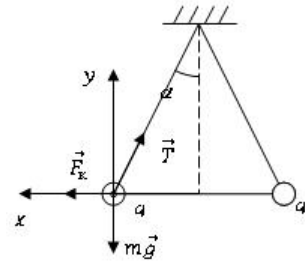
Указания:

Задача № 6.

На каждый из шариков действуют: сила тяжести $m\vec{g}$, сила упругости нити $\vec{T}$ и кулоновская сила $\vec{F}_K$.

Запишем условия равновесия

$$\begin{cases} F_K - T \sin \alpha = 0 \\ T \cos \alpha = mg \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} T \sin \alpha = F_K \\ T \cos \alpha = mg \end{cases}$$



Разделив первое выражение на второе, получим

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{F_K}{mg} \text{ учитывая, что } F_K = \frac{kq^2}{a^2} \text{ имеем} \\ \frac{kq^2}{a^2} &= mg \operatorname{tg} \alpha. \end{aligned}$$

Так как нити длинные, то угол α — мал, следовательно $\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{2l}$

$$kq^2 = a^2 mg \frac{a}{2l} \quad (1).$$

Когда один из шариков разрядим, то после их соприкосновения (учитывая закон сокращения заряда), каждый из них будет иметь заряд $\frac{q}{2}$

Рассуждая аналогично, получим выражение

$$k \frac{q^2}{4} = b^2 mg \frac{b}{2l} \quad (2).$$

Разделив (1) на (2), найдем в

$$4 = \frac{a^3 mg}{2l} \frac{2l}{b^3 mg}$$

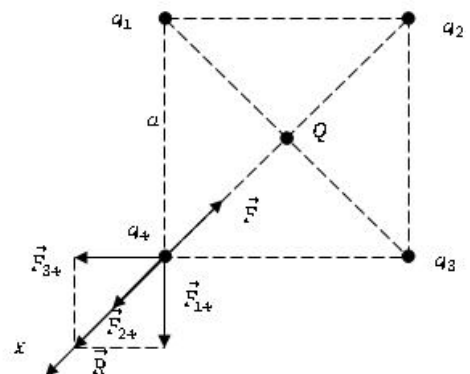
$$\begin{aligned} 4 &= \frac{a^3}{b^3}; \quad b^3 = \frac{a^3}{4} \\ b &= \frac{a}{\sqrt[3]{4}} \end{aligned}$$

Задача № 10.

На каждый из зарядов находящихся в вершинах квадрат будут действовать силы указанные на рисунке $\vec{F}_{34}$ — сила отталкивания между зарядами q_3 и q_4 ; $\vec{F}_{24}$ — сила отталкивания между зарядами q_2 и q_4 ; $\vec{F}_{14}$ — сила отталкивания между зарядами q_1 и q_4 . Поэтому равнодействующая этих сил должна компенсироваться за счет силы притяжения зарядов q_3 и Q — F . Поэтому заряд Q — естественно должен быть отрицателен. Исходя из вышеизложенного, имеем

$$R + F_{24} = F, \text{ где}$$

R — равнодействующая сил $\vec{F}_{34}$ и $\vec{F}_{14}$



$$\sqrt{F_{34}^2 + F_{14}^2} + F_{24} = F$$

Учитывая, что

$$\begin{aligned} F_{34} &= F_{14} = k \frac{q^2}{a^2} \\ F_{24} &= k \frac{q^2}{2a^2} \\ F &= k \frac{qQ}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = k \frac{2qQ}{a^2}. \end{aligned}$$

Получим выражение

$$\begin{aligned} k \frac{\sqrt{2}q^2}{a^2} + k \frac{q^2}{2a^2} &= k \frac{2qQ}{a^2} \\ q\sqrt{2} + \frac{q}{2} &= 2Q \\ q2\sqrt{2} + q &= 4Q \\ q(2\sqrt{2} + 1) &= 4Q \end{aligned}$$

Откуда

$$Q = -q \frac{2\sqrt{2} + 1}{4}$$

Д.З. № 686(№ 658); № 690(№ 666); № 694(№ 665); № 693(№ 668); № 696(№ 669)

Занятие № 17

Тема: Закон сохранения электрического заряда.
Взаимодействие заряженных тел.
(продолжение)

Задача № 1. Одинаковые небольшие проводящие шарики, заряженные разноименными зарядами $q_1 = 10$ мКл и $q_2 = -40$ мКл, находятся на расстоянии L_1 друг от друга (L много больше радиуса шариков). Шарики привели в соприкосновение и развели на расстояние L_2 . Если силы взаимодействия между шариками не изменилась, то отношение расстояний L_1/L_2 равно:

[1) 0,5; 2) 0,75; 3) 1,25; 4) 2,25; 5) 6]

Задача № 2. Два одинаковых проводящих шарика с зарядами q_1 и q_2 находятся на расстоянии r друг от друга. Шарики привели в соприкосновение и вновь удалили на прежнее расстояние. Доказать, что сила взаимодействия между зарядами во втором случае больше, чем в первом.

Задача № 3. Шарик массой 150 мг, подвешенный на непроводящей нити, имеет заряд

– $10 \cdot 10^{-9}$ Кл. На расстоянии 32 см от него снизу помещается второй маленький шарик. Каким должен быть по величине и знаку его заряд, чтобы натяжение нити увеличилось в два раза?

$$[1,7 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}]$$

Задача № 4. Сила тяготения между двумя наэлектризованными шариками массой по 1 г уравновешена электрической силой отталкивания. Считая заряды шариков равными, определить их величину. Почему при взаимодействии наэлектризованных тел, малых по массе, можно не учитывать гравитационные силы? Разобрать на примере взаимодействия двух электронов.

$$[0,86 \cdot 10^{-13} \text{ Кл}]$$

Задача № 5. С какой силой F будут притягиваться два одинаковых свинцовых шарика радиуса $r = 1$ см, расположенные на расстоянии $R = 1$ м друг от друга, если у каждого атома первого шарика отнять по одному электрону и все эти электроны перенесли на второй шарик? Атомная масса свинца $A = 207$, плотность $\rho = 11,3$ г/см³

$$[4,38 \cdot 10^{18} \text{ Н}]$$

Задача № 6. Два заряда $q_1 = 6 \cdot 10^{-6}$ Кл и $q_2 = -4 \cdot 10^{-6}$ Кл закреплены на расстоянии $r = 1$ м друг от друга. Где нужно поместить третий заряд, чтобы он находился в равновесии? Подумайте, будет ли равновесие устойчивым.

$$[x = r \frac{\sqrt{|q_2|}}{\sqrt{|q_1|} - \sqrt{|q_2|}} \approx 4,45 \text{ м}]$$

Задача № 7. Три шарика соединены между собой резиновыми нитями одинаковой длины l так, что образовался правильный треугольник. Система лежит на гладком горизонтальном столе. Какие одинаковые по знаку и величине заряды надо поместить на шарик, чтобы площадь треугольника увеличилась в n раз? Жесткость нитей k' .

$$[q = \sqrt{\frac{kl^2 n(\sqrt{n}-1)}{k'}}]$$

Задача № 8. Два заряженных шарика, подвешенных на нитях одинаковой длины, опускаются в керосин плотностью 0,8 г/см³. Какова должна быть плотность материала шариков, чтобы угол расхождения нитей в воздухе и в керосине был один и тот же? Диэлектрическая проницаемость керосина $\varepsilon = 2$.

$$[1,6 \text{ г/см}^3]$$

Задача № 9. Свинцовый шарик ($\rho = 11,3$ г/см³) диаметром 0,5 см помещен в глицерин ($\rho = 1,26$ г/см³). определить заряд шарика, если в однородном электростатическом поле шарик оказался взвешенным в глицерине. Электрическое поле направлено вертикально вверх и его напряженность $E = 4$ кВ/см.

$$[1,61 \text{ нКл}]$$

Задача № 10. Два одинаковых заряженных шарика, подвешенных на нитях равной длины в одной точке, разошлись в воздухе на некоторый угол 2α . Какова должна быть плотность ρ материала шариков, чтобы при погружении их в керосин (диэлектрическая проницаемость 2) угол между нитями не изменится? Плотность керосина 800 кг/м^3

$$[1,6 \cdot 10^3 \text{ г/см}^3]$$

Указания:

Задача № 7.

Площадь треугольника

$$S_1 = \frac{l \cdot l\sqrt{3}}{4} = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$$

После того как шарики зарядим площадь треугольника будет равна

$$S_2 = nS_1; S_2 = \frac{l_1^2\sqrt{3}}{4}.$$

Следовательно

$$\frac{l^2\sqrt{3}}{4} = n \frac{l_1^2\sqrt{3}}{4}; l_1 = \sqrt{n}l.$$

Следовательно, каждая сторона треугольника, увеличенная

на $\Delta x = l_1 - l = l(\sqrt{n} - 1)$ После того как шарика зарядили, на каждый из них будут действовать силы $\vec{F}_{13}$, $\vec{F}_{23}$ кулоновские силы отталкивания; $\vec{T}$ — сила упругости резинового шнура. Таким образом, система шаров будет находиться в равновесии, как

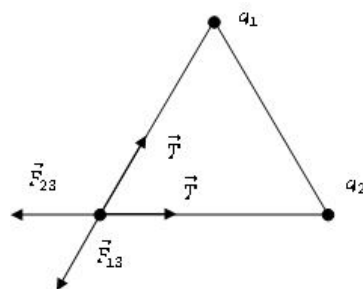
$$\begin{aligned} F_{23} &= T \\ F_{13} &= T \end{aligned}$$

Или

$$k' \frac{q^2}{nl^2} = kl(\sqrt{n} - 1), \quad \text{где}$$

$k' = \frac{1}{4\pi_0}$, k - коэффициент жесткости резиновой нити

$$\begin{aligned} k'q^2 &= knl^3(\sqrt{n} - 1) \\ q &= \sqrt{\frac{knl^3(\sqrt{n} - 1)}{k'}} \end{aligned}$$



Задача № 10.

В керосине, кроме кулоновской, тяжести и упругости сил, действует еще и архимедова сила $\vec{F}_A$.

Запишем условия равновесия для каждого из случаев

$$\begin{cases} F_K - T \sin \alpha = 0 \\ T \cos \alpha - mg = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} F'_K - T_1 \sin \alpha = 0 \\ T_1 \cos \alpha + F_A = mg \end{cases}$$

$$\begin{cases} k \frac{q^2}{r^2} = T \sin \alpha \\ mg = T \cos \alpha \end{cases} \quad \begin{cases} k \frac{q^2}{r^2} = T_1 \sin \alpha \\ mg = T_1 \cos \alpha - \rho_K g \frac{m}{\rho} \end{cases}$$

$$k \frac{q^2}{mgr^2} = \operatorname{tg} \alpha \quad (1)$$

$$k \frac{q^2}{r^2(mg - \rho_K g \frac{m}{\rho})} = \operatorname{tg} \alpha \quad (2)$$

Сравнивая (1) и (2) получим

$$k \frac{q^2}{mgr^2} = k \frac{q^2}{r^2 mg(1 - \frac{\rho_K}{\rho})}$$

$$1 = \frac{1}{(1 - \frac{\rho_K}{\rho})}$$

$$1 - \frac{\rho_K}{\rho} = 1$$

$$\frac{\rho_K}{\rho} = -1 \rightarrow \rho = \frac{\rho_K}{-1}$$

$$\rho = 1,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$$

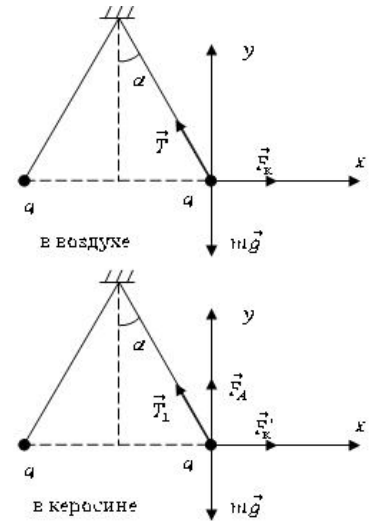
Д.З.

Задача № 697. На нитях длиной 1 м, закрепленных в одной точке, подвешены два одинаковых шарика массой 2,7 г каждый. Когда шарикам сообщили одинаковые одноименные заряды, они разошлись и нити образовали угол 60° . Найти заряд каждого шарика.

[1,32 мкКл]

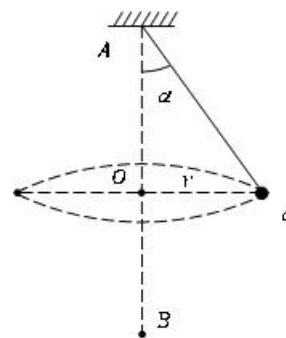
Задача № 2. Три отрицательных заряда величиной $9 \cdot 10^{-9}$ Кл каждый расположены в вершинах равностороннего треугольника. Какой заряд надо поместить в центре треугольника, чтобы система находилась в равновесии? Будет ли это равновесие устойчивым?

[$5 \cdot 10^{-9}$ Кл]



Задача № 3.

Заряженный шарик массой 10 г, подвешенный на изолирующей нити, движется с постоянной угловой скоростью 10 с^{-1} по окружности радиусом 5 см. Под точкой подвеса A находится другой неподвижный заряженный шарик. Расстояние AO и OB равны, угол $\alpha = 45^\circ$. Заряды обоих шариков одинаковы. Найдите эти заряды.



$$[13,5 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}]$$

Задача № 4. Небольшой металлический шарик массой m подвешенный на нити длиной l , колеблется по закону математического маятника над бесконечной равномерно заряженной проводящей горизонтальной плоскостью с плотностью заряда σ . Заряд шарика — q . Определить период колебания шарика

$$[T = 2\pi \sqrt{\frac{2_0 ml}{2_0 mg - q\sigma}}]$$

Занятие №18

Тема: Напряженность электрического поля.

Проводники и диэлектрики в электрическом поле

Основные законы и формулы

Электрическое поле характеризуется напряженностью E , измеряемой силой F , действующей в данной точке поля на единичный пробный положительный заряд:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}.$$

Модуль напряженности поля точечного заряда q в точке, расположенной на расстоянии r от заряда, определяется по формуле

$$E = k \frac{q}{r^2}.$$

Напряженность электростатического поля системы n зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых каждым из них в отдельности :

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i.$$

Равномерно заряженная бесконечная плоскость создает однородное электростатическое поле, модуль напряженности которого определяется по формуле

$$E = \frac{\sigma}{2_0}.$$

Модуль напряженности поля двух равномерно и разноименно заряженных бесконечных параллельных плоскостей вне плоскостей равен нулю, а между ними определяется по формуле

$$E = \frac{\sigma}{0}.$$

Решение задач

Задачи по этой теме целесообразно разделить на следующие основные группы: задачи на вычисление напряженности поля точечных зарядов; задачи на расчет напряженности заряженных тел, размеры которых нельзя не учитывать; задачи на применение явления электростатической индукции.

Задача № 1. Два заряда $6 \cdot 10^{-7}$ Кл и $-2 \cdot 10^{-7}$ Кл расположены в керосине на расстоянии 0,4 м друг от друга. Определить напряженность электрического поля в точке, расположенной на середине отрезка прямой, соединяющей центры зарядов.
[$9 \cdot 10^4$ Н/Кл]

Задача № 2. Два одноименных заряда 0,27 мкКл и 0,17 мкКл находятся на расстоянии 20 см друг от друга. Определить, в какой точке на прямой между зарядами напряженность равна нулю.
[12,3 см]

Задача № 3. В вершинах равностороннего треугольника со стороной a находятся заряды $+q$, $+q$, $-q$. Найти напряженность поля в центре треугольника.
[$E = 6 kq/a^2$]

Задача №4. В однородном электрическом поле с напряженностью 3 МВ/м, силовые линии которого составляют с вертикалью угол 30° , висит на нити шарик массой 2 г, а заряд равен 3,3 нКл. Определить силу натяжения нити.
[$2,9 \cdot 10^{-2}$ Н; $1,2 \cdot 10^{-2}$ Н]

Задача № 5. Заряд равномерно распределен по объему шара радиусом R , из непроводящего материала с объемной плотностью ρ . Определить напряженности поля в точках, расположенных на расстоянии $r_1 < R$ от центра шара и $r_2 > R$. построить график зависимости $E = E(r)$.

Задача № 6. Четыре одинаковых заряда по 40 мкКл расположены в вершинах квадрата со стороной $a = 2$ м. Какова будет напряженность на расстоянии $2a$ от центра квадрата на продолжении диагонали?
[0,1 МВ/м]

Задача № 7. Два заряженных шарика с массами 0,2 г и 0,8 г, обладающих зарядами $3 \cdot 10^{-7}$ Кл и $2 \cdot 10^{-7}$ Кл соответственно, соединены легкой непроводящей нитью длиной 20 см и движутся вдоль силовой линии однородного электрического поля. Напряженность поля равна 10^4 Н/Кл и направлена вертикально вниз. Определить ускорение шариков и натяжение нити. Ускорение свободного падения $g = 9,8$ м/с².
[$14,8$ м/с²; $15,5$ мН]

Задача № 8. Электрическое поле создано двумя равномерно заряженными концентрическими сферами, радиусы которых $R_1 = 2$ см и $R_2 = 4$ см. Заряд сфер соответственно равен $Q_1 = 1$ нКл и $Q_2 = -2$ нКл. Определите

напряженность поля в точках, лежащих от центра сфер на расстоянии 1 см; 3 см; 5 см.

$$[0; 10^4 \text{ Н/Кл}; -7,2 \cdot 10^2 \text{ Н/Кл}]$$

Задача № 9. Сосуд с маслом, диэлектрическая проницаемость которого $\epsilon = 5$, помещен в вертикальное однородное электрическое поле. В масле находится во взвешенном состоянии алюминиевый шарик диаметром $d = 3 \text{ мм}$, имеющий заряд $q = 10^{-7} \text{ Кл}$. Определить напряженность электрического поля, если плотность алюминия $\rho_{Al} = 2,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, а масла $\rho_m = 0,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$

$$[E_0 = \frac{\pi d^3 g(\rho_{Al} - \rho_m)}{6q}]$$

Указания:

Задача № 5.

Электрическое поле на расстоянии $r_1 < R$ от центра шара создается только зарядами, находящимися внутри шара радиусом r_1 , так как заряженный внешний сферический слой внутри себя поля не создает. Заряд шара радиусом r_1

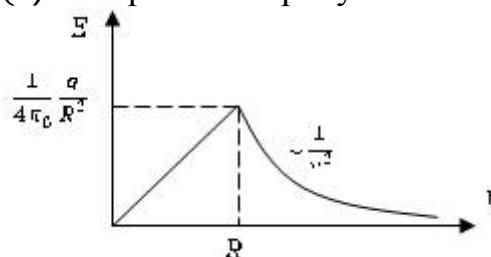
$q_1 = \frac{4}{3} \pi r_1^3 \rho$, и на своей поверхности он создает поле

$$E_1 = \frac{1}{4\pi_0} \frac{\frac{4}{3} \pi r_1^3 \rho}{r_1^2} = \frac{r_1 \rho}{3_0}$$

Если $r_2 > R$, то электрическое поле создается полным зарядом шара $q = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$, поэтому

$$E_1 = \frac{1}{4\pi_0} \frac{q}{r_2^2} = \frac{R^3 \rho}{3_0 r_2^2}$$

График зависимости $E = E(r)$ изображен на рисунке:



Задача № 6.

См. решение в кн. Задачи республиканских олимпиад по физике. Приднестровье, 2002 - 2007. Составители Ю. А. Баренгольц, А. Н. Константинов, Н. А. Константинов. - Бендеры ООО, 2008 с.37

Задача № 7.

На заряды действуют силы, указанные на рисунке. Согласно второму закону Ньютона

$$\begin{cases} N_1 + m_1 g + F_{k1} - F_k = m_1 a \\ F_{k2} + m_2 g + F_k - N_2 = m_2 a \end{cases}$$

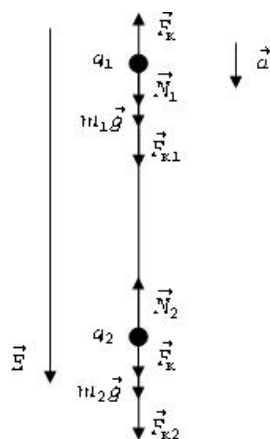
Суммируя эти уравнения и учитывая, что

$N_1 = N_2$; $F_{k1} = q_1 E$; $F_{k2} = q_2 E$ получим

$$g(m_1 + m_2) + E(q_1 + q_2) = (m_1 + m_2)a$$

Откуда

$$a = \frac{g(m_1 + m_2) + E(q_1 + q_2)}{m_1 + m_2}$$
$$a = 14,8 \text{ м/с}^2.$$



Силу натяжения нити определим либо из первого, либо из второго уравнения

$$N_2 = q_2 E + m_2 g + k \frac{q_1 q_2}{l_2} - m_2 a$$

$$N_2 = q_2 E + m_2 (g - a) + k \frac{q_1 q_2}{l_2}$$

$$N_2 = 15,5 \text{ мН.}$$

Д.З. № 702(№ 674); № 705(№ 675); № 707(№ 677); № 708(№ 680).

Занятие №19

Тема: Работа сил электростатического поля. Потенциал

Основные законы и формулы

Потенциальная энергия взаимодействия двух точечных зарядов, находящихся на расстоянии r друг от друга (при условии $E_\infty = 0$), определяется выражением:

$$E = \frac{kq q_0}{r}$$

Отношение

$$\frac{E}{q_0} = \varphi$$

не зависит от значения пробного заряды q_0 и является энергетической характеристикой поля, называемой **потенциалом**. Потенциал поля точечного заряда выражается формулой:

$$\varphi = \frac{kq}{r}$$

Если поле образовано системой зарядов, то потенциал равен алгебраической сумме потенциалов полей, создаваемых каждым из зарядов в отдельности:

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i$$

Потенциал поля сферической поверхности радиусом R , по которой равномерно распределен заряд q , внутри сферы постоянен и равен:

$$\varphi = \frac{kq}{R}$$

За пределами сферы потенциал поля такой же, как и потенциал поля точечного заряда, равному заряду сферы, но сосредоточенного в ее центре.

При перемещении заряда q в электрическом поле совершается работа:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2),$$

где $U = (\varphi_1 - \varphi_2)$ – разность потенциалов начального и конечного положений зарядов

Разность потенциалов и напряженность однородного электрического поля связаны соотношением:

$$E = (\varphi_1 - \varphi_2)/d,$$

где d – расстояние между двумя точками, измеренное вдоль силовой линии

Решение задач

Задачи по этой теме условно можно разделить на две основные группы:

- задачи на вычисление потенциала поля точечных зарядов и зарядов, равномерно распределенных по поверхности;
- задачи на расчет потенциальной энергии точечных зарядов и работы по перемещению заряда в электростатическом поле

Задачи для самостоятельного решения

Задача № 1. Три одинаковых точечных заряда, величина каждого из которых равна 2 нКл , закреплены на одной прямой, при этом расстояние между соседними зарядами равно $a = 1 \text{ см}$, работа сил электростатического поля после освобождения центрального заряда равна:

- 1) 720 мкДж ; 2) 360 мкДж ; 3) 240 мкДж ; 4) 180 мкДж ; 5) 90 мкДж .

Задача № 2. Металлический шарик радиусом $R = 10 \text{ см}$ заряжен зарядом $q = 2 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$. Разность потенциалов электростатического поля между точкой на поверхности шарика и точкой, расположенной от ее поверхности на расстоянии 10 см равна:

- 1) 300 В ; 2) 600 В ; 3) 900 В ; 4) 1200 В ; 5) 1500 В .

Задача № 3. Два точечных заряда $q_1 = q_2 = 10^{-8} \text{ Кл}$ находятся в вершинах правильного треугольника со стороной 10 см . Чему равен потенциал электростатического поля в третьей вершине треугольника?

- 1) $1,6 \text{ кВ}$; 2) $1,8 \text{ кВ}$; 3) $3,1 \text{ кВ}$; 4) $3,6 \text{ кВ}$; 5) $5,4 \text{ кВ}$.

Задача № 4. В вершинах квадрата расположены точечные заряды $q_1 = 1 \text{ нКл}$,

$q_2 = -2$ нКл, $q_3 = 3$ нКл, $q_4 = -4$ нКл. Найти потенциал электростатического поля в центре квадрата. Диагональ квадрата равна 20 см.

[180 В]

Задача № 5. Маленький шарика массой 1 г, которому сообщили заряд 0,15 мкКл, брошен издали со скоростью 1 м/с в сферу, заряженную зарядом 0,3 мкКл. При каком минимальном значении радиуса сферы шарик достигнет ее поверхности?

[81 см]

Задача № 6. N одинаковых шарообразных капелек ртути одноименно заряжены до одного и того же потенциала φ . Каков будет потенциал большой капли ртути, получившейся в результате слияния этих капель?

$[N^{\frac{2}{3}}\varphi]$

Задача № 7. Два металлических шара, расположенных далеко друг от друга, имеют радиусы 5 см; 15 см и заряды 12 нКл; -40 нКл. Шары соединяют тонкой проволокой. Какой заряд Δq пройдет по проволоке?

$[\Delta q = \frac{q_1 R_2 - q_2 R_1}{R_1 + R_2}]$

Задача № 8. Два одинаковых шарика, имеющие одинаковые одноименные заряды, соединены пружиной, жесткость которой 20 н/м, а длина 4 см. Шары колеблются так, что расстояние между ними меняется от 3 см до 6 см. Найти заряды шариков.

$[1,4 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}]$

Задача № 9. Металлический шар радиусом R_1 , заряженный до потенциала φ , окружают концентрической сферической оболочкой радиусом R_2 . Чему станет равен потенциал шара, если заземлить внешнюю оболочку?

$[\varphi_1 = \varphi(1 - \frac{R_1}{R_2})]$

Задача № 10. Находящиеся в вакууме два параллельных тонких кольца, радиусы которых $r = 5$ см, имеют общую ось. Расстояние между их центрами $d = 12$ см. На первом кольце равномерно распределен заряд $q_1 = 82$ мкКл, на втором – заряд $q_2 = 60$ мкКл. Определить работу, необходимую для перемещения заряда $q_3 = 3$ нКл из центра одного кольца в центр другого.

$[A = k^q (q_1 - q_2) (\frac{1}{r} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + d^2}}) = 7,3 \text{ мкДж}]$

Указания:

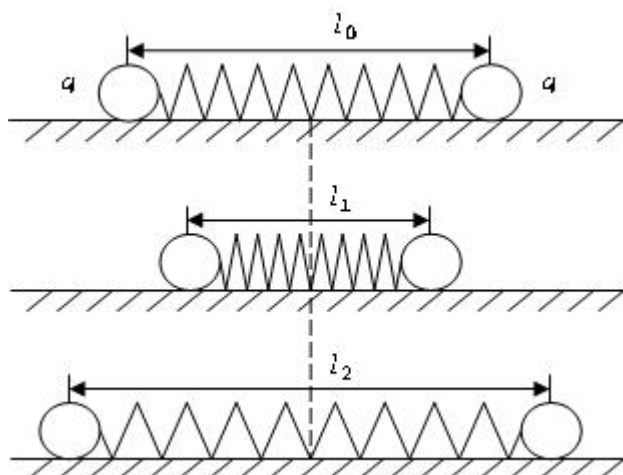
Задача № 8.

Полная энергия системы складывается из электростатической энергии W_3 взаимодействующих на расстоянии r зарядов q_1 и q_2

$W_3 = \frac{1}{4\pi_0} \frac{q_1 q_2}{r}$ и потенциальной энергии W_n , пружины

$W_n = \frac{kx^2}{2}$, где x — величина деформации

Согласно закону сохранения энергии в применении к сжатой и максимально растянутой пружины записать



$$\frac{1}{4\pi_0} \frac{q^2}{l_1} + \frac{k(l_0 - l_1)^2}{2} = \frac{1}{4\pi_0} \frac{q^2}{l_2} + \frac{k(l_2 - l_0)^2}{2}$$

Откуда

$$\frac{q^2}{4\pi_0} \frac{l_2 - l_1}{l_2 l_1} = \frac{k}{2} [(l_2 - l_0)^2 - (l_0 - l_1)^2]$$

$$\frac{q^2}{2\pi_0 l_2 l_1} = k[l_2 + l_1 - l_0]$$

Следовательно

$$q = \sqrt{2\pi_0 l_2 l_1 k [l_2 + l_1 - l_0]}$$

$$q = 1,4 \cdot 10^{-7} \text{ Кл.}$$

Задача № 9.

На внешней сфере индуцируется заряд $-\frac{\varphi R_1}{k}$. Тогда потенциал шара после заземления внешней оболочки

$$\varphi_{\text{ш}} = \varphi - \varphi_1 = k \frac{q}{R_1} - k \frac{q}{R_2} = k \frac{q}{R_1} \left(1 - \frac{R_1}{R_2}\right).$$

Задача № 10.

Заряды на кольцах не являются точечными, поэтому непосредственно нельзя использовать для вычисления потенциала формулу $\varphi = k \frac{q}{r}$, так как работа при перемещении заряда зависит от разности потенциалов точек начала и конца перемещения (в нашем случае это центры колец), для решения задачи вычислим потенциалы этих точек φ_{01} и φ_{02} .

Условно разделим каждое из колец на n -равных частей, тогда заряд каждой части можно считать точечными: $q'_1 = \frac{q_1}{n}$; $q'_2 = \frac{q_2}{n}$.

Потенциал, образованный точечным зарядом q'_1 в центре первого кольца

$$O_1, \varphi_1 = k \frac{q_1}{r}$$

Весь заряд q_1 образует в центре первого кольца потенциал

$$\varphi_1 = n\varphi'_1 = k \frac{nq'_1}{r} = k \frac{q_1}{r}.$$

Рассуждая подобным образом, найдем потенциал в центре первого кольца O_1 , образованный зарядом q_2 . Так как

$$l = \sqrt{r^2 + d^2}, \quad \text{то } \varphi_2 = k \frac{q_2}{\sqrt{r^2 + d^2}}$$

Следовательно, потенциал электрического поля в центре первого кольца, образованный зарядами q_1 и q_2

$$\varphi_{01} = k \frac{q_1}{r} + k \frac{q_2}{\sqrt{r^2 + d^2}}.$$

Повторяя все рассуждения, найдем выражение для потенциала в центре второго кольца O_2

$$\varphi_{02} = k \frac{q_2}{r} + k \frac{q_1}{\sqrt{r^2 + d^2}}.$$

Работа, совершается при перемещении заряда q из точки O_1 в точку O_2

$$A = q(\varphi_{01} - \varphi_{02}) = k \frac{q}{r} (q_1 - q_2) \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\sqrt{r^2 + d^2}} \right) \approx 7,3 \text{ мкДж.}$$

Д.З. № 733(№ 693); № 736(№ 695); № 739(№ 697); № 744(№ 698); № 749(№ 710)

Занятие № 20

Тема: Электроёмкость Энергия электрического поля конденсатора

Основные законы и формулы

Электроёмкостью (емкостью) уединенного проводника называется физическая величина, численно равная отношению заряда проводника к его потенциалу:

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

Емкость конденсатора измеряется отношением его заряда к разности потенциалов (напряжению) на пластинах:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}.$$

Ёмкость плоского конденсатора прямо пропорциональна площади его пластин и обратно пропорциональна расстоянию между ними:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}.$$

Емкость конденсатора, составленного из n пластин, определяется по формуле

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d} (n - 1) .$$

Емкость шара радиусом r

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon r.$$

Для подбора необходимой емкости конденсаторы соединяют в батареи. При последовательном соединении конденсаторов напряжение на батарее равно алгебраической сумме напряжений на отдельных конденсаторах:

$$U = \sum_{i=1}^n U_i.$$

Заряд на каждом конденсаторе имеет одинаковую величину и равен полному заряду батареи: $q_1 = q_2 = \dots = q_n = q_0$;

емкость батареи определяется по формуле

$$\frac{1}{C_0} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

Если конденсаторы соединены параллельно, то общий заряд батареи равен сумме зарядов всех конденсаторов:

$$q_0 = \sum_{i=1}^n q_i.$$

напряжение на каждом конденсаторе и на всей батарее в целом одинаково:

$$U_1 = U_2 = U_3 = \dots = U_n = U_0;$$

Емкость батареи равна сумме соединяемых емкостей:

$$C_0 = \sum_{i=1}^n C_i$$

Электрическая энергия заряженного конденсатора

$$E = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}.$$

Решение задач

Задачи по этой теме целесообразно разделить на следующие группы: задачи, при решении которых применяют (или учитывают) формулу емкости уединенного проводника или их системы; задачи на вычисление емкости и энергии поля заряженного конденсатора; задачи на расчет конденсаторных цепей.

Задачи для самостоятельного решения

Задача № 1. Конденсатор емкостью 2 мкф заряжают до напряжения 110 В, затем, отключив от сети, замыкают на конденсатор неизвестной емкости. Определить электрическую ёмкость второго конденсатора, если напряжение на нем стало 44 В.

[3 мкф]

Задача № 2. Два конденсатора с емкостями 1 мкф и 2 мкф зарядили до разности потенциалов 20 В и 50 В. Найти разность потенциалов после соединения конденсаторов одноименными полюсами.

[40 В]

Задача № 3. Плоский воздушный конденсатор заряжен до разности потенциалов 60 В и отключен от источника электрического тока. После этого внутрь конденсатора параллельно обкладкам вводится пластика из диэлектрика с диэлектрической проницаемостью 2. Толщина пластинки в два раза меньше зазора между обкладками конденсатора. Чему равна разность потенциалов между обкладками конденсатора после введения диэлектрика?

[45 В]

Задача № 4. От верхней пластины горизонтально расположенного заряженного плоского воздушного конденсатора падает дробинка массой $m = 1$ мг, несущая положительный заряд q . Напряженность электрического поля конденсатора $E = 400$ В/м, а расстояние между пластинами $d = 1$ см. Если (пренебрегая влиянием силы тяжести) скорость дробинки при подлете к нижней пластине равна $V = 8$ м/с, то заряд q дробинки равен:

[1) 1 мкКл; 2) 2 мкКл; 3) 3 мкКл; 4) 5 мкКл; 5) 8 мкКл]

Задача № 5. Плоский конденсатор имеет площадь пластин $S = 2000$ см². Расстояние между пластинами $d = 0,5$ мм. К одной из обкладок прилегает пластина диэлектрика толщиной $d_1 = 0,3$ мм. С диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 7$. Остальное пространство конденсатора заполнено воздухом. Определить емкость конденсатора.

[1) 73 нФ; 2) 3,7 нФ; 3) 7,3 нФ; 4) 73 нФ; 5) 3,7 мкф]

Задача № 6. Электрон влетает в плоский конденсатор параллельно его пластинам со скоростью $2 \cdot 10^7$ м/с. Напряженность поля в конденсаторе $2,5 \cdot 10^4$ В/м, длина конденсатора 80 мм. Определите величину и направление скорости электрона в момент вылета из конденсатора.

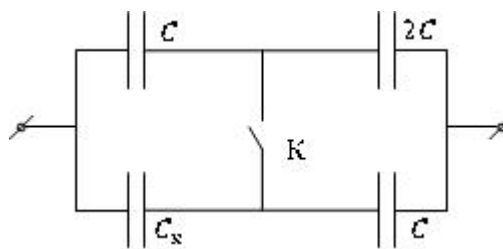
[$2,97 \cdot 10^7$ м/с; скорость направлена под углом 46° к плоскости пластин]

Задача № 7. Пучок электронов, разогнанных напряжением 5 кВ, влетает в плоский конденсатор посередине между пластинами и параллельно им. Длина конденсатора 10 см, расстояние между пластинами 10 мм. При каком наименьшем напряжении на конденсаторе электроны не будут вылетать из него?

[100 В]

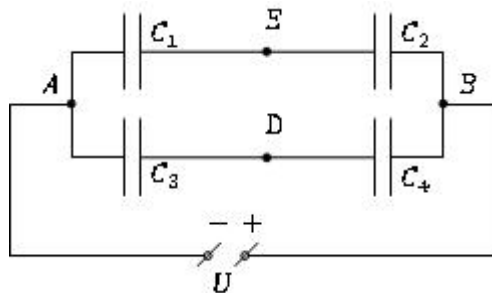
Задача № 8. В схеме, изображенной на рисунке, емкость батареи конденсаторов не изменяется при замыкании ключа К. Определите емкость конденсатора C_x .

$$[C_x = C/2]$$



Задача № 9. Определите заряд каждого из конденсаторов и разность потенциалов между точками D и E, если $C_1 = C_2 = C_3 = C$; $C_4 = 4C$. К точкам A и B подведено постоянное напряжение U .

$$[q_1 = q_2 = CU; q_3 = q_4 = 4CU; \Delta\varphi = -0,3U]$$



Задача № 10. Рассчитать с какой силой F притягиваются друг к другу пластины заряженного плоского конденсатора, емкость которого равна C , с разностью потенциалов $\Delta\varphi$. Расстояние между пластинами d .

$$[F = \frac{\Delta\varphi^2}{2d}]$$

Указания:

Задача № 6.

Составляющая скорость при выходе из конденсатора

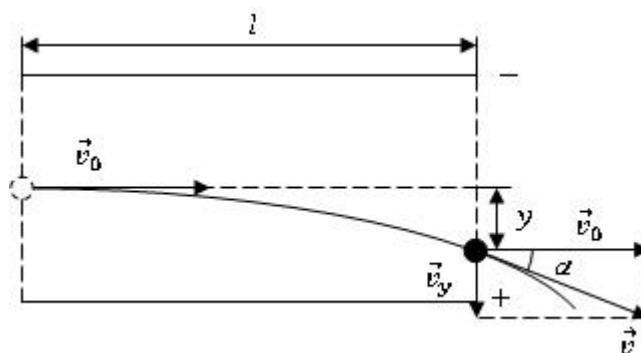
$$v_y = at, \text{ т.к.}$$

$$v_{0y} = 0.$$

$$\text{Ускорение } a = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m}; t = \frac{l}{v_0}.$$

$$\text{Следовательно } v_y = \frac{qE}{m} \frac{l}{v_0}$$

Тогда скорость электрона при выходе из пластин



$$v = \sqrt{v_0^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + \left(\frac{qE}{m} \frac{l}{v_0}\right)^2}; v = 2,97 \cdot 10^7 \text{ м/с.}$$

Учитывая, что $\frac{q}{m} = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$

$$\cos \alpha = \frac{v_0}{v} = \frac{2 \cdot 10^7}{2,97 \cdot 10^7} = 0,6734.$$

$$\alpha \approx 46^\circ.$$

Задача № 8.

Когда ключ отключен, то общая емкость конденсаторов

$$C_{об} = \frac{2}{3}C + \frac{C_x C}{C_x + C} = \frac{5C_x C + 2C^2}{3(C_x + C)}.$$

Когда ключ включен, то общая емкость

$$C'_{об} = \frac{3C(C + C_x)}{4C + C_x}.$$

По условию задачи

$$\begin{aligned} C_{об} &= C'_{об} \\ \frac{5C_x C + 2C^2}{3(C_x + C)} &= \frac{3C(C + C_x)}{4C + C_x} \\ (5C_x C + 2C^2)(4C + C_x) &= 9C(C + C_x)^2 \end{aligned}$$

Следовательно, необходимо решить квадратное уравнение

$$4C_x^2 + 4CC_x + C^2 = 0.$$

Откуда

$$C_x = \frac{C}{2}.$$

Задача № 10.

Сила притяжения между пластинами $F = q \frac{E}{2}$; заряд одной из пластин

$$q = C\Delta\varphi$$

Напряженность электрического поля

$$E = \frac{\Delta\varphi}{d}$$

Следовательно

$$F = \frac{C\Delta\varphi}{2d}$$

Примечание: В формуле $F = q \frac{E}{2}$, где $\frac{E}{2}$ — напряженность электрического поля, созданная одной пластиной.

Д.З. № 762(№ 721); № 763(№ 722);

Задача № 3. (№ 726) Между пластинами заряженного плоского конденсатора диэлектрик с диэлектрической проницаемостью ε , так что он полностью заполнил объем между половинками площадей пластин. Во сколько раз изменилась емкость конденсатора, заряд на пластинах и напряжение между ними?

$$[\text{увеличилось в } \frac{\varepsilon + 1}{2} \text{ раз; не изменился; уменьшилось в } \frac{\varepsilon + 1}{2} \text{ раз}]$$

№ 773(№ 735); № 774(№ 736)

Тема: Закон Ома для участка цепи. Простейшие электрические цепи
Основные законы и формулы

Характеристиками электрического тока являются его величина – сила тока I и плотность j , определяемые формулами:

$$I = \frac{q}{t}; j = \frac{I}{S},$$

где t – время; S – площадь поперечного сечения проводника.

Сила тока в участке цепи прямо пропорциональна напряжению на концах участка и обратно пропорциональна его сопротивлению:

$$I = \frac{U}{R}.$$

Сопротивление проводника зависит от его размеров (длины l , площади поперечного сечения S) и удельного сопротивления ρ :

$$R = \rho \frac{l}{S}.$$

Величины ρ и R зависят от температуры проводника. Для металлов и сплавов эта зависимость выражается формулами:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha \Delta T);$$

$$R = R_0(1 + \alpha \Delta T),$$

где ρ_0 и R_0 – значения ρ и R при $T = 273 \text{ K}$; α – температурный коэффициент сопротивления, характеризующий относительное изменение ρ и R при изменении температуры на один градус.

Для цепи с последовательным соединением потребителей энергии:

$$I = \text{const}; U = \sum_{i=1}^n U_i; R = \sum_{i=1}^n R_i,$$

где U – общее напряжение на концах цепи; R – общее сопротивление этой цепи.

При параллельном соединении проводников:

$$I = \sum_{i=1}^n I_i; U = \text{const}; \frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}.$$

Решение задач

Задачи о движении электрических зарядов по проводникам и о явлениях, связанных с этим движением, удобно разделить на три группы:

- задачи, при решении которых вычисляют или учитывают сопротивление проводников как функцию его геометрических размеров и температуры;
- задачи на расчет сопротивления системы проводников при различных соединениях их в электрических цепях;
- задачи на применение закона Ома для участка цепи, не содержащего ЭДС.

Задачи для самостоятельного решения

Задача № 1. Две проволоки – медная и алюминиевая – имеют одинаковый вес. Длина медной проволоки в 10 раз больше алюминиевой. Во сколько раз отличаются их сопротивления?

[200]

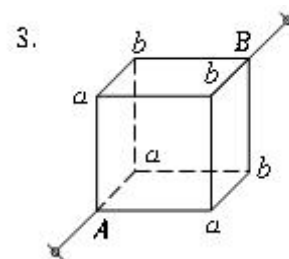
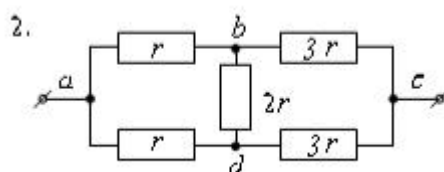
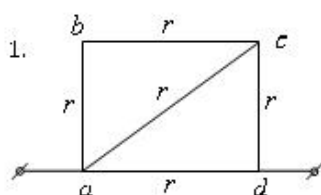
Задача № 2. Имеется катушка медной проволоки с площадью поперечного сечения $0,7 \text{ мм}^2$. Масса всей проволоки $0,3 \text{ кг}$. Определить сопротивление проволоки. Удельное сопротивление меди $\rho = 1,7 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{см}$. Плотность меди $8,9 \text{ г/см}^3$?

[$R = 57,3 \text{ Ом}$]

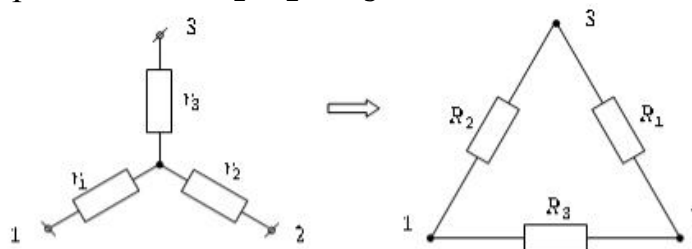
Задача № 3. Сколько витков манганиновой проволоки сечением $0,7 \text{ мм}^2$ необходимо намотать на цилиндрический каркас диаметром 2 см , чтобы получить сопротивление 1 Ом . Удельное сопротивление проволоки $\rho = 3,9 \cdot 10^{-7} \text{ Ом} \cdot \text{см}$.

[28]

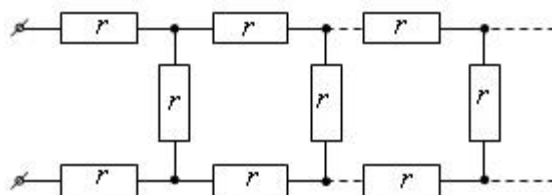
Задача № 4. Вычислите общее сопротивление цепи в схемах, указанных на рисунке. Сопротивление каждой стороны и диагоналей квадрата, а также всех ребер куба равно r .



Задача № 5. Какими должны быть сопротивления r_1, r_2 и r_3 для того, чтобы «звезду», составленную из них, можно было бы включить вместо треугольника, составленного из сопротивлений R_1, R_2 и R_3 ?



Задача № 6. Цепь составлена из бесконечного числа ячеек, состоящих из трех одинаковых сопротивлений r . Найти сопротивление этой цепи.



Задача № 7. Амперметр сопротивлением 3 Ом имеет предел измерения силы тока до 25 мА . Какой длины надо взять манганиновую проволоку диаметром 1 мм для

изготовления шунта к амперметру, чтобы расширить пределы его измерения до 2,5 А? Удельное сопротивление проволоки $\rho = 1,7 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{см}$.

[$\approx 1,4 \text{ м}$]

Задача № 8. Вольтметр, предназначенный для измерения напряжения до 20 В имеет сопротивление 300 Ом и шкалу на 20 делений. 1) Какое добавочное сопротивление нужно подключить к этому вольтметру, чтобы измерить напряжение до 120 В?

2) Какова будет цена деления в этом случае?

[1500 Ом; 6 В/дел.]

Задача № 9. В сеть с напряжением 220 В параллельно включены две группы ламп. В одной группе 8 ламп сопротивлением $1,6 \cdot 10^2 \text{ Ом}$ каждая, в другой 10 ламп сопротивлением $2 \cdot 10^2 \text{ Ом}$ каждая. Определить общее сопротивление и общую силу тока.

[10 Ом; 22 А]

Задача № 10. Генератор, создающий напряжение 140 В, рассчитан на ток 50 А. Сколько нормально горящих ламп, соединенных параллельно, может питать генератор, если сопротивление одной лампы 140 Ом, а подводящие провода имеют сопротивление 0,30 Ом? При каком напряжении горят лампы?

[56; 125 В]

Указания:

Задача № 4.

Рассматривая соединение отдельных проводников в первой схеме, нетрудно установить, что два из них ab и bc соединены между собой последовательно. Кроме этой пары, в контуре больше нет двух проводников, которые были бы соединены последовательно или параллельно. Заменим сопротивления ab и bc эквивалентным

$$r_1 = 2r.$$

Тогда схема будет иметь вид рис. 1. Из схемы видно, что общее сопротивление в контуре $a2rca$

$$r_2 = \frac{2r \cdot r}{3r} = \frac{2r}{3}.$$

Весь этот контур соединен последовательно с проводником cd и их общее сопротивление

$$r_3 = \frac{2r}{3} + r = \frac{5r}{3}.$$

После замены этим сопротивлением, схема оказывается предельно упрощенной рис. 2. Общее сопротивление

$$R_{\text{об}} = \frac{\frac{5r}{3} \cdot r}{\frac{5r}{3} + r} = \frac{5r}{8}.$$

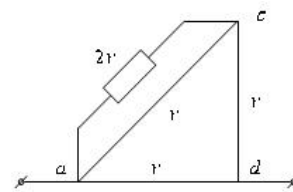


рис. 1

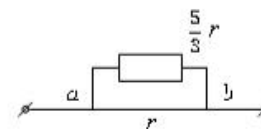


рис. 2

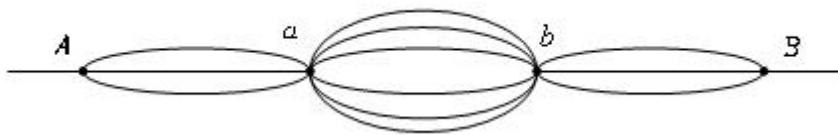


Рис. 3.

Схема 3 отличается от схемы 2, что в ней для упрощения точки с одинаковыми потенциалами нужно соединить, а не разъединить.

Если подвести напряжение к точкам A и B , то легко сообразить, что ток в них разветвится на три равные части, поскольку условия его прохождения на каждой ветви одинаковы. На сопротивлениях Aa падение напряжения будет одинаковым и в трех вершинах куба “ a ” потенциалы будут равны φ_A .

Токи, идущие по проводникам Aa , в свою очередь разветвятся на равные части в вершинах куба и пойдут по проводникам ab . В точках b они сливаются и идут через сопротивления bB к узлу B . Так как проводники ab и токи в них одинаковы, то падение напряжения на них будет одним и тем же и потенциалы в вершинах куба “ b ” потенциалы будут равны φ_B .

Поскольку потенциалы во всех трёх точках a , точно также как и в точках b , одинаковы, их можно соединить, вытянув каркас куба вдоль диагонали AB , как указано на рис.3.

В результате получится простая эквивалентная схема, представляющая комбинацию последовательно и параллельно соединённых сопротивлений. Сопротивление участка Aa равно $\frac{r}{3}$, участка $ab - \frac{r}{6}$, участка $Bb - \frac{r}{3}$. Все три участка соединены между собой последовательно и их общее сопротивление равно:

$$R = \frac{r}{3} + \frac{r}{6} + \frac{r}{3} = \frac{5}{6}r.$$

Перейдем теперь к рассмотрению схемы 2. В ней на первый взгляд нет ни последовательных, ни параллельных соединений. Сопротивления r и $3r$ нельзя считать соединенными последовательно, поскольку между ними включено сопротивление $2r$; сопротивление r и r (или $3r$ и $3r$) нельзя считать параллельными, так как в точках b и d они соединены через то же сопротивление $2r$.

Заметим, что в данной схеме сопротивления включены симметрично. Если ток подойдет к узлу a (или c), он разветвится на две равные части, поскольку условия его прохождения по каждой ветви совершенно одинаковы. Для вычисления общего сопротивления необходимо найти точки с одинаковыми потенциалами, и разъединив их(или соединив). Одинаковые потенциалы будут в точках b и d , так как падение напряжения на сопротивлениях r и r одинаково, а потенциал этих проводников в точке a один и тот же. Разность потенциалов между точками b и d равно нулю, и следовательно ток по сопротивлению $2r$ не идет. Эти точки можно разъединить, выбросив проводник $2r$, не нарушая режима тока в цепи.

Следовательно получаем эквивалентную схему.

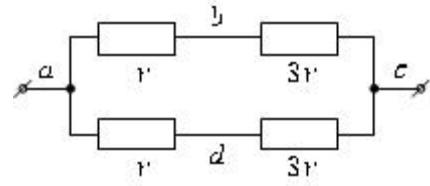
Задача № 5.

В схеме "звезды" сопротивление между точками 1 и 2 равно $r_1 + r_2$, а в схеме "треугольника"

$$\frac{R_3(R_1+R_2)}{R_1+R_2+R_3}$$

Эти сопротивления должны быть одинаковыми:

$$r_1 + r_2 = \frac{R_3(R_1+R_2)}{R_1+R_2+R_3}.$$



Приравнивая аналогично сопротивления между точками 2 и 3, 1 и 3, получим уравнения:

$$r_2 + r_3 = \frac{R_1(R_2+R_3)}{R_1+R_2+R_3}; \quad r_1 + r_3 = \frac{R_2(R_1+R_3)}{R_1+R_2+R_3}.$$

Складывая эти уравнения, получим:

$$r_1 + r_2 + r_3 = \frac{R_1R_2+R_2R_3+R_1R_3}{R_1+R_2+R_3}$$

Вычитая из последнего уравнения последовательно одно из трех предыдущих, найдем

$$r_1 = \frac{R_2R_3}{R_1+R_2+R_3}; \quad r_2 = \frac{R_1R_3}{R_1+R_2+R_3}; \quad r_3 = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2+R_3}$$

Задача № 10.

Согласно закону Ома для участка цепи

$$I = \frac{U}{R_{\text{об}}}$$

$$R_{\text{об}} = R_{\text{л}} + r = \frac{R}{n} + r.$$

Следовательно

$$I = \frac{U}{\frac{R}{n} + r}; \quad \frac{R}{n} + r = \frac{U}{I}; \quad \frac{R}{n} = \frac{U}{I} - r,$$

откуда

$$n = \frac{RI}{U - Ir},$$

Лампы горят при напряжении

$$\Delta U = U - Ir; \quad \Delta U = 125 \text{ В}.$$

Д.З. № 791(№ 755);№ 800(№ 762);

Задача № 741 Один полюс источника тока присоединим к электрической лампе медным проводом, а другой полюс - алюминиевым проводом такого же диаметра. Сравнить скорость упорядоченного движения электронов в подводящих проводах, считая, что на каждый атом приходится один электрон проводимости.

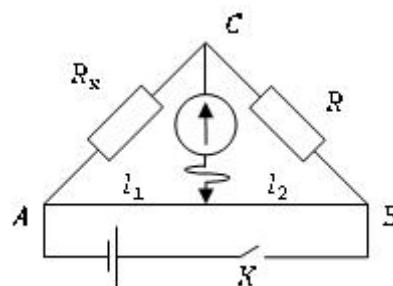
[алюминиевом в 1,4 раза больше]

Задача № 744 Медный и алюминиевый проводники имеют одинаковые массы и сопротивления. Какой проводник длиннее и во сколько раз?

[алюминиевый в 1,4 раза]

Задача № 768

В мостовой схеме, приведенной на рисунке, R – эталонное сопротивление, R_x – сопротивление мотка алюминиевой проволоки. При погружении этого мотка проволоки в тающий лед мост оказывается уравновешенным (через гальванометр не идет ток), если $l_1 = l_2 = 50$ см. При погружении же алюминиевой проволоки в кипящую воду надо для уравновешивания моста переместить контакты так, чтобы $l_1 = 58$ см, $l_2 = 42$ см. Вычислить по этим данным температурный коэффициент сопротивления алюминия.



[0,0038 град⁻¹]

Занятие № 22

Тема: Закон Ома для замкнутой цепи. Разветвленные электрические цепи.

Основные законы и формулы

Участок цепи называется неоднородным, если на нем, кроме кулоновских, действуют сторонние силы. Закон Ома для неоднородного участка цепи выражается формулой:

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}}{R}$$

где $(\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}$ – напряжение на участке цепи; $\varphi_1 - \varphi_2$ – разность потенциалов начала и конца участка цепи; $\mathcal{E}$ – алгебраическая сумма ЭДС источников, находящихся на данном участке цепи; R – сопротивление цепи.

В случае последовательного соединения источников тока их общая ЭДС и общее внутреннее сопротивление определяются формулами:

$$\mathcal{E} = \sum_{i=1}^n \mathcal{E}_i ; r = \sum_{i=1}^n r_i .$$

Для параллельного соединения источников тока справедливы следующие равенства:

$$\frac{1}{r} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{r_i}; \quad \frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

Сила тока в замкнутой цепи прямо пропорциональна ЭДС источника тока и обратно пропорциональна полному сопротивлению цепи:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}.$$

Электрические цепи с несколькими контурами, составляющими их разных ветвей с произвольным размещением потребителей и источников тока, называются сложными. Для расчета таких цепей удобно пользоваться правилами Кирхгофа:

1) алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в любом узле, равна нулю:

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0;$$

2) Для любого замкнутого контура алгебраическая сумма произведений сил токов на сопротивлениях соответствующих участков цепи равна алгебраической сумме всех ЭДС, действующих в этом контуре:

$$\sum_{i=1}^n I_i \cdot R_i = \sum_{i=1}^n \mathcal{E}_i.$$

Решение задач

Задачи по этой теме целесообразно разделить на две основные группы:

- задачи на применение закона Ома для замкнутой электрической цепи;
- задачи на расчет разветвленных электрических цепей.

Задачи для самостоятельного решения

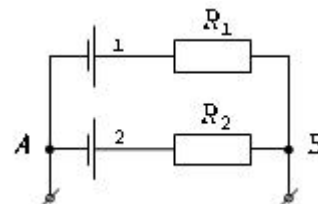
Задача № 1. Гальванический элемент дает на внешнее сопротивление $R_1 = 4 \text{ Ом}$, ток $I_1 = 0,2 \text{ А}$. Если же внешнее сопротивление $R_2 = 7 \text{ Ом}$, то элемент дает ток $I_2 = 0,14 \text{ А}$. Какой ток дает элемент, если его замкнуть накоротко?

[0,47 А]

Задача № 2. Два элемента соединены параллельно. Первый элемент имеет ЭДС $\mathcal{E}_1 = 2 \text{ В}$ и внутреннее сопротивление $0,6 \text{ Ом}$. Второй имеет ЭДС $\mathcal{E}_2 = 1,5 \text{ В}$ и внутреннее сопротивление $0,4 \text{ Ом}$. Определите напряжение на зажимах батареи.

[1,7 В]

Задача № 3. Чему равна разность потенциалов между точками A и B , если ЭДС источников равны $1,8\text{ В}$ и $1,3\text{ В}$ соответственно, а сопротивление цепи $R_1 = 10\text{ Ом}$ и $R_2 = 5\text{ Ом}$? Внутренними сопротивлениями источников пренебречь.



[1,46 В]

Задача № 4. В цепи с внешним сопротивлением 2 Ом необходимо обеспечить силу тока 2 А . Какое наименьшее число N элементов потребуется для этого, и как они должны быть соединены в батарею, если ЭДС каждого элемента 2 В , а внутреннее сопротивление 1 Ом ?

[8]

Задача № 5. Два элемента, ЭДС которых $1,9$ и $1,1\text{ В}$, внутренние сопротивления $0,8$ и $0,1\text{ Ом}$, замкнуты параллельно на внешнее сопротивление 10 Ом . Определить силу тока во внешней цепи.

[0,12 А]

Задача № 6. Батарея аккумуляторов с общим внутренним сопротивлением $r = 1\text{ Ом}$ замкнута на сопротивление R . Вольтметр, подключенный к зажимам батареи, показывает напряжение $U_1 = 20\text{ В}$. Когда параллельно R присоединяется такое же сопротивление, показания вольтметра уменьшаются до $U_2 = 15\text{ В}$. Определить R , считая, что сопротивление вольтметра намного больше R . Сопротивлением подводящих проводов пренебречь.

[2 Ом]

Задача № 7. Цепь состоит из аккумулятора с внутренним сопротивлением r и нагрузки сопротивлением R . Вольтметр, подключенный последовательно и параллельно к сопротивлению R , дает одно и то же показание. Найти сопротивление вольтметра.

[$R_B = \frac{R^2}{r}$]

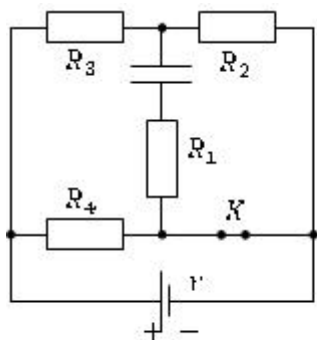


Рис. 1.

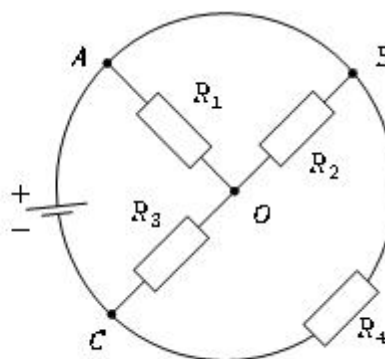


Рис. 2.

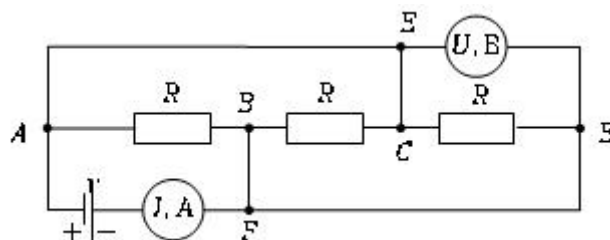
Задача № 8. Определить заряд на конденсаторе рис. 1, если $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 20\text{ Ом}$, $\varepsilon = 500\text{ В}$, $r = 10\text{ Ом}$ и $C = 10\text{ мкФ}$.

Задача № 9. Найти силу тока, получаемую от батареи с ЭДС $\varepsilon = 6$ В, если сопротивления различных участков соответственно равны: $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 6$ Ом, $R_3 = 3$ Ом и $R_4 = 15$ Ом (см. рис.2). Внутренним сопротивлением батареи пренебречь ($r = 0$)

[4 А]

Задача № 10. На рис. изображена электрическая цепь, в которой $\varepsilon = 4$ В, $R = 45$ Ом, $r = 1$ Ом. Определить показания вольтметра и амперметра. Считать сопротивление вольтметра бесконечно большим, а сопротивление амперметра – бесконечно малым. Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.

[0,25 А; 3,75 В]



Указания:

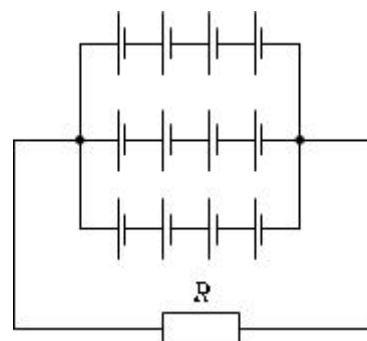
Задача № 4.

Если имеется смешанное соединение источников, то в этом случае закон Ома для всей цепи имеет вид

$$I = \frac{n}{R + r \frac{n}{m}},$$

где $n = 4$, а $m = 3$.

m – количество веток, n – количество элементов в ветке. Смешанное соединение выгодно применять, когда сопротивление внешней цепи близко к сопротивлению одного элемента.



Задача № 8.

Общий ток в цепи

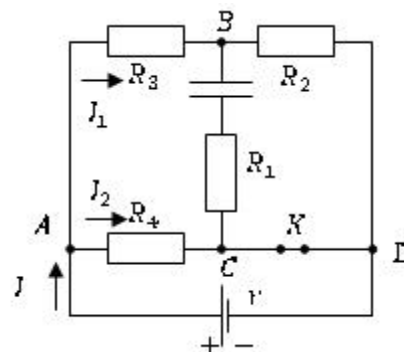
$$I = \frac{\varepsilon}{R_{\text{об}} + r}$$

R_1 и R_2 – соединены последовательно (через конденсатор ток не течет). Обозначим их общее сопротивление через r_1

$$r_1 = R_3 + R_2 \text{ Ом.}$$

r_1 и R_4 – параллельно, следовательно, общее сопротивление

$$R_{\text{об}} = \frac{r_1 R_4}{r_1 + R_4} \text{ Ом.}$$



Так

$$I = \frac{500}{\frac{40}{3} + 10} = \frac{150}{7} \text{ A.}$$

Очевидно, что $I_2 = 2I_1$, так как сопротивление R_4 меньше сопротивлений $R_3 + R_2$ в 2 раза. Таким образом

$$I_1 = \frac{50}{7} \text{ A}, I_2 = \frac{100}{7} \text{ A}.$$

Из рисунка видно, что

$$\begin{cases} \varphi_C - \varphi_A = I_2 R_4 \\ \varphi_B - \varphi_A = I_1 R_3 \end{cases} \leftrightarrow \varphi_C - \varphi_B = I_2 R_4 - I_1 R_3.$$

Зная $\varphi_C - \varphi_A$, найдем заряд конденсатора

$$q = C(\varphi_C - \varphi_A) = C(I_2 R_4 - I_1 R_3);$$

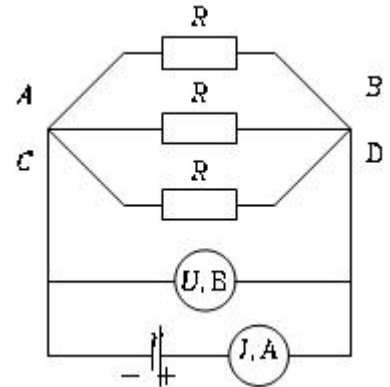
$$q = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ Кл.}$$

Задача №9.

См. задача №3 стр.64 в кн. Задачи республиканских олимпиад по физике. Приднестровье 2002-2007/ Составители Ю. А. Баренгольц, А. Н. Константинов, Н. А. Константинов. – Бендеры, ООО РВТ, 2008.107с.

Задача №10.

Упростим заданную схему. Для этого найдем на ней точки с одинаковыми потенциалами. Так как сопротивление соединительных проводов равных нулю, то точки A, E, C на рисунке имеют одинаковый потенциал $\varphi_A = \varphi_E = \varphi_C$. Значит если совместить точки с одинаковыми потенциалами друг с другом, то станет очевидным, что начало всех сопротивлений находятся в одной точке, а концы - в другой, т.е. все сопротивления соединены параллельно. Схема получается предельно упрощенной и рассчитать ее становится легко.



Действительно общее внешнее сопротивление

$$R_0 = \frac{R}{3}.$$

По закону Ома для замкнутой цепи

$$I = \frac{3}{R_0 + r} = \frac{3}{R + 3r}$$

Показания вольтметра

$$U = IR_0 = \frac{3}{R + 3r}$$

Подставляя числовые данные, получим окончательно

$$I = 0,25 \text{ A}; U = 3,75 \text{ В}.$$

Д.З. № 823(№ 789); № 827(№ 793); № 828(№ 794); № 830(№ 798)

Занятие № 23

Тема: Работа и мощность электрического тока. Тепловое действие тока. Основные законы и формулы

Работа, совершаемая электрическим током по перемещению заряда по участку цепи, определяется формулой

$$A = IUt.$$

где U – напряжение на концах этого участка.

Мощность тока численно равна работе, совершаемой током в единицу времени:

$$P = IU.$$

Количество теплоты, выделяющееся на участке цепи, согласно закону Джоуля – Ленца, равна произведению квадрата силы тока, сопротивления и времени прохождения тока:

$$Q = I^2 R t.$$

Мощность тепловых потерь определяется формулой:

$$P_T = I^2 R.$$

КПД источника тока равен отношению работы перемещения заряда по внешнему участку цепи к работе перемещения того же заряда по всей цепи

$$\eta = \frac{U}{E}$$

Решение задач

Задачи по этой удобно сгруппировать следующим образом:

- задачи, в которых вычисляют или учитывают работу и мощность электрического тока;
- задачи на применение закона Джоуля – Ленца;
- задачи, в которых исследуют режим работы источников тока.

Задачи для самостоятельного решения

Задача № 1. Найти внутреннее сопротивление и ЭДС источника тока, если при силе тока 30 А мощность во внешней цепи равна 180 Вт, а при силе тока 10 А это мощность равна 100 Вт.

[0,2 Ом; 12 В]

Задача № 2. Какой ток пойдет по подводящим проводам при коротком замыкании, если на двух плитках с сопротивлениями $R_1 = 200$ Ом и $R_2 = 500$ Ом, выделяется при поочередном включении одинаковая мощность 200 Вт?

[1,63 А]

Задача № 3. При изменении внешнего сопротивления с 6 Ом до 21 Ом КПД схемы увеличивается вдвое. Чему равно внутреннее сопротивление источника тока?

[14 Ом]

Задача № 4. Трамвай массой 22,5 т движется со скоростью 36 км/ч по горизонтальному пути. Коэффициент трения 0,01, напряжение в линии 500 В. КПД двигателя 75%. Определить силу тока, проходящего через двигатель. С какой скоростью будет двигаться трамвай вверх по горе с уклоном 0,03, расходуя ту же мощность?

[59 А; 2,5 м/с]

Задача № 5. Элемент замыкается проволокой один раз с сопротивлением 4 Ом, другой – 9 Ом. В этом и другом случаях количество тепла Q , выделяющегося в проводнике за одно и то же время, оказывается одинаковым. Какое внутреннее сопротивление элемента?

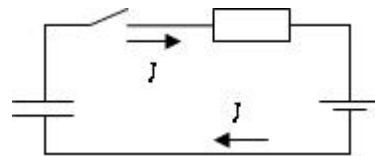
[6 Ом]

Задача № 6. Электрокипятильник со спиралью 160 Ом поместили в сосуд содержащий 0,5 л воды при 20°C , и включили в сеть напряжением 220 В. Через 20 мин. спираль выключили. Какое количество воды выкипело, если КПД спирали 80%? Удельная теплота парообразования $L = 2,3 \text{ МДж/кг}$. Удельная теплоемкость воды $c = 4,2 \text{ КДж/(кг К)}$

[0,05 кг]

Задача №7. Конденсатор емкостью C , заряженный до напряжения U , разрядился через нагрузочный резистор и батарею с ЭДС ε и малым внутренним сопротивлением. Какое количество теплоты выделится в нагрузочном резисторе после замыкания ключа?

$$[Q = \frac{c(U-\varepsilon)^2}{2}]$$



Задача № 8. Линия электропередач должна передать мощность $P = 100 \text{ кВт}$ на расстояние $L = 100 \text{ км}$. Потери энергии не должны превышать $\eta = 2\%$. Какое минимальное сечение провода с удельным сопротивлением $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ пригодно для этой цели, если передаваемое напряжение $U = 5000 \text{ В}$? Во сколько раз n можно уменьшить сечение провода при увеличении напряжения в 10 раз?

[$S = 7 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$; $n = 100$]

Задача № 9. Определить зависимость мощности N_1 выделяемой во внешней цепи источника, мощности N_2 , выделяемой внутри источника, а также полной мощности $N = N_1 + N_2$, развиваемой источником, от сопротивления внешней цепи R . Определить КПД источника и его зависимость от сопротивления нагрузки R . Считать известным ЭДС источника ε и его внутреннее сопротивление r . Построить графики зависимости мощностей N_1 , N_2 и N от сопротивления нагрузки R . Определить КПД при $N_1 = N_{\text{max}}$.

Задача № 10. Батарея состоит из параллельно соединенных элементов. При силе тока во внешней цепи $I = 2 \text{ А}$ полезная мощность равна $N_{\text{п}} = 7 \text{ Вт}$. Определить число элементов в батарее, если ЭДС каждого элемента $\varepsilon = 5,5 \text{ В}$, а внутреннее сопротивление $r = 5 \text{ Ом}$.

[$n = 5$]

Указания:

Задача № 8

Мощность, теряемая в линии

$$\Delta P = \sum_{i=1}^n P_i = 2 \cdot 10^3 \text{ Вт.}$$

Сила тока в линии

$$I = \frac{P}{U} = 20 \text{ А.}$$

С другой стороны потеря мощности $\Delta P = I^2 R$, учитывая, что

$$R = \rho \frac{2l}{S},$$

получим

$$\Delta P = I^2 \rho \frac{2l}{S};$$

Откуда

$$S = \frac{I^2 \rho 2l}{\Delta P};$$

$$S = 7 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Учитывая, что

$$\Delta P = \frac{U^2 S}{2 \rho l},$$

то очевидно при увеличении напряжения в 10 раз, необходимо уменьшить сечение в 100 раз.

Задача № 9

Согласно закону Ома, сила тока в цепи

$$I = \frac{U}{R+r}.$$

Следовательно, мощность, выделяемая во внешней цепи,

$$N_1 = I^2 R = \frac{U^2 R}{(R+r)^2};$$

мощность, выделяемая внутри источника,

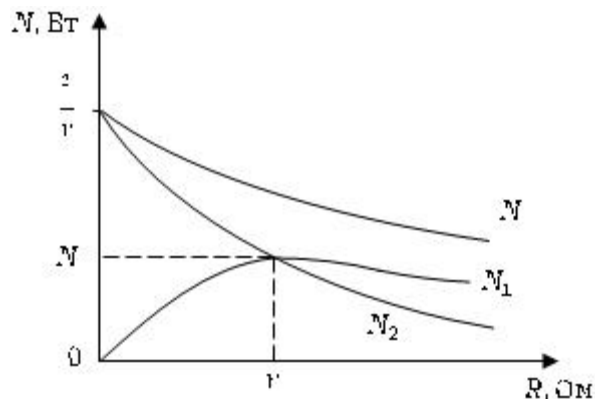
$$N_2 = I^2 r = \frac{U^2 r}{(R+r)^2};$$

полная мощность

$$N = N_1 + N_2 = \frac{U^2}{R+r}.$$

На рисунке показаны графики зависимости N_1 , N_2 и N от R . Из графика видно, что с увеличением R мощность, выделяемая на внешнем сопротивлении сначала возрастает, а затем уменьшается. Чтобы найти, при каком внешнем сопротивлении выделяется наибольшая полезная мощность N_{max} , исследуем функцию по общему правилу

$$N'_1 = \frac{U^2(R+r)^2 - 2U^2R(R+r)}{(R+r)^4} = \frac{U^2(r-R)}{(R+r)^3} = 0.$$



Поскольку $U \neq 0$, то $r - R = 0$, или $R = r$

Исследуем знак производной для точек, соответствующих $R < r$ и $R > r$. Очевидно, что в первом случае $N' > 0$, во втором $N' < 0$. Функция в выбранной точке имеет максимум. Это означает, что при $R = r$ искомая мощность наибольшая.

Ее значение $N_{max} = \frac{U^2}{4r}$.

Мощность N_2 и N с увеличением нагрузки R монотонно уменьшается. При этом быстрее уменьшается мощность N_2 , выделяемая внутри источника. Поэтому с ростом R КПД увеличивается.

Из графика для N_1 видно также, что одна и та же полезная мощность может быть получена при двух значениях R , одно из которых больше, а другое меньше r .

КПД при $N_1 = N_{max}$

$$\eta = \frac{N_{max}}{N} \cdot 100\%.$$

Учитывая, что

$$N = \frac{U^2}{2r},$$

Тогда

$$\eta = \frac{\frac{U^2}{4r}}{\frac{U^2}{2r}} \cdot 100\% = 50\%.$$

Задача № 10

При параллельном соединении элементов в батарею, закон Ома имеет вид

$$I = \frac{U}{R + \frac{r}{n}}$$

Полезная мощность

$$N_{\pi} = I^2 R.$$

Следовательно, необходимо решить систему уравнений

$$\begin{cases} U = I \left(R + \frac{r}{n} \right) \\ R = \frac{N_{\text{п}}}{I^2} \end{cases}$$

$$U = I \left(\frac{N_{\text{п}}}{I^2} + \frac{r}{n} \right) ; U = \frac{N_{\text{п}}}{I} + I \frac{r}{n}.$$

Откуда

$$n = \frac{Ir}{U - \frac{N_{\text{п}}}{I}}.$$

Д.З. № 808(№ 782); № 809(№ 781); № 812(№ 783)

Задача (№ 813) Электрокипятильник со спиралью сопротивлением $R = 160 \text{ Ом}$ поместим в сосуд, содержащий воду массой $0,5 \text{ кг}$ при 20°C , и включим в сеть напряжением 220 В . Какая масса воды выкипит за 20 мин. , если КПД кипятильника 80% ?

[53 г]

Задача (№ 796) Источник тока имеет сопротивление, сравнимое с сопротивлением вольтметра. Один вольтметр, подключенный к зажимам источника, показал 10 В . Другой вольтметр, присоединенный к источнику вместо первого, показал 15 В . Когда же эти вольтметры соединили последовательно и подключили к зажимам источника, то первый показал 4 В , а второй 12 В . Найти ЭДС источника

[20 В]

Занятие №24

Тема: **Магнитное поле тока. Сила Лоренца. Основные законы и формулы.**

Основные законы и формулы

Магнитное поле тока является особой формой существования материи, которая создаётся движущимися зарядами и осуществляет взаимодействие между ними. Силовой характеристикой магнитного поля является вектор магнитной индукции $\vec{B}$.

Магнитная индукция в точке, отстоящей на расстоянии r от бесконечно длинного тонкого прямолинейного проводника, по которому течёт ток I , определяется по формуле:

$$B = \mu\mu_0 \frac{I}{2\pi r}$$

где μ_0 — магнитная постоянная ; μ — магнитная проницаемость вещества.

Магнитная индукция поля, создаваемого несколькими токами, равна векторной сумме индукции полей каждого из токов в отдельности:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i .$$

На проводник длиной L с током I , помещенный в магнитное поле с индукцией $\vec{B}$, действует сила Ампера, модуль которой

$$F = BIl \sin \alpha ,$$

где α – угол между вектором $\vec{B}$ и направлением тока.

Модуль силы, действующий на элементарный носитель заряда, движущийся в магнитном поле, определяется по формуле:

$$F = qvB \sin \alpha ,$$

где α – угол между вектором $\vec{B}$ и скоростью движения заряда $\vec{v}$.

Направление сил Ампера и Лоренца определяются по правилу левой руки.

Решение задач

Задачи по этой теме целесообразно разделить на три основные группы:

- задачи на расчет магнитной индукции при заданном распределении токов;
- задачи на применение закона Ампера;
- задачи, в которых определяют или учитывают силу Лоренца.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Три параллельных проводника большой длины расположены в воздухе на равных расстояниях 15 см. друг от друга. Токи в проводниках одинаковы по модулю и направлены, как показано на рисунке. Найти индукцию магнитного поля в точке O , расположенной на одинаковом расстоянии от всех трех проводников, если $I = 12$ А.

$$[5.5 \cdot 10^{-4} \text{Тл}]$$

Задача 2. Найти индукцию магнитного поля в центре кругового тока с радиусом 6,4 см, если сила тока равна 12,4 А.

$$[1,2 \cdot 10^{-4} \text{Тл}]$$

Задача 3. В однородном магнитном поле, индукция которого равна 2 Тл и направлена под углом 30° к вертикали, вертикально вверх движется прямой проводник массой 2 кг, по которому течет ток 4 А. Через 3 с после начала движения проводник имеет скорость 10 м/с. Какова длина проводника?

$$[6,57 \text{ м}]$$

Задача 4. На горизонтальных рельсах, находящихся в вертикальном однородном магнитном поле, лежит стальной брусок, перпендикулярный рельсам. Расстояние между рельсами 15 см. Масса бруска 300 г, коэффициент трения между бруском и

рельсами 0,2. Чтобы брусок сдвинулся с места, по нему необходимо пропустить ток силой 40 А. Какова индукция магнитного поля? Ускорение свободного падения $9,8 \text{ м/с}^2$.

[98 мТл]

Задача 5. Протон и α – частица влетают в однородное магнитное поле, перпендикулярно линиям индукции. Сравнить радиусы окружностей, которые описывают частицы, если у них одинаковые энергии. Заряд α – частицы в 2 раза больше заряда протона, а масса в 4 раза больше.

[$R_\alpha = R_p$]

Задача 6. Электрон движется в магнитном поле, индукция которого 2 мТл, по винтовой линии, радиусом 2 см. и шагом винта 5 см. Определить скорость электрона.

[$7,6 \cdot 10^6 \text{ м/с}$]

Задача 7. Заряженные частицы, заряд которых $3,2 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ ускоряются в циклотроне в однородном магнитном поле, с индукцией 0,1 Тл и частотой ускоряющего напряжения 6 МГц. Найти кинетическую энергию частиц в момент, когда они движутся по окружности радиусом 2 м.

[$2,4 \cdot 10^{-12} \text{ Дж}$]

Задача 8. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией 10^{-2} Тл . В некоторый момент вектор его скорости, равный 10^6 м/с составляет угол 30° с направлением магнитного поля. Вычислить радиус R и шаг h винтовой линии по которой движется электрон.

[$2,8 \cdot 10^{-4} \text{ м}; 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$]

Задача 9. Однородное магнитное и электрическое поля индукцией 1 мТл и напряженностью 0,5 кВ/м расположены взаимно перпендикулярно. С какой скоростью должен лететь электрон, чтобы двигаться в этих скрещенных полях равномерно и прямолинейно?

[$5 \cdot 10^5 \text{ м/с}$]

Задача 10. В однородном магнитном поле расположен виток, площадь которого равна $S = 50 \text{ см}^2$. Перпендикуляр к плоскости витка составляет с направлением магнитного поля угол, равный 60° . Индукция магнитного поля $B = 0,2 \text{ Тл}$. Чему равно среднее значение ЭДС индукции $\mathcal{E}_{\text{инд}}$, возникающей в витке при включении поля в течение $\Delta t = 0,02 \text{ с}$?

[$\mathcal{E}_{\text{инд}} = 23 \text{ кВ}$]

Указания:

Задача № 4.

На стержень действуют: сила Ампера $\vec{F}_A$, сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$, сила тяжести $m\vec{g}$ и сила реакции опоры. Стержень сдвинется с места когда

$$\vec{F}_A = \vec{F}_{\text{тр}}. \text{ Учитывая, что}$$

$$F_A = BIl \sin \alpha ;$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg$$

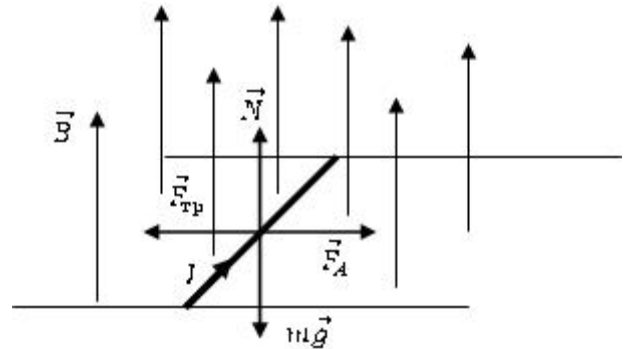
получим

$$Bil \sin \alpha = \mu mg ; \alpha = 90^\circ$$

$$Bil = \mu mg$$

Откуда

$$B = \frac{\mu mg}{Il}.$$



Задача № 7.

Возможность ускорения заряженных частиц, движущихся с релятивистскими скоростями в циклических ускорителях, вытекает из принципа автофазировки. Условие синхронизма имеет вид

$$\frac{2\pi R}{v} = \frac{1}{v}; v = 2\pi Rv \quad (1).$$

Кроме того на частицу действует сила Лоренца и согласно второму закону Ньютона

$$\frac{mv^2}{R} = qvB$$

$$\frac{2mv^2}{2R} = qvB$$

$$\frac{2E_k}{R} = qvB \quad (2).$$

Подставляя (1) в (2) получим

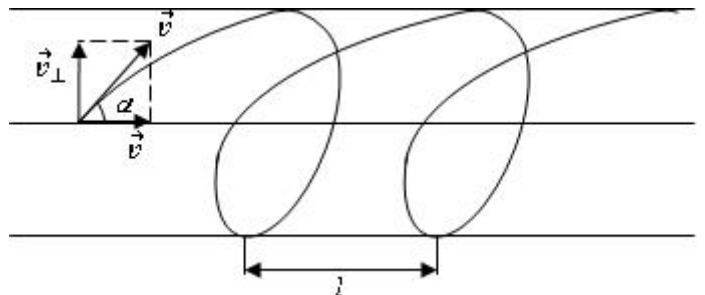
$$\frac{2E_k}{R} = qB2\pi rv ; E_k = qBR^2\pi v;$$

$$E_k = 2,4 \cdot 10^{-12} \text{ Дж.}$$

Задача № 9. Разложим вектор скорости $\vec{v}$ частицы на две составляющие: $\vec{v}$ – направленную вдоль линии магнитной индукции $\vec{B}$ и $\vec{v}_\perp$ – перпендикулярную этим линиям. Модули этих составляющих соответственно равны

$$v = v \cos \alpha$$

$$v_\perp = v \sin \alpha$$



На составляющую скорости электрона, перпендикулярную к полю, действует сила Лоренца, которая создает центростремительное ускорение. Поэтому электрон будет двигаться по окружности в плоскости, перпендикулярной к линиям индукции.

Результирующая траектория движения электрона — винтовая линия с осью, параллельной линиям поля. Шаг винтовой линии

$h = v \cdot T$, T — период обращения частицы по окружности

$$T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}}$$

Для определения радиуса составим уравнение на основании второго закона Ньютона

$$F = ma = \frac{mv_{\perp}^2}{R}.$$

С другой стороны

$$F = eBv_{\perp}.$$

Приравняв правые части последних двух уравнений, получим

$$R = \frac{mv_{\perp}}{eB} = \frac{mv \sin \alpha}{eB}.$$

$$R = 2,8 \cdot 10^{-4} \text{ м.}$$

Шаг винтовой линии

$$h = v \cos \alpha \cdot \frac{2\pi R}{v \sin \alpha} = \frac{2\pi R}{\operatorname{tg} \alpha} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Д.З. № 842(№ 847); № 843(№ 848); № 844(№ 849); № 852(№ 854); № 854(№ 857)

Занятие № 25

Тема: Электромагнитная индукция.

Основные законы и функции

Потоком вектора индукции $\vec{B}$ однородного магнитного поля называется физическая величина, которая определяется по формуле

$$\Phi = BS \cos \alpha,$$

где α — угол между вектором $\vec{B}$ и нормалью $\vec{n}$ к площади S .

В проводящем контуре при изменении магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную этим контуром, возникает ток, называемый индукционным, а все явления называются электромагнитной индукцией. ЭДС электромагнитной индукции в контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока, пронизывающего этот контур:

$$\varepsilon_i = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t};$$

При движении проводника длиной l со скоростью v в однородном магнитном поле ЭДС индукции в проводнике определяется по формуле

$$\varepsilon_i = Blv \sin \alpha,$$

где α — между векторами $\vec{B}$ и $\vec{v}$.

ЭДС индукции, возбуждаемая в рамке площадью S при ее вращении в магнитном поле

$$\varepsilon_i = nBS\omega \sin \alpha ,$$

где n – число витков; ω – угловая скорость вращения рамки.

При неизменной конфигурации контура связанный с ним магнитный поток пропорционален току в контуре: $\Phi = LI$, поэтому

$$\varepsilon_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -L \frac{I}{\Delta t}.$$

Здесь L – индуктивность контура – физическая величина, зависящая от геометрии контура (его формы и размеров) и магнитных свойств среды. Так индуктивность длинного соленоида малого диаметра

$$L = \mu\mu_0 n^2 V,$$

где $n = \frac{N}{l}$ – число витков, приходящихся на единицу длины соленоида; $V = Sl$ – его объем.

Согласно закону сохранения энергии, при работе генератора

$$P_{\text{мех}} = P_{\text{эл}} = \varepsilon I ,$$

где ε – ЭДС генератора; I – сила тока в цепи.

При работе генератора электрическая мощность, развиваемая источником тока, расходуется частично на нагревание цепи, частично на вращение якоря. Если ЭДС источника ε , сила тока в цепи I , полное сопротивление R , то

$$\varepsilon I = I^2 R - P_{\text{мех}} .$$

Механическую мощность можно выразить через ЭДС индукции ε_i , возникающей в обмотке якоря, и ток в цепи, тогда последняя формула примет вид

$$\varepsilon I = I^2 R + I \varepsilon_i \text{ или } \varepsilon = IR + \varepsilon_i .$$

Энергией магнитного поля тока называется величина

$$E_{\text{м}} = \frac{LI^2}{2}$$

Решение задач

Задачи по этой теме целесообразно разделить на следующие группы:

- задачи на применение закона электромагнитной индукции и самоиндукции; задачи на расчет энергии магнитного поля тока;
- задачи на применение закона сохранения и превращение энергии к работе электрических машин.

Задачи для самостоятельного решения

Задача № 1. Проводник с активной длиной 15 см движется со скоростью 10 м/с перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля с индукцией 2 Тл. Какая сила тока возникает в проводнике, если его замкнуть накоротко? Сопротивление цепи 0,5 Ом.

[6 А]

Задача № 2. Катушку радиусом 3 см с числом витков 1000 помещают в однородное магнитное поле (ось катушки параллельна линиям поля). Индукция поля изменяется с постоянной скоростью 10 мТл/с. Какой заряд q будет на конденсаторе, подключенном к концам катушки? Емкость конденсатора 20 мкФ.

[28 мКл]

Задача № 3. Два металлических стержня расположены вертикально и замкнуты вверх проводником. По этим стержням без трения и нарушения контакта скользит перемычка длиной 0,5 см и массой 1 г. Вся система находится в однородном магнитном поле с индукцией 0,01 Тл, перпендикулярной плоскости рамки. Установившаяся скорость 1 м/с. Найти сопротивление перемычки. Сопротивлением стержней и провода пренебречь.

[$2,5 \cdot 10^{-7}$ Ом]

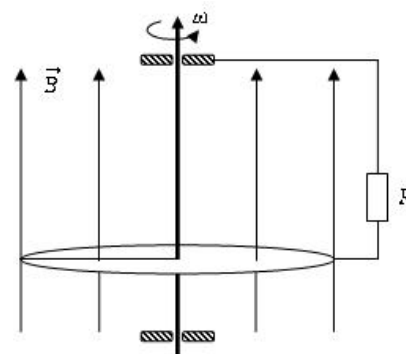
Задача № 4. Проволочный виток радиусом 1 см, имеющий сопротивление 1 мОм, пронизывается однородным магнитным полем, линии, индукции которого перпендикулярны плоскости витка. Индукция магнитного поля плавно изменяется со скоростью 0,01 Тл/с. Какое количество теплоты выделяется в витке за время 1 мин.?

[$6 \cdot 10^{-7}$ Дж]

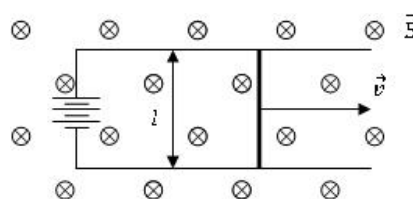
Задача № 5. Металлический диск радиусом $l = 10,0$ см, расположенный перпендикулярно однородному магнитному полю с индукцией $B = 0,5$ Тл, вращается относительно оси, проходящей через центр, с постоянной угловой скоростью ω (см. рис.). С помощью скользящих контактов, один из которых – на оси диска, а второй – на его внешней окружности, диск соединяется с сопротивлением $R = 2,5$ Ом. Определить:

- 1) механическую мощность, затрачиваемую на вращение диска, при токе в цепи $I = 0,10$ А;
- 2) угловую скорость вращения диска. Трением пренебречь.

[$2,5 \cdot 10^{-2}$ Вт; 100 рад/с]



Задача № 6. По двум параллельным проводящим рейкам, расположенным на расстоянии $l = 0,20$ м перпендикулярно к однородному магнитному полю с индукцией $B = 0,10$ Тл, движется проводник, вектор скорости которого $v = 0,5$ м/с перпендикулярен к нему. Определить заряд q и энергию W

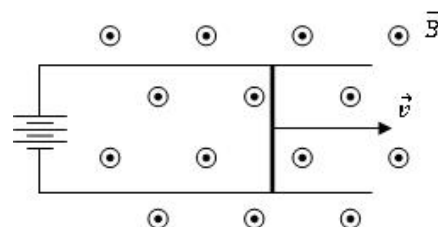


электрического поля конденсатора, емкостью

$C = 20,0$ мкФ, включенного в цепь.

$$[2 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}, 10^{-9} \text{ Дж}]$$

Задача № 7. Проводник движется так, как показано на рисунке. При изменении направления движение проводника на противоположное без изменения модуля скорости, сила тока в цепи изменилась на $0,4$ А. Определить скорость движения проводника длиной $0,5$ м и в однородном магнитом поле с индукцией $0,10$ Тл, если полное сопротивление цепи $1,0$ Ом.



$$[4 \text{ м/с}]$$

Задача № 8. На катушке с сопротивлением $8,2$ Ом и индуктивностью 25 мГн и поддерживается постоянное напряжение 55 В. Сколько энергии выделяется при размыкании цепи катушки? Какая средняя ЭДС самоиндукции появляется при этом в катушке, если энергия будет выделяться 12 мс?

$$[0,56 \text{ Дж}; 14 \text{ В}]$$

Задача № 9. Груз массой m , подвешенный на нити, которая намотана на ось динамо-машины с постоянным магнитом и замкнутой на сопротивлении R , опускается со скоростью v_1 . С какой скоростью v_2 этот груз будет подниматься, если динамо-машину включить как электродвигатель в цепь постоянного тока с ЭДС ε и тем же сопротивлением цепи?

$$[v_2 = \frac{\sqrt{ngv_1(\varepsilon - mgv_1R)}}{mgR}]$$

Задача № 10. Электромотор, включенный в сеть постоянного тока напряжением 120 В при полном сопротивлении цепи 20 Ом, передает мощность 160 Вт. Какую ЭДС разовьет этот мотор, если его использовать как динамо-машину, вращая якорь с той же угловой скоростью, какую он имел, работая как двигатель?

$$[80 \text{ В}; 40 \text{ В}]$$

Указания:

Задача № 5

Согласно закону электромагнитной индукции ЭДС индукции

$$\varepsilon_i = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{B \pi l^2}{T},$$

где T — период обращения диска

Учитывая, что $T = \frac{2\pi}{\omega}$, имеем

$$\varepsilon_i = \frac{B \pi l^2 \omega}{2\pi} = \frac{B l^2 \omega}{2} \quad (1).$$

С другой стороны, согласно закону Ома

$$\varepsilon_i = IR \text{ (2)}.$$

Сравнивая (1) и (2) получим

$$IR = \frac{Bl^2\omega}{2}; \quad \omega = \frac{2IR}{Bl^2}.$$

Проверим размерности

$$[\omega] = \left[\frac{\text{А} \cdot \text{Ом}}{\text{Тл} \cdot \text{м}^2} \right] = \left[\frac{\text{В}}{\frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} \cdot \text{м}} \right] = \left[\frac{\text{В} \cdot \text{А}}{\text{Н} \cdot \text{м}} \right] = \left[\frac{\text{В} \cdot \text{А}}{\text{Дж}} \right] = \left[\frac{\text{В} \cdot \text{А}}{\text{В} \cdot \text{А} \cdot \text{с}} \right] = [\text{с}^{-1}].$$

Подставляя значения, найдем искомую величину $\omega = 100 \text{ рад/с}$.

Механическая мощность

$$N = I\varepsilon_i = I^2R = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ Вт}.$$

Задача № 6

ЭДС индукции, возникающая в проводнике, который движется со скоростью v в магнитном поле $\varepsilon_i = BvL \sin \alpha$, так как $\sin \alpha = 1$, то $\varepsilon_i = BvL$.

Заряд конденсатора $q = c\varepsilon_i = CBvL$;

$$q = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}.$$

Энергия электрического поля конденсатора

$$W = \frac{q^2}{2C}; \quad W = \frac{q^2}{2C} 10^{-9} \text{ Дж}.$$

Задача № 10

Электромотор, включенный в сеть с напряжением U , развивает мощность $P = UI - I^2 = I(UI - I) = I\varepsilon$, где I – ток в моторе; R – его сопротивление и ε – развиваемая ЭДС.

$$P = UI - I^2$$

Следовательно, необходимо решить квадратное уравнение

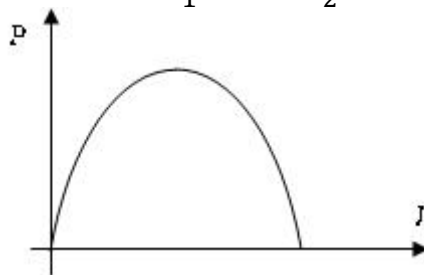
$$I^2 - 6I + 8 = 0$$

$$I_1 = 4 \text{ А}$$

$$I_2 = 2 \text{ А}$$

Зная токи можно определить ЭДС

$$\varepsilon_1 = \frac{P}{I_1}; \quad \varepsilon_2 = \frac{P}{I_2}.$$



Примечание: Данная мощность развивается мотором при двух значениях тока в нем, так как график зависимости P от I – парабола.

Д.З. № 928(№ 873); № 929(№ 874); № 930(№ 875); № 938(№ 884)

задача № 5. Проволочное кольцо радиусом $R = 10$ см и сопротивлением 1 Ом лежит на столе. Какой заряд пройдет по кольцу, если его перевернуть с одной стороны на другую? Вертикальная составляющая индукции магнитного поля Земли 5 Тл
[$3,14 \cdot 10^{-6}$ Кл]

Занятие № 26

Тема: Колебания и волны. Механические колебания.

Основные законы и формулы

Колебаниями называются процессы, многократно повторяющиеся через определенные промежутки времени.

Промежуток времени, в течение которого совершается одно полное колебание, называется периодом. Период и частота (число колебаний в 1 с) связаны соотношением.

$$\nu = \frac{1}{T}.$$

Гармоническим колебанием называется периодическое колебание движения, при котором координаты тела меняются во времени по закону синуса (или косинуса).

$$X = A \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (1),$$

где X – величина, периодически меняющаяся во времени (координата тела); A – амплитуда колебаний (максимальное отклонение тела от положения равновесия); t – время;

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ – циклическая частота. Величина $\varphi = \omega t + \varphi_0$ называется фазой колебания,

а φ_0 – начальная фаза колебания.

Скорость и ускорение при гармонических колебаниях соответственно равны:

$$v = \omega A \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (2)$$

$$a = -\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (3).$$

Тело совершает гармонические колебания при условии, если сила, вызывающая эти колебания, пропорциональна смещению тела из положения равновесия и направлена в сторону, противоположную смещению. Модуль этой силы

$$F = ma = m\omega^2 x = -kx \quad (4),$$

где $k = m\omega^2$ – коэффициент, измеряемый силой, вызывающей смещение X , равное единице.

Период и частота малых колебаний математического маятника вычисляются по формулам:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}; \nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (5),$$

где l – длина маятника; g – ускорение силы тяжести.

Циклическая частота собственных колебаний и период T пружинного маятника соответственно равны:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}; T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (6),$$

где k – коэффициент жесткости пружины; m – масса колеблющегося тела.

Полная энергия тела, совершающего гармонические колебания,

$$E = \frac{m\vartheta^2}{2} + \frac{kx^2}{2}$$

или

$$E = \frac{kA^2}{2} = \frac{m\vartheta_{max}^2}{2} \quad (7).$$

При сложении двух одинаково направленных колебаний с равными периодами возникает гармоническое колебание того же периода, амплитуды и начальная фаза которой определяется уравнениями:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)};$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

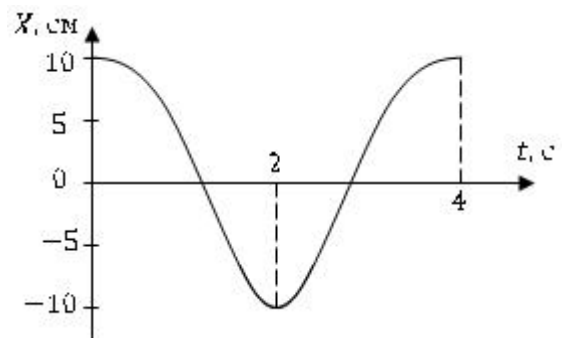
Решение задач

Задачи о колебаниях можно сгруппировать следующим образом:

- задачи при решении которых основными расчетными являются общие уравнения колебательного движения (1,4,5,6);
- задачи о математическом и пружинном маятнике;
- задачи на расчет поправок к маятниковым часам;
- задачи на определение энергии колебательной системы;
- задачи на сложение колебаний.

Задачи для самостоятельного решения:

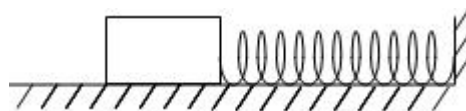
Задача № 1. По графику, приведенному на рисунке, найти амплитуду, период и частоту колебаний. Написать уравнение гармонических колебаний. Зная уравнение, найдите максимальную скорость, максимальное ускорение, максимальную силу, поддерживающую это движение и полную энергию колеблющейся точки, если ее масса 20 г.



$$[A = 0,1 \text{ м}; T = 2 \text{ с}; \nu = 0,5 \text{ Гн};$$

$$\nu_{max} = 0,314 \frac{\text{м}}{\text{с}}; a_{max} = 1 \text{ м/с}^2; F_{max} = 0,02 \text{ Н}]$$

Задача № 2. Пуля массой m , летящая со скоростью V , попадает в тело массы M , связанное со стенкой пружиной жесткости k и застревает в нем. Выбрав момент попадания пули за начало отсчета времени, найдите зависимости скорости и координаты тела от времени. Трением пренебречь.



$$[x = \frac{mv}{\sqrt{k(m+M)}} \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m+M}} t\right); v = \frac{mv}{m+M} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m+M}} t\right)]$$

Задача № 3. С какой частотой будет колебаться палка массой 2 кг. и площадью поперечного сечения 5 см^2 , плавающая на поверхности воды в вертикальном положении?

$$[0,25 \text{ Гц}]$$

Задача № 4. При подвешивании грузов массами $m_1 = 600 \text{ г}$ и $m_2 = 400 \text{ г}$ к свободным пружинам последние удлинились одинаково $l = 10 \text{ см}$. Пренебрегая массой пружин, определить:

- 1) период колебаний грузов;
- 2) какой из грузов при одинаковых амплитудах обладает большей энергией и во сколько раз?

$$[T_1 = T_2; \frac{W_1}{W_2} = 1,5]$$

Задача № 5. Как будут идти часы с секундным маятником, установленным для Тирасполя на полюсе и на экваторе?

Задача № 6. Сохранится ли период колебаний часов ходиков, если их с Земли перенести на Луну?

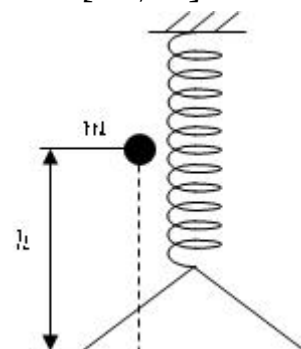
Задача № 7. Как будет изменяться ход маятниковых часов при наступлении летних жарких дней по сравнению с холодными зимними днями, если часы установлены в неутепленном помещении (стержень маятника металлический).

Задача № 8. Определить, на сколько отстанут маятниковые (ходики) часы за сутки, если их поднять на высоту 5 км над поверхностью Земли?

$$[67,5 \text{ с}]$$

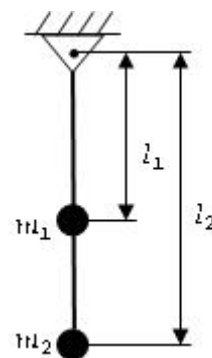
Задача № 9. На чашечку весов массой M , подвешенную на пружине жесткостью k , с высоты h падает небольшой груз массой m . Удар груза о дно чашечки является абсолютно неупругим. Чашка в результате падения груза начинает совершать колебания. Определить амплитуду A этих колебаний.

$$[A = \sqrt{\frac{2mgh}{k} \left(1 + \frac{m}{m+M}\right)}]$$



Задача № 10. К жесткому невесомому стержню прикреплены два точечных тела массами m_1 и m_2 на расстояниях l_1 и l_2 соответственно от точки подвеса. Определить частоту малых колебаний маятника.

$$[\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_1 l_1 + m_2 l_2}{m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2} \cdot g}]$$



Указания:

Задача №4 При погружении палки в воду на величину амплитуды, на нее будет действовать дополнительная архимедова сила, которая сообщит ей ускорение. Согласно второму закону Ньютона

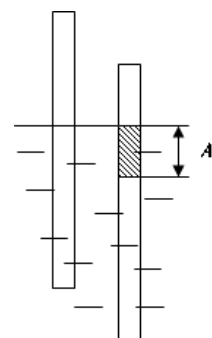
$$ma = \rho g S A.$$

Учитывая, что $a = \omega^2 A = 4\pi^2 \nu^2 A$ получим

$$4\pi^2 \nu^2 = \rho g S.$$

Откуда

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho g S}{m}}; \nu = 0,25 \text{ Гц.}$$



Задача №8

При перемещении маятниковых часов с одного уровня на другой изменяется период колебаний маятника, так как ускорение свободного падения зависит от высоты. Выверенные на одном уровне, такие часы будут уходить вперед или отставать в зависимости от того, опускают ли их вниз или поднимают вверх. По условию задачи часы переносим на более высокий уровень. При этом ускорение g будет уменьшаться, а, следовательно, период будет увеличиваться, и часы будут отставать. Если предположить, что часы идут правильно на Земле и делают за сутки n полных колебаний, то их показания

$$t_1 = 2\pi n \sqrt{\frac{l}{g_0}}.$$

Эти же часы, на высоте h , те же самые колебания сделают за время

$$t_2 = 2\pi n \sqrt{\frac{l}{g}},$$

Где

$$g_0 = G \frac{M}{R^2}; g = G \frac{M}{(R + h)^2};$$

Следовательно

$$\frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{g}{g_0}} = \sqrt{\frac{G \frac{M}{(R+h)^2}}{G \frac{M}{R^2}}} = \sqrt{\frac{R^2}{(R+h)^2}} = \frac{R}{R+h}.$$

Следовательно, за сутки часы отстанут на

$$\Delta t = t_2 - t_1 = t_1 \frac{R+h}{R} - t_1 = t_1 \left(\frac{R+h}{R} - 1 \right) = t_1 \frac{h}{R};$$

$$\Delta t = 67,5 \text{ с.}$$

Задача №10

Найдем центр масс маятников. Обозначим расстояние от оси маятников до центра масс через d . Согласно условию равновесия, имеем

$$m_1 g x = [(l_2 - l_1) - x] m_2 g.$$

Откуда

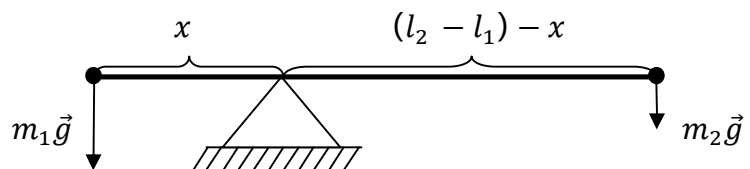
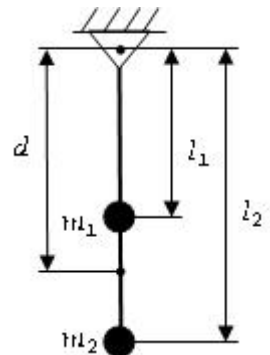
$$x = \frac{m_1(l_2 - l_1)}{m_1 + m_2}.$$

Следовательно

$$d = l_1 + x = \frac{m_1 l_1 + m_2 l_2}{m_1 + m_2}.$$

Частота колебаний

$$\nu = \frac{1}{2\pi \sqrt{\frac{I}{(m_1 + m_2)gd}}}.$$



Учитывая, что

$$d = \frac{m_1 l_1 + m_2 l_2}{m_1 + m_2},$$

а момент инерции

$$I = m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2,$$

следовательно

$$\nu = \frac{1}{2\pi \sqrt{\frac{m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2}{(m_1 + m_2)g \cdot \frac{m_1 l_1 + m_2 l_2}{m_1 + m_2}}}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_1 l_1 + m_2 l_2}{m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2} \cdot g}.$$

Есть и другой способ решения. См. решение в кн. П.И.Хаджи Избранные задачи по теории колебаний.— Тирасполь РИО ПГКУ, 1996, Стр. 38.

Д.З.

Задача (№418). Первый шар колеблется на пружине, имеющей жесткость в 4 раза большую, чем жесткость пружины, на которой колеблется второй шар такой же массы. Какой из шаров надо дальше отвести от положения равновесия и во сколько раз, чтобы их максимальные скорости были одинаковы?

[второй в 2 раза дальше]

Задача (№901). Сравнить время прохождения колеблющейся точки первой и второй половины амплитуды.

[2: 1]

Задачи № 427(№ 901); № 429(№ 912)

Задача (№920). Пружинный маятник вывели из положения равновесия и отпустили. Через какое время (в долях периода) кинетическая энергия колеблющегося тела будет равна потенциальной энергии пружины?

$[\frac{1}{8}T; \frac{3}{8}T; \frac{5}{8}T; \frac{7}{8}T]$

Занятие № 27

Тема: Электромагнитные колебания

Основные законы и формулы

Свободные электромагнитные колебания возникают в колебательном контуре электрической цепи, состоящей из последовательно соединённых катушки индуктивности и конденсатора. Для таких колебаний справедливы следующие соотношения:

$$\begin{aligned}q &= q_{\max} \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \\u &= U_{\max} \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (1) \\i &= I_{\max} \sin(\omega_0 t + \varphi_0)\end{aligned}$$

где $q, q_{\max}$ — мгновенное и максимальное значение заряда конденсатора;
 $i, I_{\max}$ — мгновенное и максимальное значение силы тока ;

$\omega_0 = 2\pi\nu = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ — циклическая частота.

Период колебаний контура (при $R=0$) определяется по формуле Томсона:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC} \quad (2)$$

Полная электромагнитная энергия контура равна сумме магнитного и электрического полей:

$$E = \frac{LI^2}{2} + \frac{q^2}{2C} = \frac{LI_{\max}^2}{2} = \frac{CU_{\max}^2}{2} = \frac{q_{\max}^2}{2}.$$

Переменный ток — это вынужденные электромагнитные колебания, форма которых определяется законом изменения ЭДС источника тока. Если ЭДС в цепи

изменяется по закону: $e = E_{\max} \sin \omega t$, то в такой цепи установятся вынужденные колебания тока той же частоты: $i = I_{\max} \sin(\omega t + \varphi_0)$. При этом величина I и φ определяется по формулам:

$$I = \frac{U_{\max}}{z}; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R},$$

где $z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ – полное сопротивление цепи.

$X_L = \omega L = 2\pi\nu L$ и $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi\nu C}$ – индуктивное и ёмкостное сопротивления;

$X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}$ – полное реактивное сопротивление переменному току

При условии: $X_L - X_C = 0$ сила тока в цепи достигает максимального значения

$$I_{\max} = \frac{U_{\max}}{z} = \frac{U_{\max}}{R} \text{ (электрический резонанс).}$$

Эффективной (действующей) силой и эффективным напряжением переменного синусоидального тока называется сила и напряжение такого постоянного тока при котором на нагрузке рассеивается та же мощность, что и при данном переменном токе:

$$I_d = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}}; \quad U_d = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}}$$

средняя мощность переменного тока

$$P_{\text{ср}} = IU \cos \varphi, \text{ где } \cos \varphi \text{ – коэффициент мощности.}$$

Преобразование тока, при котором меняется его сила практически без изменений мощности, называется трансформацией. Коэффициент трансформации

$$R = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}, \text{ где } n_1 \text{ и } n_2 \text{ – число витков в первичной и вторичной обмотках;}$$

ε_1 и ε_2 – ЭДС индукции в соответствующих обмотках.

Если падением напряжения на активном сопротивлении в первичной цепи трансформатора можно пренебречь, то $\varepsilon_1 = U_1$, а в режиме холостого хода $\varepsilon_2 = U_2$. Тогда

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{U_1}{U_2}$$

КПД трансформатора – это отношение мощности P_2 , отдаваемого вторичной обмоткой, к мощности P_1 , подводимой к первичной обмотке

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}.$$

Решение задач

По этой теме можно выделить следующие типы задач:

- задачи на применение формулы Томсона;

- задачи на применение закона Ома для расчета простейших электрических цепей;
- задачи на расчет мощности и экономической эффективности цепей переменного тока.

Задачи для самостоятельной работы

Задача № 1. Колебательный контур состоит из катушки индуктивности и двух одинаковых конденсаторов, включенных параллельно. Период собственных колебаний контура $T_1 = 20$ мкс. Чему будет равен период, если конденсаторы включить последовательно?

[10 мкс]

Задача № 2. Колебательный контур состоит из катушки с индуктивностью 3 мГн и плоского конденсатора в виде двух дисков радиусом 1,2 см, расположенных на расстоянии 0,3 мм друг от друга. Найти период T электромагнитных колебаний контура. Каков будет период T_1 колебаний, если конденсатор заполнить веществом с диэлектрической проницаемостью 4?

[1,26 мкс ; 2,51 мкс]

Задача № 3. В колебательном контуре с индуктивностью 0,4 Гн и емкостью $2,0 \cdot 10^{-5}$ Ф амплитуда значения тока $1,0 \cdot 10^{-1}$ А. Каким будет напряжение на конденсаторе в тот момент, когда энергии электрического и магнитного полей будут равны? Колебания считать незатухающими.

[10 В]

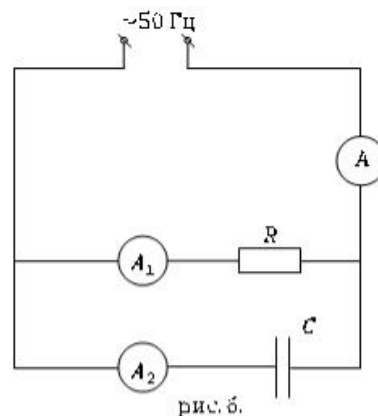
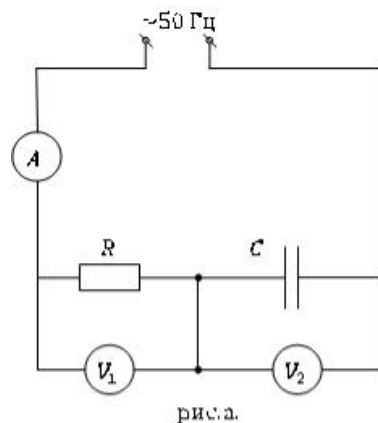
Задача № 4. К источнику переменного напряжения $U = 250 \sin 100 \pi t$ В подключены последовательно конденсатор и катушка с активным сопротивлением 50 Ом и индуктивностью 0,5 Гн. Какова должна быть емкость конденсатора, чтобы в цепи возник резонанс, и каковы при этом будут эффективные значения напряжений на конденсаторе и катушке?

[$2 \cdot 10^{-5}$ Ф ; ≈ 560 В ; 580 В]

Задача № 5. Каковы показания приборов в цепях, представленных схемами на рисунке

1 а, б? Напряжение сети $U = 250$ В, $R = 120$ Ом, $C = 20$ мкФ. Построить для обеих схем векторные диаграммы.

[для схемы рис. а 1,25 А; 150 В; 200 В ; для схемы рис. б 2,6 А ; 2,1 А; 1,6 А]



Задача № 6. Мгновенное значение тока низкой частоты изменяется по закону $i = 0,564 \sin 12,56t$ А. Какое количество теплоты выделится в проводнике с активным сопротивлением 15 Ом за время равное 10 периодам?

[12 Дж]

Задача № 7. Действующее напряжение в сети переменного тока 120 В. Определите время, в течение которого горит неоновая лампа в каждый полупериод, если лампа загорается и гаснет при напряжении $U = 84$ В. Частота переменного тока $\nu = 50$ Гц .

[$\Delta t = \frac{1}{150} \text{ с}$]

Задача № 8. Понижающий трансформатор с коэффициентом трансформации, равным 10, включен в сеть напряжения 220 В. Каково напряжение на выходе трансформатора, если сопротивление вторичной обмотки 0,2 Ом, а сопротивление полезной нагрузки 2 Ом?

[21,5 В]

Задача № 9. Первичная обмотка понижающего трансформатора включена в сеть переменного тока с напр. 220 В. Напряжение на зажимах вторичной обмотки 20 В, а ее сопротивление 1 Ом, ток в ней 2 А. Найти коэффициент трансформации и КПД трансформатора.

[0,09; 91%]

Задача № 10. Напряжение и сила тока в катушке изменяются по законам $U = 60 \sin(314t + 0,25)$ В и $i = 15 \sin 314t$ А. Определить разность фаз между напряжением и током; полное сопротивление катушки Z ; коэффициент мощности $\cos \varphi$; активное сопротивление катушки R ; ее индуктивное сопротивление X_L ; полную мощность S ; активную мощность P .

[0,25 рад; $Z = 4$ Ом; $\cos \varphi = 0,97$; $R = 3,9$ Ом;
 $X_L = 0,99$ Ом; $S = 450 \text{ В} \cdot \text{А}$; $P = 436 \text{ Вт}$]

Указания:

Задача № 5

Схема на рис. а.

Согласно закону Ома для цепи переменного тока

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}.$$

Так как индуктивность отсутствует, то

Таким образом

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{4\pi^2\nu^2 C^2}}}.$$

Напряжение на активном сопротивлении

$$U_R = IR; U_R = 150 \text{ В}; U_C = I \frac{1}{\omega C} = \frac{I}{2\pi\nu C}; U_C = 200 \text{ В}.$$

Можно построить векторную диаграмму и проверить правильность решения задачи

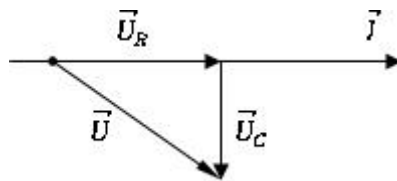


Рис.а

Общее направление

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_C^2}; U = 250 \text{ В}.$$

Следовательно зная U_R и общее напряжение U , можно найти и другим способом U_C .

$$U_C = \sqrt{U^2 - U_R^2}$$

Для схемы б:

$$I_1 = \frac{U}{R}; I_1 = 2,1 \text{ А};$$

$$I_2 = \frac{U}{X_C} = U\omega C = 2\pi\nu CU; I_2 = 1,6 \text{ А}.$$

Построим векторную диаграмму.

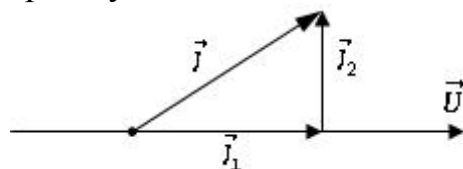


Рис.б

Из диаграммы очевидно, что общий ток

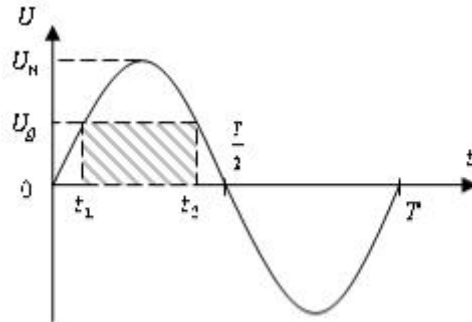
$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = 2,6 \text{ А}.$$

Задача № 7

К лампочке подведено переменное напряжение

$$U = U_M \sin \frac{2\pi}{T} t, \text{ где } U_M - \text{амплитуда напряжения}$$

График зависимости этого напряжения от времени приведен на рисунке.



Лампочка будет зажигаться в каждый полупериод, когда подведенное к ней напряжение достигает значения напряжения зажигания. Время от начала периода до момента зажигания t_1 найдем из условия

$$U = U_M \sin \frac{2\pi}{T} t_1$$

Учитывая, что $U_M = U_g \sqrt{2}$, а напряжение зажигания $U = 84 \text{ В}$, получим

$$\begin{aligned} 84 &= 120 \sin \frac{2\pi}{T} t_1 \\ \sin \frac{2\pi}{T} t_1 &= \frac{84}{120} \approx 0,5. \end{aligned}$$

Следовательно $\frac{2\pi}{T} t_1 = \frac{\pi}{6}$; откуда $t_1 = \frac{T}{12}$.

Следовательно, лампа в течение полупериода будет гореть время

$$\Delta t = \frac{T}{2} - 2t_1 = \frac{T}{2} - \frac{T}{6} = \frac{T}{3}.$$

Учитывая, что частота переменного тока $\nu = 50 \text{ Гц}$, найдем

$$\begin{aligned} \Delta t &= \frac{T}{3\nu}; \\ \Delta t &= \frac{1}{150} \text{ с.} \end{aligned}$$

Задача № 10

Из законов изменения $U = U(t)$ и $i = i(t)$ находим разность фаз $\Delta\varphi = 0,25 \text{ рад}$, $U_M = 60 \text{ В}$, $I_M = 15 \text{ А}$. Следовательно

$$Z = \frac{U_M}{I_M}; Z = 4 \text{ Ом.}$$

Найдем $\cos \varphi$, для чего $0,25 \text{ рад}$ переведем в градусы (используем таблицу, радианная мера $\text{Arc } A^\circ = \frac{2\pi}{180^\circ}$), $\varphi = 14^\circ 18'$, следовательно $\cos 14^\circ 18' = 0,97$.

$$\text{Активная мощность } P = \frac{U_M I_M}{2} \cos \varphi; P = 436 \text{ Вт.}$$

С другой стороны $P = \frac{RI_M^2}{2} \cos \varphi$.

Откуда

$$R = \frac{2P}{I_M^2 \cos \varphi}; R = 3,9 \text{ Ом.}$$

Общее сопротивление

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}; Z^2 = R^2 + X_L^2$$

Откуда

$$X_L = \sqrt{Z^2 - R^2}; X_L = 0,89 \text{ Ом.}$$

Полная мощность

$$S = \frac{RI_M^2}{2}; S = 450 \text{ В} \cdot \text{А.}$$

Д.З.

Задача № 952. Через какое время (в долях периода $\frac{t}{T}$) на конденсаторе колебательного контура впервые будет заряд, равный половине амплитудного значения?

$$[t = \frac{T}{6}]$$

Задача № 960. В колебательном контуре конденсатору емкостью 10 мкФ сообщили заряд 40 мкКл, после чего в контуре возникли затухающие электромагнитные колебания. Какое количество теплоты выделится к моменту, когда максимальное напряжение на конденсаторе станет меньше начального напряжения в 4 раза?

$$[7,5 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}]$$

Задачи № 963(№ 929); № 973(№ 939); № 988(№ 967).

Занятие №28

Тема: Преломление света. Линзы. Оптические приборы

Основные законы и формулы

При переходе из одной среды в другую происходит преломление светового луча и справедливо следующее равенство:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n = \frac{n_2}{n_1},$$

где α – угол падения луча; β – угол преломления;

n – относительный показатель преломления второй среды относительно первой; n_1 и n_2 – абсолютные показатели преломления соответственно первой и второй сред.

При некотором значении угла падения $\alpha_{кр}$, угол преломления $\beta = 90^\circ$. Этот угол падения называется предельным. Если $\alpha > \alpha_{кр}$, то лучи отражаются от границы раздела обратно в первую среду. Соответствующее явление получило название полного внутреннего отражения. Угол

$$A_{\text{пр}} = \arcsin \frac{1}{N}.$$

Формула тонкой собирающей линзы:

$$\frac{1}{d} \pm \frac{1}{f} = \frac{1}{F},$$

где d – расстояние от предмета до линзы; f – расстояние от линзы до изображения, F – фокусное расстояние линзы.

Знак минус соответствует мнимому изображению предмета.

Формула тонкой рассеивающей линзы:

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = -\frac{1}{F},$$

Величину D , обратную фокусному расстоянию, называют оптической силой линзы

$$D = \frac{1}{F}.$$

Если R_1 и R_2 – радиусы кривизны сферических поверхностей, ограничивающих линзу, то

$$\frac{1}{F} = \left(\frac{n_{\text{л}}}{n_{\text{ср}}} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

где $n_{\text{л}}$, $n_{\text{ср}}$ – показатели преломления соответственно вещества линзы и окружающей среды.

Линейное увеличение линзы:

$$\Gamma = \frac{f}{d}.$$

Если две тонкие линзы с оптическими силами D_1 и D_2 сложены вплотную, то оптическая сила образовавшейся системы $D = D_1 + D_2$

Для получения изображения предметов часто используют различные системы линз. Примерами оптических систем могут служить лупа, микроскоп, зрительная труба. Линейное увеличение, даваемое лупой с фокусным расстоянием F , определяется так:

$$\Gamma = \frac{d_0}{F},$$

где d_0 – расстояние наилучшего зрения. Для нормального глаза $d_0 = 25\text{см}$.

Для микроскопа: $\Gamma = \frac{Ld_0}{F_1F_2}$, где L – расстояние между окуляром и объективом (длина тубуса микроскопа), F_1 и F_2 – фокусные расстояния соответственно объектива и окуляра.

Для наблюдения изображений удаленных предметов применяют зрительные трубы. Увеличение, даваемое зрительной трубой, определяется по формуле

$$\Gamma = \frac{\text{tg } \beta}{\text{tg } \alpha} = \frac{F_1}{F_2},$$

где α – угол зрения на рассматриваемый предмет; β – угол, под которым видно его изображение; F_1 и F_2 фокусные расстояния объектива и окуляра зрительной трубы.

Решение задач:

Задачи на преломление света можно разделить на 5 групп:

- задачи о преломлении света на плоской границе раздела двух сред;
- задачи на построение изображений предметов в отдельных линзах;
- задачи, в которых требуется путем графического построения определить по заданному положению предмета и изображения, где находится линза, ее тип и основные характеристики точки;
- расчетные задачи на преломление света в одиночных линзах;
- задачи на оптические системы, состоящие из нескольких линз или линз и зеркал.

Задачи для самостоятельного решения:

Задача № 1. В дно водоема глубиной 1,5 м вбита свая, которая выступает из воды на 30 см. Найти длину тени сваи на дно водоема при угле падения солнечных лучей 45° . Показатель преломления воды 1,33.

[124 см]

Задача № 2. На призму с преломляющим углом 40° падает луч под углом 30° . Определить угол смещения луча после выхода из призмы, если показатель преломления ее вещества 1,5.

[22°]

Задача № 3. Расстояние между предметом и экраном 120 см. Где нужно поместить собирающую линзу с фокусным расстоянием 25 см, чтобы на экране получилось отчетливое изображение предмета?

[$d_1 = 84,5$ см; $d_2 = 35,5$ см]

Задача № 4. Найти построением положение рассеивающей линзы и ее главных фокусов, если размеры предмета $AB = 10$ см, его изображения $A'B' = 5$ см, а расстояние между точками B и B' на оптической оси $a = 4$ см. Проверить полученные данные расчетом.

[8 см]

Задача № 5. Построить график зависимости расстояния изображения f от линзы до расстояния d предмета от линзы. Рассмотреть также случай, когда изображение мнимое.

Задача № 6. На каком расстоянии надо поместить предмет от собирающей линзы, чтобы расстояние от предмета до его действительного изображения было наименьшим?

[2F]

Задача № 7. С помощью фотоаппарата требуется получить изображение (9х12 см) здания длиной $l = 50$ м. На каком расстоянии от здания нужно установить аппарат, чтобы весь фасад здания уместился на пластинке, если главное фокусное расстояние объектива $F = 12$ см?

[50 м]

Задача № 8. На дне стеклянной ванны лежит зеркало, поверх которого налит слой четыреххлористого углерода высотой 15 см. Над поверхностью слоя над высотой 25 см находится точечный источник света. Определить расстояние от источника света до его мнимого изображения в зеркале. Показатель преломления четыреххлористого углерода $n = 1,46$

[70 см]

Задача № 9. Определить толщину плоскопараллельной пластинки с показателем преломления 1,7, если луч света, пройдя эту пластину, смещается на 2,0 см. Угол падения луча на пластину 50° .

[4,5 см]

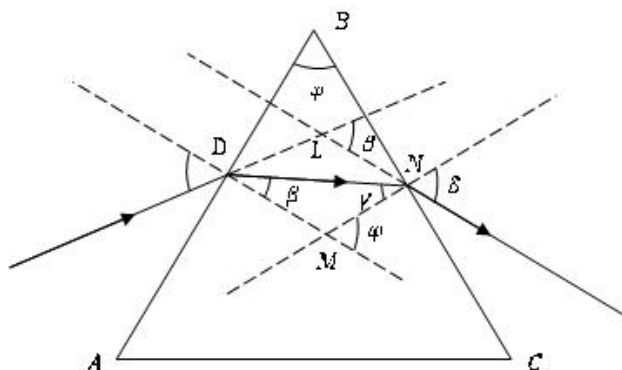
Задача № 10. На дно сосуда, наполненного водой до высоты h , находится точечный источник света. На поверхности воды плавает круглый диск так, что его центр находится над источником. При каком минимальном радиусе диска лучи от источника не будут выходить из воды.

$$[D = \frac{2h}{\sqrt{h^2 - 1}}]$$

Указания:

Задача № 2

При переходе луча из менее плотной среды в более плотную угол $\alpha > \beta$, а при выходе из призмы $\gamma < \delta$.



Согласно закону преломления света

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$$

$$\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n} ; \sin \beta = 0,3333; \beta = 20^\circ .$$

$\angle NMF = \varphi$, так как имеем два угла со взаимными перпендикулярными сторонами.

Кроме того φ — является внешним углом $\angle DMN$

$$\varphi = \beta + \gamma; \gamma = \varphi - \beta = 21^\circ.$$

Воспользуемся еще раз законом преломления света

$$\frac{\sin \gamma}{\sin \delta} = \frac{1}{n}; \sin \delta = n \sin \gamma$$

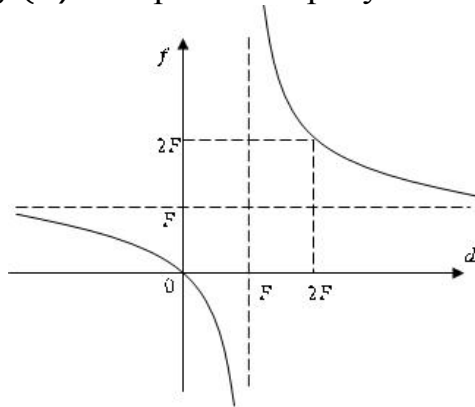
$$\sin \delta \approx 0,5376; \delta = 33^\circ.$$

θ — является внешним углом $\angle DLN$

$$\theta = (\alpha - \beta) + (\delta - \gamma); \theta = 22^\circ.$$

Задача № 5

График зависимости $f(d)$ изображен на рисунке.



Действительно, согласно формуле линзы

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{d}$$

$$f = \frac{Fd}{d - F}.$$

При $d = 2F$

$$f = \frac{F \cdot 2F}{2F - F} = 2F.$$

Задача № 6

Первый способ:

Воспользовавшись формулой линзы

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f},$$

найдем

$$f = \frac{Fd}{d - F}.$$

Тогда

$$f + d = d + \frac{Fd}{d - F} = \frac{d^2}{d - F}.$$

В нашем случае $d > F$, так как изображение действительное. Преобразуем последнее выражение.

$$f + d = \frac{d^2}{d - F} = \frac{((d - F) + F)^2}{d - F} = \frac{((d - F) - F)^2 + 4F(d - F)}{d - F} = \frac{(d - 2F)^2}{d - F} + 4F.$$

Выражение, стоящее в правой части, а значит и расстояние между предметом и его изображением минимально при $d = 2F$

второй способ:

Обозначим расстояние между предметами и его действительным изображением через y , тогда

$$y = \frac{d^2}{d - F};$$

откуда $d^2 - dy + Fu = 0$

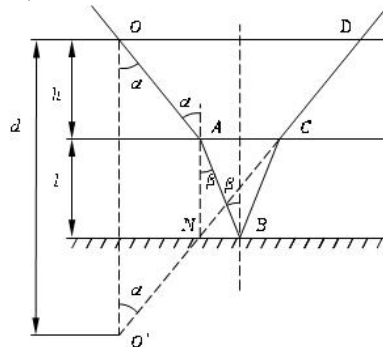
Дискриминант D полученного трехчлена равный $D = y(y - 4F)$ неотрицателен при $y \geq 4F$. Минимальное значение y , при котором задача имеет решение (т.е. существует корень трехчлена), равно $4F$, т. е. $y_{min} = 4F$.

$$d^2 - d4F + 4F^2 = 0$$

Корень этого уравнения $d = 2F$.

Задача № 8

Проследим за некоторым лучом $OABCD$, выходящим из источника и после отражения от зеркала попадающим в глаз.



Углы α и β малы, так что $\sin \alpha \approx \tg \alpha \approx \alpha$ и $\sin \beta \approx \tg \beta \approx \beta$. Глаз увидит изображение точки O в точке O лежащей на продолжении луча CD . Из рисунка имеем

$$OD \approx \alpha d \approx 2h\alpha + 2l\beta \approx 2\alpha(h + \frac{l}{h})$$

Последнее выражение было получено следующим образом:

Из $\triangle AOM$ $MA = h \cdot \tg \alpha \approx h\alpha$.

Из $\triangle ANB$ $NB = l \cdot \tg \beta \approx l\beta$.

Следовательно

$$(MA + NB)^2 = OD = 2(h\alpha + l\beta)$$

Учитывая закон преломления

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n; \frac{\alpha}{\beta} \approx n \rightarrow \alpha = n\beta.$$

Тогда

$$OD = 2 \left(h\alpha + l \frac{\alpha}{n} \right) = 2\alpha \left(h + \frac{l}{n} \right).$$

И в итоге

$$d = \frac{OD}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{2\alpha \left(h + \frac{l}{n} \right)}{\alpha} = 2 \left(h + \frac{l}{n} \right);$$

$$d = 70 \text{ см.}$$

Д.З. № 1030(№ 1024); № 1047(№ 1045)

Задача (№1078). Экран находится на расстоянии l от горящей свечи. Помещая между свечой и экраном линзы, можно получить резкое изображение свечи на экране при двух положениях линзы, удаленных друг от друга на расстоянии a . Показать, что в этом случае для нахождения главного фокусного расстояния линзы можно пользоваться формулой

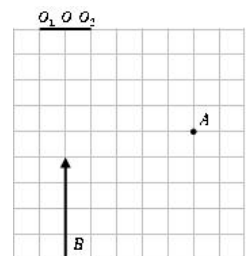
$$F = \frac{l^2 - a^2}{4l}.$$

Задача № 4. На главной оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 40$ см на расстоянии $d = 60$ см от линзы расположена светящаяся точка, которая колеблется вдоль оптической оси линзы с периодом колебаний $T = 0,3$ с. Амплитуда колебаний $A = 10$ см. Найдите среднее за период значения модуля скорости движения изображения

$$[v_{\text{ср}} = \frac{4AF^2}{T((d-F)^2 - A^2)}]$$

Задача № 5. Первый человек стоит сбоку от плоского зеркала O_1O_2 в точке A . Второй человек идет к зеркалу по прямой OB , перпендикулярной плоскости зеркала и проходящей через его середину. Если шаг сетки на рисунке равен 2 см, то в момент, когда оба человека видят друг друга в зеркале, расстояние от зеркала до второго человека будет равно

[1) 1 м; 2) 1,5 м; 3) 2 м; 4) 3 м; 5) 4 м;]



Тема: Световые волны. Интерференция и дифракция света*Основные законы и формулы*

Показатель преломления $n = \frac{c}{v}$, где c – скорость света в вакууме, а v – скорость света в среде, зависит от длины волны света. Это явление носит название дисперсии света.

При наложении когерентных $\varphi_1 - \varphi_2 = \text{const}$ волн имеет место интерференция света. Результат интерференции световых волн зависит от величин оптической разности хода волн в точке наблюдения. Оптическая разность хода 2-х световых лучей:

$$\Delta d = L_1 - L_2, \text{ где } L_1, L_2 \text{ — оптические длины волн.}$$

Интерференционный максимум интенсивности света соответствует оптической разности хода лучей, численно равной чётному числу полуволн:

$$\Delta d = 2h \frac{\lambda}{2},$$

где $h = 0, 1, 2, 3 \dots$; где λ – длина световой волны в вакууме.

Интерференционный минимум интенсивности света соответствует оптической разности хода лучей численно равной нечётному числу полуволн:

$$\Delta d = (2k + 1)h \frac{\lambda}{2}.$$

Радиус тёмных колец Ньютона в отражённом свете определяется формулой

$$r_k = \sqrt{kR\lambda}, k = 0, 1, 2, 3 \dots;$$

радиусы светлых колец

$$r_k = \sqrt{(2k - 1)R \frac{\lambda}{2}}, k = 0, 1, 2, 3 \dots,$$

где R – радиусы кривизны поверхности линзы; k – порядковый номер кольца.

В случае дифракции в параллельных лучах от одной щели положение минимумов освещённости на экране определяется условием:

$$b \sin \varphi = k\lambda, k = 0, 1, 2, 3 \dots,$$

где b – ширина щели; k – порядок минимума.

При нормальном падении света на дифракционную решётку положение главных максимумов определяется условием:

$$d \sin \varphi = k\lambda, k = 0, 1, 2, 3 \dots,$$

где d – постоянная (период) решётки, равная расстоянию между серединами двух соседних щелей; k – порядок спектра.

Решение задач

1. Большинство задач на дисперсию света носит качественный характер. В таких задачах, как правило, требуется объяснить на основании дисперсии света, то или иное наблюдаемое явление.

2. Задачи на интерференцию света можно разделить на 2 группы: задачи, связанные с интерференцией волн от двух когерентных источников; задачи на интерференцию в тонких пластинках (плёнках).

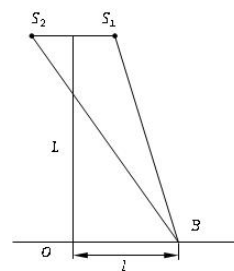
3. Большая часть задач на дифракцию света предполагает расчёт дифракции в параллельных лучах от одной щели или на дифракционной решётке. Основные уравнения при решении таких задач составляются на основании условий максимума или минимума дифракции на соответствующих объектах. Иногда дифракционная картина проецируется на экран, который, как правило, расположен на сравнительно большом расстоянии от дифракционной решётки. В таких случаях следует иметь в виду, что синусы углов с достаточной степенью точности можно заменить их тангенсами.

Задачи для самостоятельного решения

Задача № 1. Когда монохроматический свет падает нормально на поверхность мыльной плёнки, интенсивность отражённого света зависит от длины волны: она имеет максимум при $\lambda_1 = 630$ нм и ближайший к нему минимум при $\lambda_2 = 525$ нм. Какова толщина плёнки? Показатель преломления плёнки 1,35.

[590 нм]

Задача № 2. Экран освещается светом с длиной волны 590 нм, идущим от двух когерентных источников S_1 и S_2 , расстояние между которыми 200 мкм, причём на расстоянии 15 мм от центра экрана O , через точку B проходит центр второй тёмной интерференционной полосы, считая от точки O . Определить l , т.е. расстояние от мнимых источников света до экрана.



[3,4 м]

Задача № 3. Точечный источник монохроматического света находится на расстоянии $S = 1$ мм от большого плоского зеркала и на расстоянии $L = 4$ м от экрана, перпендикулярно зеркалу. Каково расстояние X между соседними максимумами освещённости? Длина световой волны $\lambda = 600$ нм.

[1,2 мм]

Задача № 4. Точечный источник A монохроматического света с длиной волны 500 нм расположен на расстоянии 50 мм от экрана. На расстоянии $1,5l$ от экрана находится параллельное ему плоское зеркало. Какой вид имеет интерференционная картина на экране? Тёмная или светлая полоска проходит на расстоянии 2 мм от точки O ?

[Концентрация тёмных и светлых кольца; Тёмная полоса]

Задача № 5. На дифракционную решётку с периодом 14 мкм падает нормально монохроматическая волна. На экране, удалённом от решётки на 2 м, расстояние

между спектрами 2 –го и 3 –го порядков 8,7 см. Какова длина волны падающего света?

[610 нм]

Задача № 6. Определить диаметр 2 –го светлого кольца Ньютона, наблюдаемого в отражённом свете с длиной волны 640 нм, если радиус кривизны линзы, лежащей на плоской пластинке равен 6,4 м, а лучи параллельны главной оптической оси линзы. Чему будет равен диаметр этого же кольца, если линзу с пластинкой опустить в воду?

[5мм; 4,3мм]

Задача № 7. Определить, светлое или тёмное кольцо Ньютона в отражённом свете будет иметь радиус 5,3 мм, если оно получилось при освещении линзы с радиусом кривизны

18 м светом с длиной волны 450 нм, падающим параллельно главной оптической оси линзы. Каков радиус этого же кольца, если в зазоре между линзой и пластинкой, на котором лежит линза, будет находиться этиловый спирт? Показатель преломления этилового спирта 1,36.

[Светлое кольцо; 4,5 мм]

Задача № 8. При освещении дифракционной решётки светом $\lambda = 627$ нм на экране получились полосы; расстояние между центральной и первой полосой 39,6 см. Зная, что экран находится на расстоянии 120 см от решётки, найти постоянную решётки.

[0,002 мм]

Задача № 9. На мыльную плёнку с показателем преломления 1,33 падает белый свет под углом 45° . При какой наименьшей толщине плёнки отражённые лучи будут окрашены в жёлтый цвет с длиной волны $6 \cdot 10^{-5}$ см.

[130 нм]

Задача №10. Определить угол дифракции φ лучей зелёного света ($\lambda = 550$ нм), образующих максимум 2 –го порядка, если период решётки 0,002 мм. Найти угол дифракции φ_{max} лучей, образующих последний максимум.

[33° ; 56°]

Указания:

Задача № 2

Так как в точке B имеем min , то условия получения его

$$\Delta d = (2k - 1) \frac{\lambda}{2},$$

где $\Delta d = d_2 - d_1$ – разность хода волн.

Из рисунка видно, что из ΔBS_1M и ΔBS_2N :

$$S_1B^2 = S_1M^2 + BM^2$$

$$S_2B^2 = S_2N^2 + BN^2$$

Или учитывая, что $S_1B = d_2$, а $S_2B = d_1$, тогда:

$$d_2^2 = L^2 + \left(l + \frac{d}{2}\right)^2; \quad d_1^2 = L^2 + \left(l - \frac{d}{2}\right)^2;$$

$$d_2^2 - d_1^2 = L^2 + l^2 + ld + \frac{d^2}{4} - L^2 - l^2 + ld - \frac{d^2}{4} = 2ld.$$

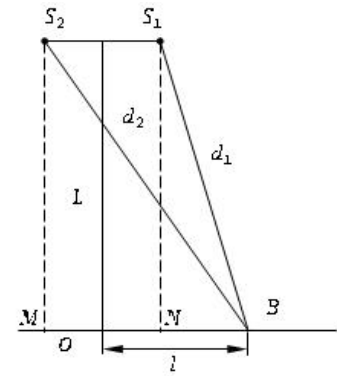
Но так как $d_2^2 - d_1^2 = (d_2 - d_1)(d_2 + d_1)$ и учитывая, что $d_2 + d_1 \approx 2L$, получим

$$2L(d_2 - d_1) = 2ld \rightarrow \Delta d = \frac{ld}{L}.$$

Сравнивая (1) и (2), найдём искомую величину

$$(2k - 1) \frac{\lambda}{2} = \frac{ld}{L}; \quad L = \frac{2ld}{(2k - 1)\lambda};$$

$$L = 3,4 \text{ м.}$$



Задача № 5

Для дифракционной решетки при нормальном падении света на дифракционную решетку положение главных максимумов определяется условием

$$d \sin \varphi = k\lambda.$$

Для малых углов

$$\sin \varphi = \operatorname{tg} \varphi = \frac{l}{L}$$

$$\frac{dl}{L} = k\lambda.$$

Для спектров 2-го и 3-го порядков имеем

$$\begin{cases} \frac{dl_1}{L} = k_1\lambda \\ \frac{dl_2}{L} = k_2\lambda \end{cases}$$

$$\frac{d}{L}(l_2 - l_1) = \lambda(k_2 - k_1);$$

$$\lambda = \frac{d(l_2 - l_1)}{L(k_2 - k_1)};$$

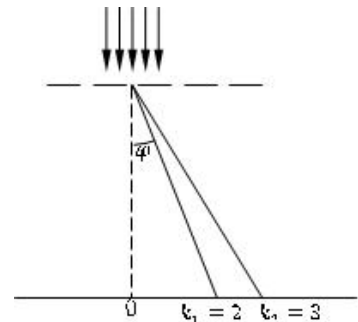
$$\lambda = 610 \text{ нм.}$$

Задача № 6. Радиус светлых колец Ньютона в отраженном свете определяется формулой

$$r_k = \sqrt{(2k - 1)R \frac{\lambda}{2}},$$

где $R = 0, 1, 2, \dots$

Для второго кольца



$$r_2 = \sqrt{3R \frac{\lambda}{2}}; r_2 = 2,5 \text{ мм.}$$

Следовательно, диаметр кольца

$$d = 2r_2 = 5 \text{ мм.}$$

Рассмотрим теперь случай, когда установка опускается в воду

Из рисунка $r = \sqrt{R^2 - (R - d)^2} \approx \sqrt{2Rd}$.

Возведя обе части в квадрат найдем

$$d = \frac{r^2}{2R} \quad (1).$$

Разность хода волны $\Delta d = 2dn \quad (2)$,

где n — показания преломления.

С другой стороны условия получения максимума

$$\Delta d = (2k - 1) \frac{\lambda}{2} \quad (3)$$

Сравнивая (2) и (3) получим

$$2dn = (2k - 1) \frac{\lambda}{2}.$$

Подставляя (1) в (4) имеем

$$\begin{aligned} \frac{2r^2}{2R} n &= (2k - 1) \frac{\lambda}{2}; \\ r &= \sqrt{\frac{(2k - 1)\lambda R}{2n}}; \\ r &= 2,17 \text{ мм.} \end{aligned}$$

В этом случае диаметр $d = 4,3 \text{ мм.}$

Д.З. № 1087; № 1091(№ 1113); № 1093(№ 1117); № 1102(№ 1124); № 1103(№ 1125)

Задача № 1087. Две когерентные световые волны приходят в некоторую точку пространства с разностью хода 2,25 мкм. Каков результат интерференции в этой точке, если свет: а) красный ($\lambda = 750 \text{ нм}$); б) зеленый ($\lambda = 500 \text{ нм}$)

[а)усиление; б)ослабление]

Занятие № 30

Тема: Действие света. Световые кванты. Фотоэффект

Основные законы и формулы

1) Фотон, подобно частице, обладает энергией, массой и импульсом.

Энергия фотона:

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad (1),$$

где h — постоянная Планка; $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$;

ν — частота света;

c — скорость света в вакууме;

λ — длина световой волны.

3) Масса и импульс фотона соответственно равны:

$$m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda} \quad (2);$$

$$p = mc = \frac{h}{\lambda} \quad (3);$$

3) Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта имеет вид:

$$h\nu = A + \frac{mv^2}{2} \quad (4),$$

где $h\nu$ — энергия поглощенного веществом фотона;

A — работа выхода электрона;

$\frac{mv^2}{2}$ — максимальная кинетическая энергия вылетающего электрона.

4) Освещаемая поверхность испытывает световое давление, величину которого можно определить следующим образом:

$$P = \frac{W(1 + \rho)}{c},$$

где $W = nh\nu$ — энергия излучения, падающего на единицу площади поверхности за 1 с, ρ — коэффициент отражения поверхности ($\rho = 0$ — для абсолютно черного тела, $\rho = 1$ для абсолютно отражающего тела).

Решения задач

Задачи на световые кванты и взаимодействие их с веществом можно разделить на три группы:

- задачи на световые кванты;
- задачи на фотоэффект;
- задачи на световое давление.

При решении задач второй и третьей групп следует иметь в виду, что взаимодействие фотонов с веществом подчиняется законам сохранения энергии и импульса. Закон сохранения энергии, записанный для взаимодействия фотона с электроном вещества при внешнем фотоэффекте, дает уравнение Эйнштейна (4); закон сохранения импульса, примененный к взаимодействию фотона с веществом, приведет к равенству (5).

Задачи для самостоятельного решения

Задача № 1. Какое количество фотонов с длиной волны $\lambda = 600$ нм имеет световой пучок с суммарным импульсом, равным среднему импульсу теплового движения атомов гелия при температуре $T = 300$ К?

$$[N = \frac{\lambda}{h} \sqrt{3hmT} = 8,2 \cdot 10^3]$$

Задача № 2. Определить абсолютный показатель преломления среды n , в которой свет с энергией фотонов $E = 4,4 \cdot 10^{-19}$ Дж имеет длину волны $\lambda = 3 \cdot 10^{-7}$ м.
[$n = 1,5$]

Задача № 3. Рентгеновская трубка, работающая при напряжении $U = 50$ кВ и силе тока

$I = 2$ мА, излучает $N = 5 \cdot 10^{13}$ фотонов в секунду. Считая среднюю длину волны излучения $\lambda = 0,1$ нм, найдите КПД трубки, т.е. отношение мощности рентгеновского излучения к мощности, потребляемой трубкой.

[0,1 %]

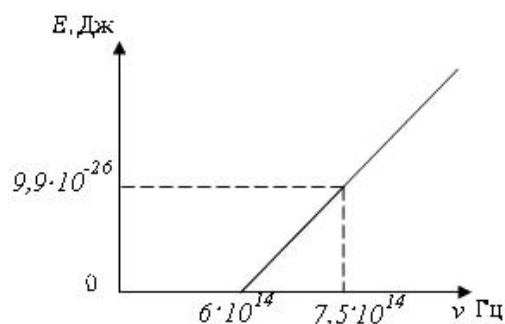
Задача № 4. Определить наибольшую скорость электрона, вылетевшего из металла цезия при освещении его светом с длиной волны $\lambda = 400$ нм, если работа выхода электрона из цезия $A = 1,9$ эВ.

[$6,5 \cdot 10^5$ м/с]

Задача № 5. На металлическую пластинку падает свет с длиной волны $\lambda = 0,4$ мкм. Фототок прекращается при задерживающей разности потенциалов $U = 0,95$ В. Определить красную границу фотоэффекта для данного металла.

[$6 \cdot 10^{-7}$ м]

Задача № 6. На рисунке приведен график зависимости кинетической энергии E_k электронов, вылетающих с поверхности бария при фотоэффекте от частоты облучающего света. Используя график, вычислите постоянную Планка и работу выхода электронов из бария.



[$h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ Дж · с; $4 \cdot 10^{-19}$ Дж]

Задача № 7. Капля воды объемом 0,2 мл нагревается светом с длиной волны 0,75 мкм, поглощая каждую секунду 10^{10} фотонов. Определить скорость нагревания воды.

[$3,15 \cdot 10^{-9}$ К/с]

Задача № 8. Уединенный цинковый шарик облучают монохроматическим светом длиной волны 4 нм. До какого потенциала зарядится шарик? Работа выхода электрона из цезия равна 4,0 эВ.

[308,5 В]

Задача № 9. На поверхность площадью 100 см² ежеминутно падает 63 Дж световой энергии. Найти световое давление в случаях, когда поверхность полностью отражает и полностью поглощает все излучение.

[0,7 мкПа; 0,35 мкПа]

Задача № 10. Пучок света с длиной волны $\lambda = 4200 \text{ \AA}$, падая перпендикулярно поверхности, производит давление $5 \cdot 10^{-6} \text{ Па}$. Коэффициент отражения поверхности $\rho = 0,25$. Сколько фотонов падает каждую секунду на единицу площади этой поверхности?

[$3 \cdot 10^{21}$]

Указания:

Задача № 6.

Из графика можно найти работу выхода

$$A = h\nu_1, \text{ где } \nu_1 = 6 \cdot 10^{14} \text{ Гц}$$

При частоте $\nu_2 = 7,5 \cdot 10^{14} \text{ Гц}$, кинетическая энергия $E_k = 9,9 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}$

Согласно формуле Эйнштейна для фотоэффекта

$$h\nu_2 = A + E_k$$

$$h\nu_2 - h\nu_1 = E_k$$

$$h = \frac{E_k}{\nu_2 - \nu_1};$$

$$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}.$$

Работа выхода $A = 4 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$.

Задача № 7.

Энергия всех фотонов

$$E = Nh \frac{c}{\lambda};$$

эту энергию получит вода

$$Q = mc_B \Delta T.$$

По условию задачи $E = Q$

$$Nh \frac{c}{\lambda} = mc_B \Delta T$$

$$Nh \frac{c}{\lambda} = \rho V c_B \Delta T$$

$$\Delta T = \frac{Nhc}{\lambda \rho V c_B};$$

c — скорость света, c_B — удельная теплоемкость воды

$$\Delta T = 3,15 \cdot 10^{-9} \text{ К/с}.$$

Задача № 8.

Согласно теории фотоэффекта

$$h \frac{c}{\lambda} = A + e\varphi$$

Откуда

$$\varphi = \frac{h \frac{c}{\lambda} - A}{e} = \frac{hc - A\lambda}{e\lambda};$$

$$\varphi = 308,5 \text{ В}.$$

Задача № 10.

Освещаемая поверхность испытывает световое давление, величину которого можно определить по формуле:

$$P = \frac{W(1 + \rho)}{c}$$

Где $W = nh\nu = nh\frac{c}{\lambda}$ — энергия излучения, падающего на единицу площади поверхности

за 1 с, ρ — коэффициент отражения поверхности.

Следовательно

$$P = \frac{h(1 + \rho)n}{\lambda} \rightarrow n = \frac{P\lambda}{h(1 + \rho)}.$$

Учитывая, что $1\text{Å} = 10^{-10}\text{м}$

$$n = 3 \cdot 10^{21}.$$

Д.З.

Задача № 1140. Какую максимальную кинетическую энергию имеют фотоэлектроны при облучении железа светом с длиной волны 200нм? Красная граница фотоэффекта для железа 288 нм.

[1,9 эВ]

Задачи № 1146(№ 1197); № 1146(№ 1198)

Задача № 4. Фотокатод, покрытый кальцием (работа выхода $A = 4,42 \cdot 10^{-19}$ Дж), освещается светом с частотой $\nu = 2 \cdot 10^{15}$ Гц. Вылетевшие из катода электроны попадают в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции этого поля и движутся по окружности максимального радиуса $R = 1$ см. Чему равен модуль индукции магнитного поля B ?

[$B = 0,8 \cdot 10^{-3}$ Тл]

Задача № 1158. Перпендикулярно поверхности площадью 4 м^2 падает $7,74 \cdot 10^{22}$ фотонов излучения с длиной волны $\lambda = 0,64$ мкм за 10 с. Определить световое давление на зеркальную поверхность, черную поверхность и поверхность с коэффициентом отражения 0,4.

Занятие № 31

Тема: Строение атома

Основные законы и формулы

Постулаты Бора:

1. Электроны могут двигаться в атоме только по определенным орбитам, радиусы которых удовлетворяют условию $mv_nr_n = n\hbar$

где m — масса электрона; v_n — скорость на n -ой орбите; r_n — радиус этой орбиты; $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ — постоянная Планка; n — целое число (квантовое число).

$$\hbar = 1,055 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}.$$

2. При переходе электрона с одной орбиты на другую атом излучает или поглощает квант энергии. При этом энергия кванта:

$$n\hbar = E_p - E_n,$$

где E_p, E_n — энергия электрона на соответствующих орбитах.

Частоту ν или длину волны λ линии спектра атома водорода можно найти, пользуясь следующей формулой:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = Rc \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где k, n — номера соответствующих орбит; c — скорость света в вакууме;

R — постоянная Ридберга: $R = \frac{e^4 m}{8 \epsilon_0 h^3} = 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$,

e — заряд электрона; m — его масса; h — постоянная Планка;

$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$; $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$; $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$

Закон радиоактивного распада выражается формулой

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где N_0 — число радиоактивных ядер в момент времени $t = 0$; N — их число по истечению времени; λ — постоянная радиоактивного распада

Период полураспада T и постоянная распада λ связаны соотношением:

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda}.$$

Закон радиоактивного распада запишется в виде

$$N = N_0 e^{-\frac{t}{T}}.$$

Энергия связи ядер

$$\Delta E = \Delta m c^2$$

или

$$\Delta E = c^2 (Z m_p + (A - Z) m_n - m_{\text{я}}),$$

где Δm — дефект массы ядра; Z — атомный номер; A — массовое число; m_p, m_n и $m_{\text{я}}$ — массы соответственно протона, нейтрона и ядра.

Энергия ядерной реакции

$$\Delta E = c^2 \left(\sum m_1 - \sum m_2 \right),$$

где $\sum m_1$ — сумма масс частиц до реакции; $\sum m_2$ — сумма масс частиц после реакции. Если $\sum m_1 > \sum m_2$, то реакция идет с выделением энергии, если же $\sum m_1 < \sum m_2$, то реакция идет с поглощением энергии.

Решения задач

Задачи рассматриваемой темы можно условно разделить на следующие группы:

- задачи на постулаты Бора;
- задачи на закономерность в спектрах атома водорода и водородоподобных ионов;
- задачи на законы радиоактивного распада;
- задачи на ядерные реакции.

Задачи для самостоятельного решения

Задача № 1. Атом водорода находится в возбужденном состоянии, характеризующимся главным квантовым числом $n = 4$. Определить возможные спектральные линии в спектре водорода, появляющиеся при переходе атома из возбужденного состояния в основное

$$[1,21 \cdot 10^{-7} \text{ м}; 1,02 \cdot 10^{-7} \text{ м}; 0,97 \cdot 10^{-7} \text{ м}; 6,54 \cdot 10^{-7} \text{ м}; 4,85 \cdot 10^{-7} \text{ м}; 18,7 \cdot 10^{-7} \text{ м}]$$

Задача № 2. Используя теорию атома водорода, определить:

- 1) радиус ближайшей к ядру орбиты (первый Боровский радиус);
- 2) скорость движения электрона на этой орбите.

$$[52,3 \text{ нм}; 2,19 \text{ м/с}]$$

Задача № 3. Определить частоту света, излучаемого атомом водорода, при переходе электрона на уровень с главным квантовым числом $n = 2$, если радиус орбиты изменяется в $k = 9$ раз.

$$[1,07 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}]$$

Задача № 4. Атом водорода поглощает фотон вследствие чего электрон, находящийся на второй Боровской орбите, вылетает из атома со скоростью $v = 6 \cdot 10^5 \text{ м/с}$. Чему равна частота фотона?

$$[1,07 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}]$$

Задача № 5. Сколько α и β распадов происходит при радиоактивном распаде ${}^{238}_{92}\text{U}$, если он превращается в ${}^{192}_{82}\text{Pb}$?

Задача № 6. Найдите удельную энергию связи нуклонов в ядре дейтерия ${}^2_1\text{H}$, ядре кислорода ${}^{16}_8\text{O}$ и ядре полония ${}^{192}_{82}\text{Po}$?

$$[1,1 \text{ МэВ}; 7,25 \text{ МэВ}]$$

Задача № 7. Определить энергетический выход ядерной реакции

${}^2_1\text{H} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He} + n$. См. таблица "Относительная атомная масса некоторых изотопов"

$$[3,3 \text{ МэВ}]$$

Задача № 8. При бомбардировке алюминия ${}^{27}_{13}\text{Al}$ α – частицами образуется фосфор ${}^{30}_{15}\text{P}$. Записать эту реакцию и подсчитать выделенную энергию.

$$[3 \text{ МэВ}]$$

Задача № 9. Период полураспада радиоактивного йода — 131 равен восьми суткам. За какое время t количество атомов йода — 131 уменьшается в 1000 раз?

[89 суток]

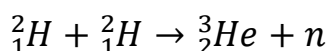
Задача № 10. При делении одного ядра ${}^{238}_{92}\text{U}$ на два осколка выделяется около 200 МэВ энергии. Какое количество энергии освободится при "сжигании" в ядерном реакторе

$m = 1$ г этого изотопа? Какое количество каменного угля m_1 надо сжечь для получения такого же количества энергии?

[$8,2 \cdot 10^{10}$ Дж; $2,8 \cdot 10^3$ кг]

Указания:

Задача № 7.



Находим массу до реакции и после

$$2,01410 \text{ а. е. м.} \cdot 2 = 4,02820 \text{ а. е. м.}$$

$$3,01602 \text{ а. е. м.} + 1,00867 \text{ а. е. м.} = 4,02469 \text{ а. е. м.}$$

Так как масса до реакции больше чем после реакции, то энергия выделяется

Найдем дефект масс

$$\Delta m = 4,02820 \text{ а. е. м.} - 4,02469 \text{ а. е. м.} = 0,00351 \text{ а. е. м.}$$

Зная коэффициент взаимосвязи массы и энергии, найдем энергетический выход

$$E = 931,5 \frac{\text{МэВ}}{\text{а. е. м.}} \cdot 0,00351 \text{ а. е. м.} = 3,3 \text{ МэВ.}$$

Задача № 10

Найдем количество ядер в 1 г ${}^{238}_{92}\text{U}$

$$N = \frac{m}{M} N_A.$$

Тогда общая энергия выделяемая при делении 1 г урана

$$E = NE_0 = \frac{m}{M} N_A E_0, \text{ где } E_0 = 200 \text{ МэВ}$$

$$E = 8,2 \cdot 10^{10} \text{ Дж}$$

Эту же энергию можно получить при сжигании m_1 — кг угля

$$E = m_1 q, \text{ где } q = 29 \text{ МДж/кг} — \text{удельная теплота сгорания топлива}$$

Откуда

$$m_1 = \frac{E}{q}; m_1 = 2,8 \cdot 10^3 \text{ кг.}$$

Д.З. № 1219(№ 1230); № 1221(№ 1242); № 1229(№ 1249); № 1241(№ 1247)

Задача № 1226. При делении изотопа урана ${}^{238}_{92}\text{U}$ освобождается энергия 200 МэВ, причем 84 % этой энергии приобретает осколки деления. Считая, что этими осколками являются ядра бария ${}^{137}_{56}\text{Ba}$ и криптона ${}^{89}_{36}\text{Kr}$ и что импульсы их по модулю одинаковы, найти энергию осколков.

[барий — 64 МэВ; криптон — 104 МэВ]

Литература

1. Рымкевич А.П. Физика. Задачник.10-11 кл.: Пособие для общеобразовательных учреждений.-8-е изд., стереотип.- М.: Дрофа, 2001.-198 с.:ил.
2. Рымкевич А.П., Рымкевич П.А. Сборник задач по физике для 8-10 классов средней школы.-5-е изд.-М.: Просвещение, 1980.-160 с.:ил.
3. Практикум по методике решения физических задач: Учеб. Пособие для физ.-мат. фак. пед.ин-тов/ В.И.Богдан, В.А.Бондарь, Д.И.Кульбицкий, В.А.Яковенко.- Мн.:Выш.шк.1983.-272 с, ил.
4. Колесников В.А. Физика. Теория и методы решения конкретных задач. Часть II Пособие для поступающих в вузы. - М.: Учебный центр "Ориентир" - "Светоч Л", 2000, 262 с.
5. Горбунов А.К., Пакашотти Э.Д. Сборник задач по физике для поступающих в ВУЗ: Учеб. пособ./ изд-е третье, испр. и доп.- М.: изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2005.-240 с.,ил.
6. Трофимова Т.И. Сборник задач по курсу физики: Учеб.пособие для студентов втузов.- 2-е изд., стер.-М.: Высш.шк., 1996.-303с.,ил.
7. Сборник задач и вопросов по физике для средних специальных заведений: Учебное пособие/ Гладкова Р.А., Добронравов В.Е., Жданов Л.С., Цодиков Ф.С. Под ред. Р.А.Гладковой.-5 е изд., перераб. - М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1980.
8. Гольдфарб Н.И. Сборник вопросов и задач по физике. Учеб. пособие. Для поступающих во втузы. Изд. 4-е.-М.: Высш. школа,1975. - 308 с., ил.
9. Ф.Ф.Райляну, Н.А.Константинов, М.Р.Шаров. Физика. Методическая тетрадь с задачами. Часть I. Механика. - Кишинэу, 1995. – 264 с., ил.
10. Н.А.Константинов, Ф. Райляну, М.Р.Шаров. Физика. Методическая тетрадь с задачами. Часть III. Элементы статистики.- Кишинэу. - 1995.- 124 с., ил.
11. Сборник задач по физике: Учеб. пособие/ Л.П.Баканина, В.Е.Белокунучкин, С.М.Козел, И.П.Моценько: Под ред. С.М.Козела.-2-е изд.,испр.-М: Наука. Гл. ред. физ.-матем. лит.-1990.-352с.
12. Задачи республиканских олимпиад по физике. Приднестровье, 2002-2007/Составители: Ю.А.Баренгольц, А.Н.Константинов, Н.А.Константинов. - Бендеры, ОО РВТ, 2008, 107 с.
13. Золотов В.А. Вопросы и задачи по физике в VI-VII классах. Пособие для учителей. 3-е изд., доп. и переработ. - М.: Просвещение, 1970.- 192 с , ил.
14. В.А.Балаш.Задачи по физике и методы их решения.- М.: Просвещение, 1964.-380 с., ил.
- Пособие по физике для поступающих в вузы. Изд. 3-е, испр. и доп. Под. общ. ред. М.С.Цедрика.- 15. Минск: Высшая школа, 1967, 344 с., ил.
16. Жиминский А.П., Мискинова Н.А., Наливайко В.П., Ростовцева А.А.. 930 задач по физике вступительных экзаменов в МТУСИ в 1998-2004 гг.-М.: Информсвязьиздат, 2005. - 190 с., ил.

17. Кирик Л.А. Самостоятельные и контрольные работы по физике 10 класс. Разноуровневые дидактические материалы. Молекулярная физика; тепловые явления; электричество; магнетизм. - Харьков: Гимназия, 2000 – 192 с.: ил.
18. Кирик Л.А. Физика-11. Разноуровневые самостоятельные и контрольные работы. Харьков: Гимназия, 2001 – 192 с.
19. Гельфган И.М., Некашев И.Ю. Физика-9. Сборник задач. Харьков: Гимназия, Ранок, 2000 -144 с.
20. Новые контрольные измерительные материалы по спецификации 2007 года. ЕГЭ-2007.Физика.- М.: ООО “РУСТЕСТ”, 2007.
21. Баренгольц Ю.А., Баренгольц О.Ю., Константинов Н.А. Тесты вступительных испытаний по физике: программа, способы решения задач и задания для самостоятельной работы. Выпуск 2.- Бендеры ООО РВТ, 2007 – 81 с.
22. Мякишев Г.Я., Синяков А.З. Физика: Колебания и волны, 11 кл.: Учеб. для углубленного изучения физики.-2-е изд., стереотип. -М.: Дрофа,2002. – 288 с.,:ил.
23. Мякишев Г.Я., Синяков А.З. Физика: Оптика. Квантовая физика.11 кл: Учеб. для углубленного изучения физики.- М.: Дрофа, 2001. – 464 с.:ил.
24. Дмитриев С.Н., Авлюков В.И., Струков Ю.А. Физика: Сборник задач для поступающих в вузы. Изд.4-е, испр. и доп. - М.: Ориентир, Светоч Л. - 2001. – 192 с.
25. Хаджи П.И. Избранные задачи по теории колебаний. – Тирасполь, РИО ПГКУ,1996.-223 с., ил.