

Практическое занятие №9
ОЦЕНКА СООТВЕТСТВИЯ МЕЖДУ ФАКТИЧЕСКИМИ
И ТЕОРЕТИЧЕСКИМИ ЧАСТОТАМИ
ПО КРИТЕРИЮ ПИРСОНА

Закон распределения χ^2 , открытый Пирсоном, является специальным распределением, полученным из случаев нормального распределения для определенно поставленной задачи и при ограниченном числе степеней свободы. Критерий χ^2 используется при качественной изменчивости признака для сравнения эмпирических (фактических) и теоретических частот. χ^2 – критерий, или критерий согласия рассчитывают по следующей формуле:

$$\chi^2 = \sum \frac{(f - F)^2}{F} \quad (30)$$

где, f – частота фактическая, F – теоретическая частота.

Фактическое значение критерия сравнивают с теоретическим, которое берут из статистической таблицы. Если $\chi^2_{\text{факт}} \geq \chi^2_{\text{теор}}$, между частотами есть существенные различия; $\chi^2_{\text{факт}} < \chi^2_{\text{теор}}$, между частотами нет существенных различий.

Пример. Обследовали поля озимой пшеницы на поражённость корневыми гнилями при выращивании после черного пара и яровых зерновых. По степени поражённости поля разделили на три группы: слабая, средняя и сильная поражённость.

Предшественник	Поражённость, %		
	слабая	средняя	сильная
Чистый пар	45	10	5
Яровые зерновые	12	32	15

Следует определить существенно ли различие в поражённости корневыми гнилями озимой пшеницы, выращиваемой по разным предшественникам.

Нулевая гипотеза предполагает, что поражённость озимой пшеницы не зависит от предшествующей культуры. Для проверки нулевой гипотезы рассчитываем критерий χ^2 . В результате обследования мы получили **фактические** значения частот изучаемого признака «поражённость корневыми гнилями» в трех градациях. Для расчета критерия χ^2 следует рассчитать **теоретические** значения частот изучаемого признака. Для расчета теоретических частот строим вспомогательную таблицу, в которую заносим фактические значения частот (f).

Предшественник	Поражённость, %						Сумма
	слабая		средняя		сильная		
	f	F	f	F	f	F	
Чистый пар	45		10		5		
Яровые зерновые	12		32		15		
Сумма							

Рассчитываем суммы частот по вертикали и по горизонтали:

Предшественник	Поражённость, %						Сумма
	слабая		средняя		сильная		
	f	F	f	F	f	F	
Чистый пар	45		10		5		60
Яровые зерновые	12		32		15		59
Сумма	57		42		20		119

Для расчета теоретической частоты F сумму фактических частот данного столбца умножаем на сумму фактических частот данной строки и полученное произведение делим на общую сумму всех наблюдений:

$$\text{слабая пораженность по чистому пару} - F1 = \frac{57 \cdot 60}{119} = \frac{3420}{119} = 29$$

$$\text{слабая пораженность по яровому ячменю} - F2 = \frac{57 \cdot 59}{119} = \frac{3363}{119} = 28$$

$$\text{средняя пораженность по чистому пару} - F3 = \frac{42 \cdot 60}{119} = \frac{2520}{119} = 21$$

$$\text{средняя пораженность по яровому ячменю} - F4 = \frac{42 \cdot 59}{119} = \frac{2478}{119} = 21$$

$$\text{сильная пораженность по чистому пару} - F5 = \frac{20 \cdot 60}{119} = \frac{1200}{119} = 10$$

$$\text{сильная пораженность по яровому ячменю} - F6 = \frac{20 \cdot 59}{119} = \frac{1180}{119} = 10$$

На основании рассчитанных фактических частот заполняем таблицу:

Предшественник	Поражённость, %						Сумма
	слабая		средняя		сильная		
	f	F	f	F	f	F	
Чистый пар	45	29	10	21	5	10	60
Яровые зерновые	12	28	32	21	15	10	59
Сумма	57		42		20		119

Рассчитываем критерий Пирсона по формуле (30):

$$\begin{aligned} \chi^2 &= \sum \frac{(f-F)^2}{F} = \frac{(45-29)^2}{29} + \frac{(12-28)^2}{28} + \frac{(10-21)^2}{21} + \frac{(32-21)^2}{21} + \\ &+ \frac{(5-10)^2}{10} + \frac{(15-10)^2}{10} = \frac{16^2}{29} + \frac{-16^2}{28} + \frac{-11^2}{21} + \frac{11^2}{21} + \frac{-5^2}{10} + \frac{5^2}{10} = \\ &= \frac{256}{29} + \frac{256}{28} + \frac{121}{21} + \frac{121}{21} + \frac{25}{10} + \frac{25}{10} = 8,83 + 9,14 + 5,76 + 5,76 + 2,5 + 2,5 = 34,49 \end{aligned}$$

Фактическое значение критерия Пирсона сравниваем с теоретическим значением, которое берем из статистической таблицы для 5% уровня значимости и числа степеней свободы $\nu = (c-1) \cdot (k-1)$, где c – число строк, k – число колонок. При $\nu = (c-1) \cdot (k-1) = (2-1) \cdot (3-1) = 2$ значение критерия $\chi^2_{05} = 5,99$

Фактическое значение критерия больше теоретического, следовательно нулевая гипотеза отвергается, между частотами есть существенные различия.

Вывод. Поражённость пшеницы корневыми гнилями существенно зависит от предшественников. При выращивании озимой пшеницы после яровых зерновых поражённость корневыми гнилями существенно выше, чем при выращивании после чистого пара.

Задание. Согласно N примера провести оценку соответствия между эмпирическими и теоретическими частотами.

Пример 1. Изучали влияние норм расхода волатона на гибель колорадского жука. Из 150 жуков при норме расхода препарата 0,5 л/га погибло 82, а при норме 0,75 л/га – 108. Определить существенно ли различие в гибели колорадского жука от нормы расхода волатона.

Норма расхода волатона, л/га	Количество жуков				Сумма
	живые		погибшие		
	f	F	f	F	
0,5					
0,75					
Сумма					

$$\chi^2_{05} = 3,84$$

Пример 2. Проведено обследование полей картофеля на поражённость фитофторозом. Посадка была произведена перебранными и не перебранными клубнями. Определить, существует ли зависимость между поражённостью полей фитофторозом и подготовкой клубней к посадке.

Варианты подготовки клубней к посадке	Число полей, поражённых фитофторозом						Сумма
	слабо		средне		сильно		
	f	F	f	F	f	F	
Перебранные	30		15		5		
Не перебранные	23		12		15		
Сумма							

$$\chi^2_{05} = 5,99$$

Пример 3. У яровой пшеницы проверяли эффективность отборов по продуктивности растений. Проверить нулевую гипотезу о независимости продуктивности родительских форм и урожая с делянки у потомства.

Продуктивность родительских форм	Число делянок с урожаем у потомства F1						Сумма
	высокий		средний		низкий		
	f	F	f	F	f	F	
Высокая	10		17		7		
Низкая	7		13		9		
Сумма							

$$\chi^2_{05} = 5,99$$

Пример 4. На 200 полях учтена поражённость озимой пшеницы корневыми гнилями и урожайность. Поля распределены по урожайности на 3 группы и по поражённости на 4.

Урожай по группам	Поражённость растений по группам								Сумма
	до 10%		11-20%		21-50%		более 30%		
	f	F	f	F	f	F	f	F	
35	25		24		15		16		
45	32		25		10		7		
56	25		14		4		2		
Сумма									

$$\chi^2_{05} = 12,59$$

Пример 5. В хранилище изучали влияние газовой среды №1 (12% кислорода и 9% углекислого газа) и газовой среды №2 (3% кислорода и 5% углекислого газа) на сохранность плодов груши. Определить, является ли сохранность плодов следствием действия среды или случайных факторов.

Тип газовой среды	Количество плодов				Сумма
	товарные		нетоварные		
	f	F	f	F	
Газовая среда № 1	142				230
Газовая среда №2	204				260
Сумма					

$$\chi^2_{05} = 3,84$$

Выполнение работы

1. Рассчитать теоретические частоты F и записать в таблицу. Для расчета теоретической частоты F сумму фактических частот данной строки умножаем на сумму фактических частот данного столбца и полученное произведение делим на общую сумму всех наблюдений.

2. Рассчитать значение критерия χ^2 :
$$\chi^2 = \sum \frac{(f - F)^2}{F} =$$

3. Провести оценку существенности

$$\chi^2_{\text{теор}} = \quad \text{при} \quad v = (c - 1) \cdot (k - 1)$$

Вывод:

Контрольные вопросы к работе:

1. В каких случаях используется критерий χ^2 Пирсона?
2. Оценка существенности при критерию χ^2 .