

ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ ОДНОФАКТОРНОГО ВЕГЕТАЦИОННОГО ОПЫТА

Пример. Масса клубней картофеля сорта Спринтер в зависимости от объема почвогрунта (г/растение).

Варианты опыта	Повторность			
	1	2	3	4
1 л - контроль	83	91	75	88
3 л	120	113	124	118
6 л	162	158	164	167
8 л	168	172	163	159

Нулевая гипотеза предполагает, что между вариантами нет существенных различий, следовательно, объем почвогрунта не влияет существенно на массу клубней картофеля сорта Спринтер. Для проверки нулевой гипотезы используем дисперсионный анализ.

1. Заполняем вспомогательную таблицу:

Варианты опыта	Повторность				Суммы, V	Средние, x
	1	2	3	4		
1 л - контроль	83	91	75	88	337	84
3 л	120	113	124	118	475	119
6 л	162	158	164	167	651	163
8 л	168	172	163	179	682	170
Суммы	533	534	526	552	$\sum X = 2145$	-

Проверим правильность заполнения таблицы: сумма сумм значений признака по вертикали должна быть равна сумме сумм значений признака по горизонтали, т.е. $\sum X = 337 + 475 + 651 + 682 = 533 + 534 + 526 + 552 = 2145$

2. Рассчитываем суммы квадратов:

значений признака X: для определения общей суммы квадратов следует каждое значение признака «масса клубней картофеля» (X) возвести в квадрат и затем сложить. Таким образом, мы получим выражение $\sum X^2$. В нашем примере общая сумма квадратов рассчитывается следующим образом:

$$\sum X^2 = 83^2 + 91^2 + 75^2 + 88^2 + 120^2 + 113^2 + 124^2 + 118^2 + 162^2 + 158^2 + 164^2 + 167^2 + 168^2 + 172^2 + 163^2 + 179^2 = 6889 + 8281 + 5625 + 7744 + 14400 + 12769 + 15376 + 13924 + 26244 + 24964 + 26896 + 27889 + 28224 + 29584 + 26569 + 32041 = \mathbf{307419}$$

сумм значений признака по вариантам: для определения выражения $\sum V^2$ необходимо сначала возвести в квадрат все суммы V, затем их сложить. В нашем примере сумма квадратов вариантов рассчитывается следующим образом:

$$\sum V^2 = 337^2 + 475^2 + 651^2 + 682^2 = 113569 + 225625 + 423801 + 465124 = \mathbf{1228119}$$

3. Проводим дисперсионный анализ

Общее число наблюдений $N = l \cdot n = 16$

(l - число вариантов, n - количество повторностей)

Корректирующий фактор $C = (\sum X)^2 \div N = 2145^2 : 16 = 4601025 : 16 = 287564$

Суммы квадратов отклонений:

общая $C_y = \sum X^2 - C = 307419 - 287564 = \mathbf{19855}$

вариантов $C_v = \sum V^2 \div n - C = 1228119 : 4 - 287564 = 307030 - 287564 = \mathbf{19466}$

остатка $C_z = C_y - C_v = 19855 - 19466 = \mathbf{389}$

Степени свободы:

общее число $v_y = N - 1 = 16 - 1 = \mathbf{15}$

для вариантов $v_v = l - 1 = 4 - 1 = \mathbf{3}$

остатка $v_z = v_y - v_v = 15 - 3 = \mathbf{12}$

Таблица дисперсионного анализа

Виды варьирования	Суммы квадратов отклонений	Степени свободы	Дисперсия (средний квадрат)	Критерий F	
				факт.	05
Общее	19855	15	-	-	-
Вариантов	19466	3	6489	202,78	3,49
Случайное (остаток)	389	12	32	-	-

Дисперсия, или средний квадрат вариантов рассчитывается как отношение суммы квадратов отклонений вариантов к степеням свободы вариантов, т.е. $S_v^2 = \frac{19466}{3} = 6489$.

Дисперсия, или средний квадрат остатка рассчитывается как отношение суммы квадратов отклонений остатка к степеням свободы остатка,

т.е.
$$S_z^2 = \frac{389}{12} = 32.$$

Фактическое значение критерия Фишера рассчитывается по формуле

$$F = \frac{S_v^2}{S_z^2} = \frac{6489}{32} = 202,78$$

Теоретическое значение критерия Фишера берется из статистической таблицы для 5% уровня значимости и числа степеней свободы вариантов и остатка. При $v_v=3$ и $v_z=12$ $F_{05}=3,49$

Фактическое значение критерия Фишера больше, чем теоретическое, следовательно, нулевая гипотеза отвергается и между вариантами есть существенные различия. Т.к. между вариантами есть существенные различия определяем наименьшую существенную разность (НСР).

Ошибка разности средних
$$S_d = \sqrt{\frac{2 S_z^2}{n}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 32}{4}} = \sqrt{\frac{64}{4}} = \sqrt{16} = 4$$

где S_z^2 – дисперсия остатка

$$НСР_{05} = t_{05} \cdot S_d = 2,18 \cdot 4 = 9$$

Значение критерия t_{05} берется из статистической таблицы для 5% уровня значимости и числа степеней свободы остатка. При $v_z=12$ $t_{05}=2,18$

Масса клубней картофеля сорта Спринтер
в зависимости от объема почвогрунта

Варианты опыта	Среднее значение	Отклонение от контроля, d
1 л - контроль	84	-
3 л	119	35
6 л	163	79
8 л	170	86

$НСР_{05}=9$

Сравниваем отклонения от контроля с $НСР_{05}$: все отклонения превышают значение $НСР_{05}$, следовательно, все опытные варианты существенно превышают контроль. Сравним 2 и 3 вариант: разница между их средними составляет $163-119=44$; 44 больше $НСР_{05}$, следовательно, 3 вариант существенно превосходит 2. Сравним 3 и 4 варианты: разница между их средними со-

ставляет $170-163=7$; 7 меньше $НСП_{05}$, следовательно, разница между этими вариантами незначительна.

Вывод. С увеличением почвогрунта с 1 до 6 л масса клубней картофеля сорта Спринтер существенно увеличивается; дальнейшее увеличение объема до 8 л не увеличивает существенно массу клубней.

Задание: Получив N задания от преподавателя, провести дисперсионный анализ результатов однофакторного вегетационного опыта.

Шифр задания к работе

№ задания	Повторность	№ задания	Повторность	№ задания	Повторность
1	1 2 3 4	11	1 3 4 6	21	2 4 5 6
2	2 3 4 5	12	1 3 5 8	22	2 4 6 7
3	3 4 5 6	13	2 3 5 6	23	2 4 7 8
4	5 6 7 8	14	2 3 4 8	24	3 5 6 7
5	4 5 6 7	15	2 3 5 7	25	3 5 7 8
6	1 3 5 7	16	2 4 7 8	26	1 2 6 7
7	2 4 6 8	17	2 4 6 7	27	1 2 3 6
8	1 2 5 6	18	1 3 4 5	28	3 5 6 8
9	1 2 7 8	19	1 5 6 7	29	4 6 7 8
10	1 3 4 7	20	1 6 7 8	30	3 4 7 8

Пример 1. Влияние освещенности на урожайность зеленой массы кукурузы (кг/сосуд)

№№ п/п	Варианты опыта, свет в люксах	Повторность							
		1	2	3	4	5	6	7	8
1	1000 - контроль	1,6	0,8	0,9	1,0	1,1	1,3	1,4	1,2
2	3000	2,1	1,8	2,0	1,8	1,8	2,4	2,5	2,3
3	6000	4,1	3,9	4,2	4,1	4,1	4,0	4,6	3,8
4	10000	4,2	4,0	4,5	4,3	4,7	4,3	5,0	4,9

Пример 2. Эффективность биопрепаратов в борьбе с переноспорозом огурца (степень поражения листьев через 14 дней после обработки, %)

№№ п/п	Варианты опыта	Повторность							
		1	2	3	4	5	6	7	8
1	Контроль – без обработки	43,3	42,9	39,4	40,1	45,8	48,2	40,4	43,7
2	Гаупсин	18,7	15,3	21,2	19,7	23,4	19,3	20,4	21,6
3	Пентафаг	42,7	43,8	42,1	45,5	44,9	41,9	42,7	43,8
4	Планриз	40,0	35,9	38,4	37,3	46,2	42,9	43,6	44,1

Пример 3. Влияние доз регулятора роста фумаран на урожайность редиса сорта Розово-красный с белым кончиком (г/сосуд)

№№ п/п	Варианты опыта	Повторность							
		1	2	3	4	5	6	7	8
1	Контроль – без обработки	42,7	43,3	45,4	41,2	40,9	43,5	44,8	42,7
2	Фумаран – 0,01%	49,0	52,7	51,4	53,2	55,3	47,2	49,6	53,7
3	Фумаран – 0,15%	55,0	57,7	59,3	57,1	55,8	56,7	54,7	53,8
4	Фумаран – 0,25%	63,3	62,7	61,9	59,5	58,3	60,1	56,7	57,1

Выполнение работы:

1. Записать условие примера, N задания, заполнить таблицу.

Варианты опыта	Повторность				Суммы, V	Средние, x
Суммы					$\sum X$	-

Сумма квадратов значений признака $X \quad \sum X^2 =$

Сумма квадратов сумм значений признака по вариантам $\sum V^2 =$

2. Провести дисперсионный анализ

Общее число наблюдений $N = l \cdot n =$

Корректирующий фактор $C = (\sum X)^2 \div N =$

Суммы квадратов отклонений:

общая $C_y = \sum X^2 - C =$

вариантов $C_v = \sum V^2 \div n - C =$

остатка $C_z = C_y - C_v =$

Степени свободы:

общее число $v_y = N - 1 =$

для вариантов $V_v = l - 1 =$

остатка $V_z = V_y - V_v =$

Таблица дисперсионного анализа

Виды варьирования	Суммы квадратов	Степени свободы	Дисперсия	Критерий F	
				факт.	05
Общее			-	-	-
Вариантов					
Случайное (остаток)				-	-

Ошибка разности средних $S_d = \sqrt{\frac{2S_z^2}{n}} =$

$$HCP_{05} = t_{05} \cdot S_d =$$

(озаглавить таблицу согласно условия примера)

Варианты опыта	Среднее значение	Отклонение от контроля, d
		-

Вывод:

Контрольные вопросы к работе:

1. Сущность дисперсионного анализа
2. В чем недостаток критерия Фишера?
3. Метод оценки существенности разности средних.
4. На сколько компонентов делится общее варьирование в дисперсионном анализе данных вегетационного однофакторного опыта?
5. Влияние каких факторов отражает каждый компонент?