

Практическое занятие (решить задачу)

ЗАКОНЫ ОМА и КИРХГОФА

Электрическая цепь постоянного тока состоит из источников ЭДС E_1 и E_2 , и активных сопротивлений R_1, R_2, R_3, R_4 (рис. 1). Сопротивления схемы и ЭДС известны. Найти токи во всех ветвях схемы.

Дано:

$$E_1 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ В};$$

$$E_2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ В};$$

$$R_1 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ Ом};$$

$$R_2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ Ом};$$

$$R_3 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ Ом};$$

$$R_4 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ Ом}$$

Исходные данные см. в конце работы в табл. 1

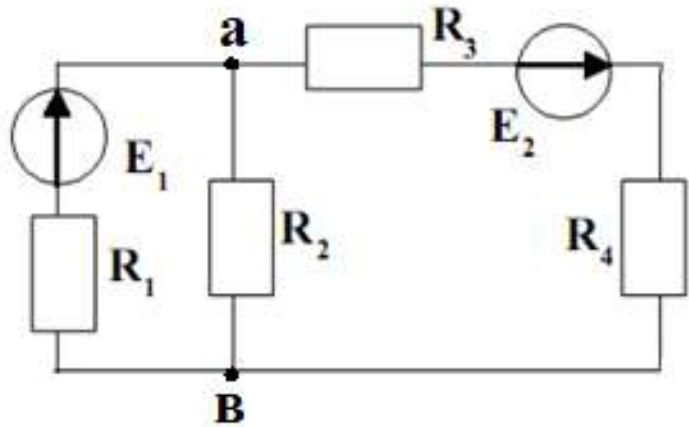


Рис. 1

Решение

Для примера приведен расчет с известными значениями параметров:

$$E_1 = 100 \text{ В}; E_2 = 50 \text{ В};$$

$$R_1 = 5 \text{ Ом}; R_2 = 10 \text{ Ом}; R_3 = 2 \text{ Ом}, R_4 = 7 \text{ Ом}$$

Используем метод контурных токов. Число уравнений по второму закону Кирхгофа для данного метода определяется числом независимых контуров. Контур считается независимым, если он отличается от любого другого, хотя бы одним элементом.

Рассмотрим два контура:

1-й контур содержит источник ЭДС E_1 , сопротивления R_1 и R_2 .

2-й контур содержит источник ЭДС E_2 , сопротивления R_2, R_3 и R_4 .

Выбираем за положительное направление токов направление обхода контуров по часовой стрелке.

При составлении уравнений следует учитывать влияние токов соседних контурных токов, проходящих через общие сопротивления, которые входят в различные контуры. Если контурные токи в общих сопротивлениях протекают встречно, то слагаемые в уравнениях ставятся со знаком «минус»; при согласном их направлении – со знаком «плюс».

При совместном решении системы уравнений определяются контурные токи. Если контурный ток получается с отрицательным знаком, значит его направление в схеме должно быть противоположно указанному.

Токи в ветвях схемы (через сопротивления) определяются суммой контурных токов (при их совпадении), разностью контурных токов (при встречном их направлении), или самим контурным токам (если через сопротивление проходит только один контурный ток).

1) По второму закону Кирхгофа для двух контуров составим систему уравнений:

$$\begin{cases} E_1 = I_{K1} \cdot (R_1 + R_2) - I_{K2} \cdot R_2 \\ E_2 = I_{K2} \cdot (R_2 + R_3 + R_4) - I_{K1} \cdot R_2 \end{cases}$$

2) Чтобы упростить исходные уравнения подставим известные величины:

$$\begin{cases} 100 = I_{K1} \cdot (5 + 10) - I_{K2} \cdot 10 \\ 50 = I_{K2} \cdot (10 + 2 + 7) - I_{K1} \cdot 10 \end{cases}$$

В итоге получим:

$$\begin{cases} 100 = I_{K1} \cdot 15 - I_{K2} \cdot 10 \\ 50 = I_{K2} \cdot 19 - I_{K1} \cdot 10 \end{cases}$$

3) Выразим ток I_{K1} из первого уравнения:

$$100 = I_{K1} \cdot 15 - I_{K2} \cdot 10$$

$$I_{K1} = \frac{100 + I_{K2} \cdot 10}{15} = \frac{100}{15} + \frac{I_{K2} \cdot 10}{15} = 6,67 + I_{K2} \cdot 0,67$$

4) Подставим полученное выражение во второе уравнение системы:

$$50 = I_{K2} \cdot 19 - 10 \cdot (6,67 + I_{K2} \cdot 0,67)$$

$$50 = I_{K2} \cdot 19 - 10 \cdot 6,67 - 10 \cdot I_{K2} \cdot 0,67$$

$$50 = I_{K2} \cdot (19 - 6,7) - 66,7$$

$$50 + 66,7 = I_{K2} \cdot 12,3$$

$$116,7 = I_{K2} \cdot 12,3$$

$$I_{K2} = \frac{116,7}{12,3} = 9,48 \text{ A}$$

$$I_{K2} = 116,7 / 12,3 = 9,48 \text{ A}$$

5) Найдем ток I_{K1} :

$$I_{K1} = 6,67 + 9,48 \cdot 0,67 = 13,02 \text{ A}$$

6) Найдем токи в сопротивлениях:

$$I_1 = I_{K1} = 13,02 \text{ A}$$

$$I_3 = I_4 = I_{K2} = 9,48 \text{ A}$$

$$I_2 = I_{K1} - I_{K2} = 13,02 - 9,48 = 3,54 \text{ A}$$

7) Для проверки правильности решения составим уравнение баланса мощности:

$$E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_3 = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4$$

Выполняем расчет обеих частей уравнения баланса:

Значения токов берем по модулю со знаком (+), не зависимо от полученных ранее расчетов.

$$P' = E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_3 = 100 \cdot 13,02 + 50 \cdot 9,48 = 1302 + 474 = 1776 \text{ Вт}$$

$$P'' = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 = 13,02^2 \cdot 5 + 3,54^2 \cdot 10 + 9,48^2 \cdot 2 + 9,48^2 \cdot 7 = 1781,7 \text{ Вт}$$

8) Определим погрешность расчетов мощности:

$$\delta = \frac{P' - P''}{P'} \cdot 100\% = \frac{1781,7 - 1776}{1776} \cdot 100\% = 0,321\%$$

Таблица 1

Исходные данные (№ варианта уточнить у преподавателя)

Вариант	$E_1, В$	$E_2, В$	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	$R_3, Ом$	$R_4, Ом$
1.	8	6	1	3	4	4
2.	5	3	3	8	2	5
3.	15	2	5	11	11	3
4.	10	5	2	11	2	5
5.	20	5	6	12	4	4
6.	25	20	8	2	3	5
7.	5	30	2	5	2	1
8.	10	12	3	5	8	2
9.	12	15	8	3	5	3
10.	24	25	3	5	3	6
11.	18	12	12	8	6	4
12.	30	20	18	14	25	8
13.	8	6	12	16	18	9
14.	6	8	8	8	12	16
15.	24	30	18	25	14	12
16.	42	21	15	11	24	14
17.	25	14	30	21	12	15
18.	27	34	8	12	31	13
19.	20	6	12	32	2	5
20.	33	31	16	15	4	8
21.	23	21	1,8	8	2	9
22.	45	70	20	15	7	25
23.	80	25	20	12	6	4
24.	16	18	5	25	13	7
25.	55	58	35	14	32	6